

インターポレータのサンプル値 H^∞ 設計*永原 正章[†]・山本 裕[†]Sampled-Data H^∞ Design of Interpolators*Masaaki NAGAHARA[†] and Yutaka YAMAMOTO[†]

A design procedure for interpolators is developed based on sampled-data control theory. The procedure provides an interpolator which minimizes the L^2 -induced norm of the error system between the interpolator and a time-delay, and the L^2/l^2 -induced norm of the system between the quantization noise and the output of the interpolator. While the system is multirate and has delay elements, the design problem can be reduced to a finite-dimensional discrete-time problem using the FSFH (fast-sample and fast-hold) approximation. Numerical examples are presented to illustrate the effectiveness of the proposed method.

1. はじめに

デジタルフィルタ設計には、窓関数法や等リプルフィルタ、双一次変換法など様々な設計手法がある [4,13,15]. これらの手法は、ある望ましい特性（例えば理想ローパス特性）を近似する手法であり、その近似には対象となる信号処理系全体の特性は考慮されていない。したがって設計の際には、それぞれの信号処理系に応じて近似手法を適切に選ぶ必要がある。また、これらの設計法は、元の連続時間信号がナイキスト周波数以下に完全に帯域制限されていると仮定して離散時間領域での議論となっている。しかし現実には連続時間信号を完全に帯域制限することは不可能であり、元信号にはナイキスト周波数以上の成分も含まれる。したがって、より厳密な設計をするためには、連続時間信号と離散時間信号が混在したサンプル値系として信号処理系を捉えなければならない。

この問題に対し、参考文献 [2] では信号処理の問題に H^∞ 制御を導入した。ここでは信号復元問題に H^∞ 評価規範を用い、デジタルフィルタ設計の新しい手法を提案しているが、これは離散時間領域での取り扱いであり連続時間特性は考慮されていない。これに対し参考文献

献 [8] ではデジタルフィルタ設計にサンプル値 H^∞ 制御理論を導入し、連続時間信号に対する最適信号復元問題が議論されている。この手法により、ナイキスト周波数以上の周波数成分をも考慮した設計が可能となる。この研究以降、サンプル値制御理論を用いたデジタル信号処理系の研究が行われている [10,5]. 参考文献 [5] ではオーバーサンプル D/A 変換器での FIR 型インターポレーションフィルタ設計をマルチレートサンプル値制御理論 [14] を用いて行い、凸最適化問題に帰着して解いている。またそこでは信号復元の最適化を H^∞ 設計で、量子化雑音の除去を H^2 設計で行っている。本研究では IIR 型インターポレーションフィルタ設計にサンプル値制御理論を導入し、信号復元の最適化と雑音の除去を H^∞ 設計により行う。量子化雑音の除去には通常、雑音を白色雑音と仮定して H^2 設計が行われるが、現実はこの仮定が成り立つとは限らない。したがって H^∞ 評価規範を導入し、最悪の雑音に対する性能を補償することにより、量子化雑音に対するロバスト性を高めることができる。また H^2/H^∞ 設計に比べ、 H^∞ 設計は問題がはるかに簡単になる利点もある。

本研究で考慮する信号処理系は複数のサンプル周波数が存在するマルチレート系であり、また信号の復元に連続時間の遅れを許すため無限次元系となる。本論文では、これを離散時間リフティング [9] を用いて単一レート系へと変換し、ファーストサンプル・ファーストホールド (FSFH) 近似 [7,12] を用いて有限次元離散時間系へと変

* 原稿受付 2000 年 8 月 28 日

† 京都大学 大学院 情報学研究科 Graduate School of Informatics, Kyoto University; Yoshida-Honmachi, Sakyo ward, Kyoto city, Kyoto 606-8501, JAPAN

Key Words: digital signal processing, multirate system, sampled-data control.

換する。また、FSFH近似による具体的な設計公式を示す。最後に設計例を示し、従来法と比べ提案手法の有効性を示す。

2. 問題設定

インターポレータとは、ある離散時間信号のサンプリング周期を $1/M$ 倍 (M は2以上の整数) する変換器であり、通常アップサンブラとデジタルフィルタを用いて Fig. 1 のように構成される [4,13,15]。ここでアップサンブラ $\uparrow M$ は次式で定義される。

$$\uparrow M: y_d \mapsto x_d, \\ x_d[k] = \begin{cases} y_d[l], & k = Ml, l = 0, 1, \dots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

このアップサンブラ $\uparrow M$ により、サンプル周期 h の離散時間信号 y_d はサンプル周期 h/M の離散時間信号 x_d に変換される。アップサンプルされた信号にはイメージ成分 [4,13,15] が生じるため、これを除去するためにデジタルフィルタ $K(z)$ をほどこす。このフィルタ $K(z)$ をインターポレーションフィルタと呼ぶ。

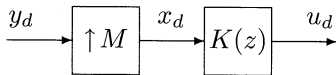


Fig. 1 Interpolator

Fig. 2 のブロック線図は、アナログ入出力を含めたインターポレータの信号処理系を示している。まず、連続時間信号 $w_c \in L^2[0, \infty)$ に対して連続時間ローパスフィルタ $F(s)$ を作用させ信号 y_c を得る。この信号 y_c は周波数特性 $F(s)$ を持つアナログ信号であり、 $F(s)$ はデジタル処理されるべき信号源の周波数特性をつかさどる先見情報であると考えることができる。従来のデジタル信号処理では、この $F(s)$ という特性は考慮されていない¹。このアナログ信号 y_c はサンプル周期 h で動作するサンブラ S_h によって離散時間信号 y_d に変換される。つぎに、この離散時間信号 y_d に雑音 n_d が加わる。これは量子化を簡単にモデル化したものである。雑音 n_d が加わった離散時間信号 $y_d + n_d$ は、インターポレータ $K(z)(\uparrow M)$ によりサンプル周期 h/M の離散時間信号 u_d へ変換される。離散時間信号 u_d は、サンプル周期 h/M で動作する 0 次ホールド $\mathcal{H}_{h/M}$ により連続時

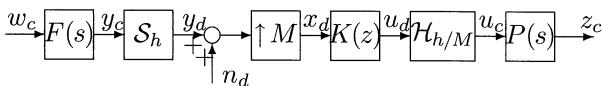


Fig. 2 Signal processing of interpolator

¹従来の離散時間領域での取り扱いでは、 $F(s)$ はナイキスト周波数以下にカットオフ周波数を持つ理想フィルタである。

間信号 u_c に変換される。このホールド出力信号はアナログローパスフィルタ $P(s)$ によって平滑化され出力信号 z_c が得られる。このフィルタ $P(s)$ は 0 次ホールドによって生じる高周波成分を除去するはたらきがある。

ここでの設計目的は、与えられた $F(s)$, $P(s)$, M に対してアナログの入力信号 y_c を忠実に復元するようなインターポレーションフィルタ $K(z)$ を求めることである。そこで元信号とインターポレータの出力を比較するために連続時間入出力を考慮した誤差系 Fig. 3 のブロック線図を考える。通常の制御問題と異なり、信号の復元処理にはある程度の時間遅れが許されるため、時間遅れ要素 e^{-Ls} が挿入されている。ここで信号の復元誤差を $e_c := \tilde{z}_c - z_c$ とおく。このとき設計問題は次のように定式化される：

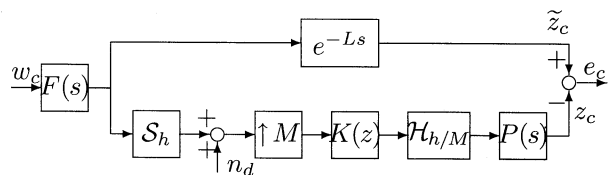


Fig. 3 Error system for interpolator design

【問題 1】 安定かつ厳密にプロパな $F(s)$ および安定かつプロパな $P(s)$, アップサンブラ定数 M , 遅れ定数 L が与えられたとする。信号 $[w_c, n_d]^T$ から e_c へのシステムを T_{ew} とおく。このとき、与えられた $\gamma > 0, r > 0$ に対し

$$\|T_{ew}\|^2 := \sup_{w_c \in L^2, n_d \in l^2} \frac{\|e_c\|_{L^2}^2}{\|w_c\|_{L^2}^2 + r^2 \|n_d\|_{l^2}^2} < \gamma^2 \quad (1)$$

を満たす IIR 型フィルタ $K(z)$ を求めよ。

3. 離散時間有限次元系への変換

問題 1 はアップサンブラ $\uparrow M$ を含むためマルチレート系の設計問題であり、また連続時間の時間遅れ要素を含む無限次元系の設計問題でもある。

ここでは、離散時間リフティング [9] を用いてマルチレート系を単一レート系へ変換し、さらにファーストサンプルファーストホールド (FSFH) 近似 [7,12] を用いて、この設計問題が有限次元離散時間系の設計問題へと帰着されることを示す。ここで、遅れ定数 L はサンプル周期 h の自然数倍、すなわち $L = mh$ (m は自然数) と仮定する。この仮定は、設計問題を有限次元化する際に必要となる。

3.1 単一レート系への変換

まず、離散時間リフティングを定義する²。

²時間領域におけるシフト作用素と z 変換の変数を同じ記号 z で表わすことにする。

$$\mathbf{L}_M := (\downarrow M) \begin{bmatrix} 1 \\ z \\ \vdots \\ z^{M-1} \end{bmatrix} \quad (2a)$$

$$\mathbf{L}_M^{-1} := \begin{bmatrix} 1 & z^{-1} & \dots & z^{-M+1} \end{bmatrix} (\uparrow M) \quad (2b)$$

ただし $\downarrow M$ はダウンサンプラであり次式で定義される.

$$\downarrow M: x_d \mapsto y_d \quad y_d[k] = x_d[Mk]$$

次に一般化ホールド $\tilde{\mathcal{H}}_h$ を定義する.

$$\tilde{\mathcal{H}}_h: l^2 \ni v \mapsto u \in L^2, \quad u(kh + \theta) = \mathbf{H}(\theta)v[k] \\ \theta \in [0, h), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\mathbf{H}(\theta) := \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, & \theta \in \left[0, \frac{h}{M}\right) \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, & \theta \in \left[\frac{h}{M}, \frac{2h}{M}\right) \\ \dots & \dots \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}, & \theta \in \left[\frac{(M-1)h}{M}, h\right) \end{cases}$$

これらを用いてマルチレート系を単一レート系へ等価変換する.

【補題 1】 次の等式が成り立つ.

$$\mathcal{H}_{h/M} K(z) (\uparrow M) = \tilde{\mathcal{H}}_h \tilde{K}(z), \quad (3)$$

$$K(z) = \begin{bmatrix} 1 & z^{-1} & \dots & z^{-M+1} \end{bmatrix} \tilde{K}(z^M) \quad (4)$$

ここで $\tilde{K}$ はフィルタ K の離散時間リフティングであり, 次式で定義される.

$$\tilde{K}(z) := \mathbf{L}_M K(z) \mathbf{L}_M^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

(証明) インターポレータ $K(z)(\uparrow M)$ は以下のように変換される.

$$K(z)(\uparrow M) = \mathbf{L}_M^{-1} \tilde{K}(z) \quad (6)$$

ここで $\tilde{K}(z)$ は (5) 式で定義される $K(z)$ の離散時間リフティングであり, 1 入力 M 出力の LTI システムとなる. また一般化ホールド $\tilde{\mathcal{H}}_h$ に関して次の等式が成り立つ.

$$\mathcal{H}_{h/M} \mathbf{L}_M^{-1} = \tilde{\mathcal{H}}_h \quad (7)$$

したがって (6) 式と (7) 式より (3) 式が成り立つことがわかる. また, 関係式 $\tilde{K}(z^M)(\uparrow M) = (\uparrow M) \tilde{K}(z)$ [4, 13, 15] を用いれば, 離散時間リフティングの定義 (2) 式と (6) 式より (4) 式が成り立つことがわかる. $\square$

補題 1 より Fig. 3 のマルチレート系は Fig. 4 の単一レート系に等価変換され, Fig. 5 のサンプル値制御系が構成される.

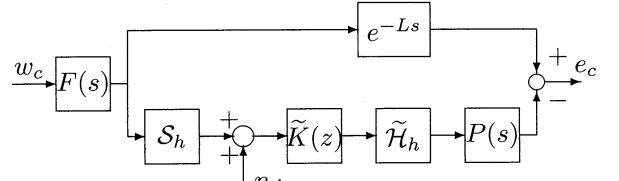


Fig. 4 Reduced single-rate system

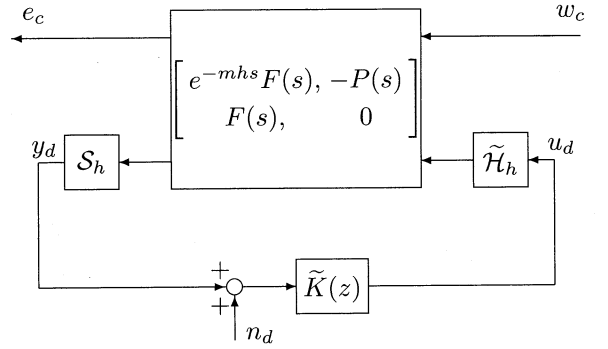


Fig. 5 Sampled-data control system

3.2 FSFH による有限次元離散時間系への近似

ここでは, サンプル値制御系 Fig. 5 に対して FSFH 手法を導入する. FSFH 手法はサンプル値系の性能を近似的に評価する手法の一つである. これは h 周期のサンプル値系の連続時間入出力を h/N (N は自然数) 周期で動作するサンプラとホールドによって離散化し, 十分大きな N に対する離散時間信号で連続時間信号を近似する方法である (Fig. 6). このとき, $\|e_c\|_{L^2} \approx \sqrt{h/N} \|e_{dN}\|_{l^2}$, $\|w_c\|_{L^2} \approx \sqrt{h/N} \|w_{dN}\|_{l^2}$ が成り立ち, 設計問題 (1) 式の左辺は

$$\|T_{ew}\|^2 \approx \sup_{w_{dN}, n_d \in l^2} \frac{\|e_{dN}\|_{l^2}^2}{\|w_{dN}\|_{l^2}^2 + r^2 \sqrt{\frac{N}{h}} \|n_d\|_{l^2}^2} \quad (8)$$

で近似され, 離散時間系の設計問題となる. 次に近似離散化されたプラントの具体的な形を示す. まず, Fig. 5 のサンプル値制御系の一般化プラント

$$\mathcal{G}_{SD} := \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & S_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-mhs}F & -P \\ F & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \mathcal{H}_h \end{bmatrix}$$

に対して, FSFH によって連続時間入出力を離散化する.

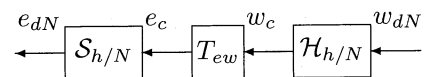


Fig. 6 FSFH discretization

$$G_N := \begin{bmatrix} S_{h/N} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} G_{SD} \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{h/N} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

ここでFSFHの分割数は $N = Ml$, l は自然数とする. 次に離散時間リフティングを用いてサンプル周期を h に統一する. 次のように離散時間リフティングをプラントに施す.

$$\tilde{G}_N := \begin{bmatrix} \mathbf{L}_N & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} G_N \begin{bmatrix} \mathbf{L}_N^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} \tilde{G}_{N11} & \tilde{G}_{N12} \\ \tilde{G}_{N21} & 0 \end{bmatrix}$$

離散時間リフティング $\mathbf{L}_N$, $\mathbf{L}_N^{-1}$ は等長作用素であるので, 入出力信号のノルムは変化しない. このときの近似離散時間系を Fig. 7 に示す. プラント $\tilde{G}_N$ の各要素は次のように計算される.

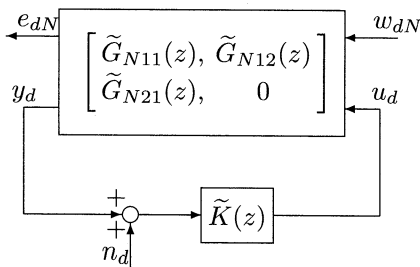


Fig. 7 Discrete-time system approximated by FSFH

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{N11} &= \mathbf{L}_N S_{h/N} e^{-mhs} F \mathcal{H}_{h/N} \mathbf{L}_N^{-1} \\ &= z^{-m} \mathbf{L}_N S_{h/N} F \mathcal{H}_{h/N} \mathbf{L}_N^{-1} \\ &= z^{-m} F_{dN}, \\ F_{dN} &:= \mathbf{L}_N S_{h/N} F \mathcal{H}_{h/N} \mathbf{L}_N^{-1} \\ \tilde{G}_{N12} &= \mathbf{L}_N S_{h/N} (-P) \tilde{\mathcal{H}}_h \\ &= -\mathbf{L}_N S_{h/N} P \mathcal{H}_{h/M} \mathbf{L}_M^{-1} \\ &= -\mathbf{L}_N S_{h/N} P \mathcal{H}_{h/N} \mathbf{L}_N^{-1} V_u \\ &= -P_{dN} V_u, \\ P_{dN} &:= \mathbf{L}_N S_{h/N} P \mathcal{H}_{h/N} \mathbf{L}_N^{-1} \\ V_u &:= \text{diag}\{v\} \in \mathcal{R}^{N \times M} \quad v := [1, \dots, 1]^T \in \mathcal{R}^l \\ \tilde{G}_{N21} &= S_h F \mathcal{H}_{h/N} \mathbf{L}_N^{-1} \\ &= V_y \mathbf{L}_N S_{h/N} F \mathcal{H}_{h/N} \mathbf{L}_N^{-1} \\ &= V_y F_{dN} \\ V_y &:= [1, 0, \dots, 0] \in \mathcal{R}^{1 \times N} \end{aligned}$$

ここで, 等式 $\mathcal{H}_{h/M} \mathbf{L}_M^{-1} = \mathcal{H}_{h/N} \mathbf{L}_N^{-1} V_u$ および $S_h = V_y \mathbf{L}_N S_{h/N}$ を用いた. また F_{dN} , P_{dN} はそれぞれ N 入力 N 出力の離散時間 LTI システムとなる [1]. 例えば $P(s)$ の状態空間実現を (A, B, C, D) とおくと P_{dN} の状態空間表現は次式で与えられる.

$$P_{dN} = \begin{bmatrix} A_d^N & A_d^{N-1} B_d & A_d^{N-2} B_d & \dots & B_d \\ C & D & 0 & \dots & 0 \\ C A_d & C B_d & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C A_d^{N-1} & C A_d^{N-2} B_d & C A_d^{N-3} B_d & \dots & D \end{bmatrix}$$

$$A_d := e^{Ah}, \quad B_d := \int_0^h e^{A\tau} B d\tau$$

以上より FSFH 近似離散時間系 $\tilde{G}_N$ を用いて (1) 式は

$$\left\| \begin{bmatrix} \tilde{G}_{N11} + \tilde{G}_{N12} \tilde{K} \tilde{G}_{N21}, r \sqrt{\frac{N}{h}} \tilde{G}_{N12} \tilde{K} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < \gamma$$

で近似され, 問題 1 は近似的に有限次元離散時間系の問題に帰着される. 対応する離散時間 H^{∞} 設計のプロック線図を Fig. 8 に示す. これにより設計されたフィルタ $\tilde{K}(z)$ より, (4) 式の変換を用いてインターポレーションフィルタ $K(z)$ が得られる.

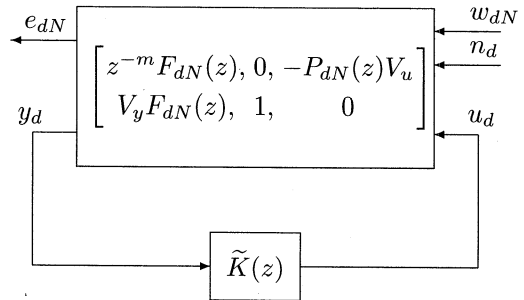


Fig. 8 Discrete-time system approximated by FSFH (2)

4. 設計例

ここでは, 3. の結果を用いてインターポレーションフィルタのサンプル値 H^{∞} 設計を行う.

4.1 外乱 $n_d = 0$ の場合

ここでは量子化誤差である外乱 n_d を考慮しない設計例を示す. 設計のパラメータは, サンプル周期 $h=1$, 遅れステップ $m=2$, アップサンプラの定数 $M=2$ とし, 入力帯域制限フィルタとして

$$F(s) = \frac{1}{(0.70223s+1)(7.0223s+1)}$$

を用いる. これはオーケストラの楽音のエネルギー分布をシミュレートしたものである. また $P(s)=1$ とする. これらのパラメータのもとで, 評価式 (1) における γ を最小化するフィルタ $K(z)$ を FSFH の手法を用いて設計する. ここで FSFH の分割数を $N = M \times 4 = 8$ とする. 本設計手法の有効性を確かめるため, 信号処理でよく用いられる Johnston フィルタ [6] と比較する.

得られたフィルタのゲイン特性を Fig. 9 に示す. 実線がサンプル値設計によって得られたフィルタ ($K_{SD}(z)$)

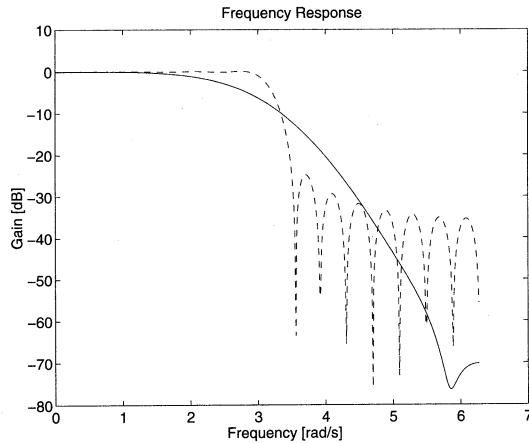


Fig. 9 Frequency response of interpolation filter: $K_{SD}(z)$ (solid) and $K_J(z)$ (dash)

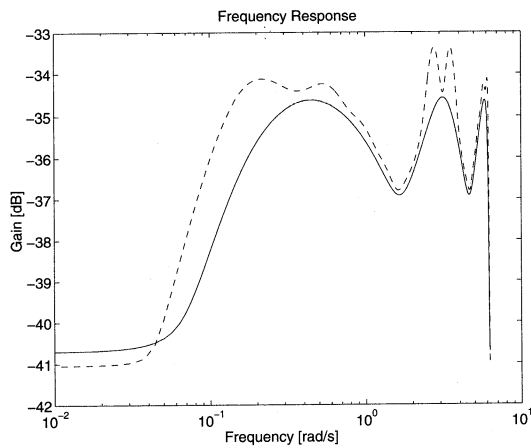


Fig. 10 Frequency response of error system T_{ew1} : sampled-data H^∞ design (solid), Johnston filter (dash)

とする), 破線が Johnston フィルタ ($K_J(z)$ とする) のゲイン特性である。フィルタの次数は $K_{SD}(z)$ が 7 次, $K_J(z)$ が 31 次である。Johnston フィルタはカットオフ周波数 (π [rad/s]) から急峻に減衰している。信号処理でのフィルタ設計では, カットオフ周波数での減衰がなるべく急峻となるように高次のフィルタが用いられるが, サンプル値設計によるフィルタ $K_{SD}(z)$ は緩やかな減衰を示している。これらのフィルタによる信号復元の誤差系 T_{ew1} の周波数応答¹を Fig. 10 に示す。サンプル値設計によるフィルタ $K_{SD}(z)$ の次数が 7 次と低いにもかかわらず, 31 次の Johnston フィルタよりも良い特性を示している。これらのフィルタ特性の違いを見るために, 入力 w_c を矩形波としたときの, それぞれのフィルタでの信号復元を Fig. 11, Fig. 12 に示す。

¹ここでの誤差系の周波数応答は連続時間入出力信号を考えたサンプル値系の周波数応答である。サンプル値系の周波数応答については参考文献 [11,12]などを参照のこと。以下の誤差系の周波数応答も同様である。

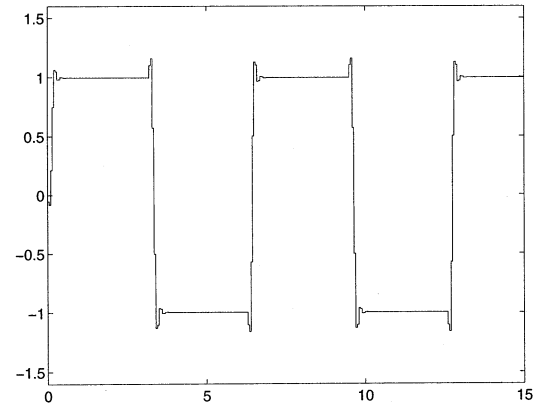


Fig. 11 Time response (sampled-data design)

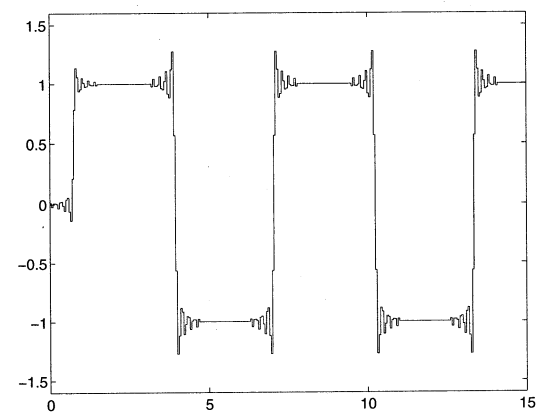


Fig. 12 Time response (Johnston filter)

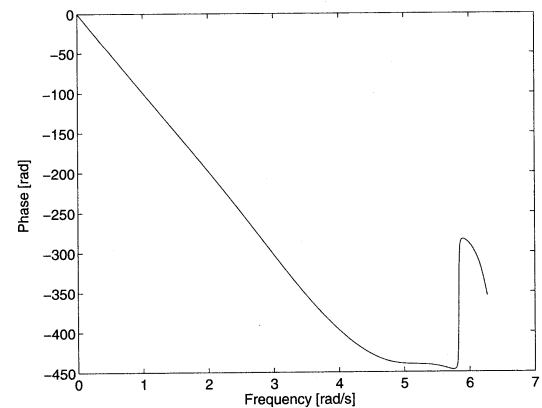


Fig. 13 Phase diagram for K_{SD}

Johnston フィルタの応答には大きなリングングが生じている。これは急峻なカットオフ特性によって生じたギブス現象であると考えられる。一方, 提案手法はサンプル値 H^∞ 制御を用い, ナイキスト周波数以上の高周波成分も考慮した設計であるので, 矩形波応答にはリングングが少なく, きれいに再現できていることがわかる。またサンプル値設計のフィルタ $K_{SD}(z)$ の位相特性を Fig. 13 に示す。これよりカットオフ周波数付近まではほぼ線形位相特性を示していることがわかる。なお,

Johnston フィルタは全周波数で線形位相特性を持つ。

4.2 外乱 n_d を考慮した場合

ここでは量子化雑音を考慮した設計を示す。問題 1 における評価 (1) 式において 重み r を適切に設定することにより、信号復元の精度と量子化雑音の低減を同時に考慮できる。

設計パラメータは 4.1 と同様とし、重み r を 0 から 2 まで変化させて、 H^∞ 設計を行う。すなわち評価式 (1) における γ を最小化するフィルタ $K(z)$ を FSFH の手法を用いて設計する。FSFH の分割数は $N = M \times 4 = 16$ とする。ここで、信号 w_c から 復元誤差 e_c までのシステムを T_{ew1} 、雑音 n_d から e_c までのシステムを T_{ew2} とおき、最適設計されたフィルタを用いたときの $\|T_{ew1}\|_\infty$ と $\|T_{ew2}\|_\infty$ をそれぞれ γ_{opt1} , γ_{opt2} とおく。重み r に対する γ_{opt1} と γ_{opt2} を Fig. 14 に示す。この図より $r=1$ のとき $\gamma_{opt1} = \gamma_{opt2}$ となることがわかる。また r を大きく取れば γ_{opt1} は 1 に近くなるが、これは $r \rightarrow \infty$ のとき最適な $K(z)$ が 0 に近づくため、 $\|T_{ew1}\|_\infty \rightarrow \|e^{-Ls}F(s)\|_\infty = \|F(s)\|_\infty = 1$ となるからである。しかし実際は、量子化雑音の大きさは信号復元の誤差に比べ十分小さいと考えられるので、重み r は大きくとる必要はない。

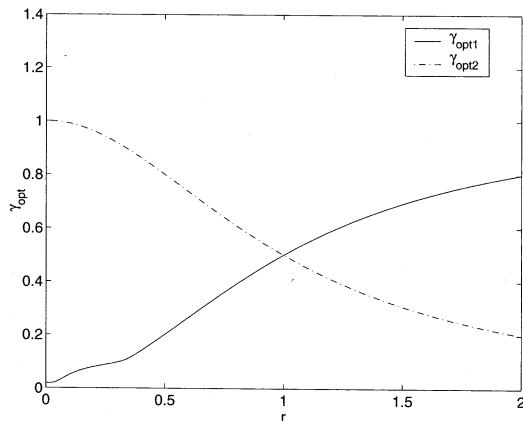


Fig. 14 Weight r vs γ_{opt1} (solid), γ_{opt2} (dash-dot)

次に $r=0.025$ としてフィルタ $K(z)$ を設計し、参考文献 [5] の H^2/H^∞ 設計法 (FIR 型フィルタ設計) と比較する。得られたフィルタのゲイン特性を Fig. 15 に示す。また、誤差系 T_{ew1} , T_{ew2} の周波数応答をそれぞれ Fig. 16, Fig. 17 に示す。誤差系 T_{ew1} に関しては、提案手法と従来法は共に H^∞ 評価規範を用いた設計であり、低周波域と高周波域において差がみられるものの、どちらが良いかは一概に言えない。一方、誤差系 T_{ew2} を見ると、低周波では従来法・提案手法ともに雑音は除去できていないが、高周波においては提案手法の方が雑音をより除去できていることがわかる。これは、元信号 (Fig. 2 の y_c) には低周波成分が多く含まれ、これと量子化雑音 n_d の低周波成分とは区別できないため、両者ともに低

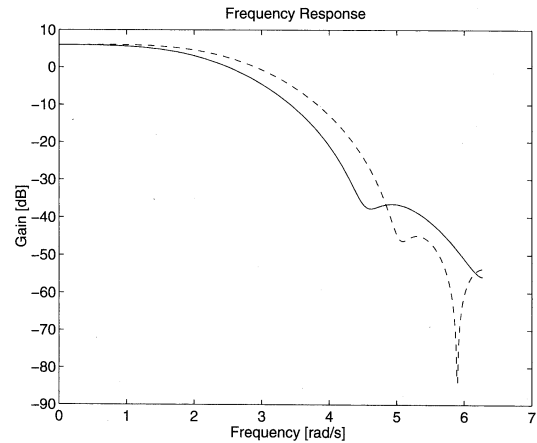


Fig. 15 Frequency response of filter: H^∞ design (solid) and H^2/H^∞ design (dash)

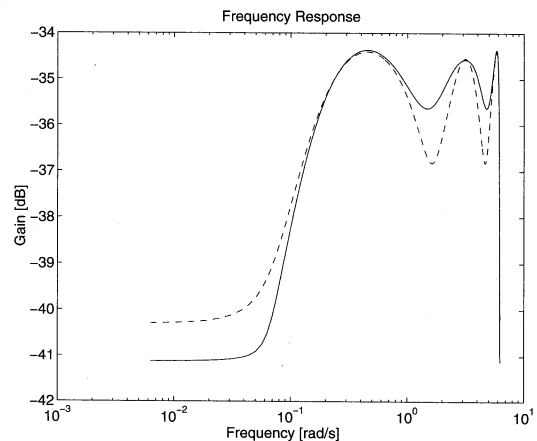


Fig. 16 Frequency response of error system T_{ew1} : H^∞ design (solid) and H^2/H^∞ design

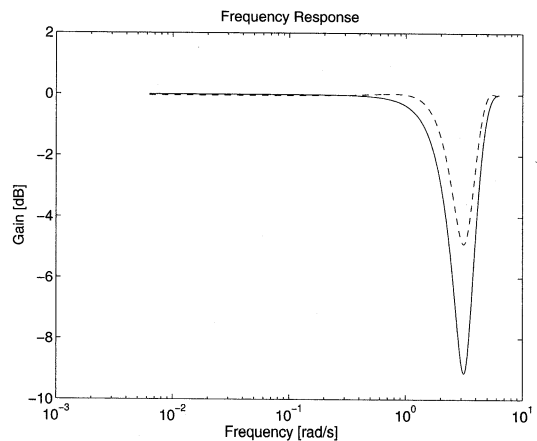


Fig. 17 Frequency response of error system T_{ew2} : H^∞ design (solid) and H^2/H^∞ design

周波では雑音を除去できないためであると考えられる。従来法では量子化誤差を白色雑音でモデル化し H^2 設計を行っているが、このように低周波雑音を除去できないことを考えれば、高周波域で雑音をより除去している提

案手法が量子化雑音に対して有効であると考えられる。

5. おわりに

本論文ではインターポレータにおけるデジタルフィルタ設計問題をマルチレートサンプル値 H^∞ 設計問題として定式化し、設計問題が有限次元離散時間系の H^∞ 設計問題に帰着されることを示した。従来の信号処理では、インターポレーションフィルタには急峻なカットオフ特性を持つフィルタが用いられているが、アナログの入出力までを考慮した場合、このような特性は必ずしも良いとは言えないことを設計例によって示した。さらに、従来では白色雑音としてモデル化される量子化誤差による雑音の除去を H^∞ 評価規範を用いて行い、周波数領域で従来よりも良好な結果を得た。

参考文献

- [1] T. Chen and B. A. Francis: *Optimal Sampled-Data Control Systems*, Springer (1995)
- [2] T. Chen and B. A. Francis: Design of multirate filter banks by $\mathcal{H}_\infty$ optimization; *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 5P-43, pp. 2822–2830 (1995)
- [3] H. Fujioka, S. Hara and H. Nakamura: Mixed $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ control for sampled-data feedback systems; *Proc. of 1st ASCC*, Vol. 3, pp. 61–64 (1994)
- [4] N. J. Fliege: *Multirate Digital Signal Processing*, Wiley (1994)
- [5] 石井, 山本: マルチレート D/A 変換器のサンプル値 H^∞ , H^2/H^∞ 設計; システム制御情報学会論文誌, Vol. 11, No. 10, pp. 585–592 (1998)
- [6] J. D. Johnston: A filter family designed for use in quadrature mirror filter banks; *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pp. 291–294 (1980)
- [7] J. P. Keller and B. D. O. Anderson: A new approach to the discretization of continuous-time controllers; *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 37, No. 2, pp. 214–223 (1992)
- [8] P. P. Khargonekar and Y. Yamamoto: Delayed signal reconstruction using sampled-data control; *Proc. of 35th Conf. on Decision and Control*, pp. 1259–1263 (1996)
- [9] D. G. Meyer: A new class of shift-varying operators, their shift-invariant equivalents, and multi-rate digital systems; *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 35, No. 4, pp. 429–433 (1990)
- [10] Y. Yamamoto, H. Fujioka and P. P. Khargonekar: Signal reconstruction via sampled-data control with multirate filter banks; *Proc. of 36th Conf. on Decision and Control*, pp. 3395–3400 (1997)
- [11] Y. Yamamoto and P. P. Khargonekar: Frequency response of sampled-data systems; *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 41, No. 2, pp. 166–176 (1996)
- [12] Y. Yamamoto, A. G. Madievski and B. D. O. Anderson: Approximation of frequency response for sampled-data control systems; *Automatica*, Vol. 35, pp. 729–734 (1999)
- [13] P. P. Vidyathan: *Multirate Systems and Filter Banks*, Prentice Hall, Englewood Cliffs (1993)
- [14] P. G. Voulgaris and B. Bamieh: Optimal $\mathcal{H}^\infty$ and $\mathcal{H}^2$ control of hybrid multirate systems; *Syst. Contr. Lett.*, Vol. 20, pp. 249–261 (1993)
- [15] G. Zelniker and F. J. Taylor: *Advanced Digital Signal Processing: Theory and Applications*, Marcel Dekker (1994)