

Theorems on the extension of solutions  
(Corrections and supplements)

東大 理 金子 晃

数理解析研究所講究録 162 に載った私のノートが定理が不完全であった、誤りの指摘と反例だけは印刷に間に合ったが定理の修正版が間に合わなかったのも、ここにその他の Errata 及びその後得られた結果などと合わせて載せることとした。今回のシンポジウムに於ける話とは無縁のものであるがお許し願いたい。

§ 1 への supplement

果  $p(D)$  が (hyperfunction の意味で)  $(0, \dots, 0, 1)$  方向に双曲型であるとき、その propagation cone を  $C$  とする。このとき定理 1.4 の条件 (4) は次と同値になる。

(4)  $\Leftrightarrow p$  は双曲型 かつ  $\forall a \in K$  に対し  $a + C \cap H \subset K$ .  
(特に  $p$  が双曲型で  $K$  が十分開きの大きい cone の形をしているならば  $\beta_p(U \setminus K) / \beta_p(U) = 0$  となる。このことは断っておかねば後には引用できない。)

## § 2. corrections and supplements

單.  $[u] \in H_k^0(U, \beta)$  を  $u$  の  $\gamma$  拡張とし Lemma 2.2 の証明中において  $[[Xu]]$  を  $[[X[u]]]$  で置き換える。  
 釋. p. 6 ↑  $\gamma$  及び ↑ 1  $[[p(D)(Xu)]]_0$  は  $\overline{[[p(D)(Xu)]]}$  とする。

釋. Theorem 2.4. 1) は次のように改良できる:  $(0, \dots, 0, 1)$  に収束する方向の列  $\nu_\lambda^{(k)}$ ,  $k=1, 2, \dots, 2^n$ ,  $p_\lambda$  が各  $\nu_\lambda^{(k)}$  方向に双曲型であるようなものが存在する。この部分の証明の方針は同様である。

釋. Theorem 2.4. 2) は次のように訂正する。方向  $\nu_\lambda \in \mathbb{R}^{n-1}$  で、a)  $K \subset \{ \langle \nu, x \rangle = 0 \}$  b)  $\nu_\lambda$  は  $p_\lambda$  の非特性方向であり、 $p_\lambda(\tau \nu + \zeta', \zeta_n)$  の各根  $\tau$  は  $\zeta' \in \mathbb{C}^{n-1}$  を固定する毎に

$$|\operatorname{Im} \tau(\zeta_n)| \leq \varepsilon |\zeta_n| + C_\varepsilon \quad \forall \varepsilon > 0, \exists C_\varepsilon > 0$$

なる評価を満たす。

直につけ加えたのは  $K$  の条件である。なお  $K$  のこの条件を落とすと反例ができることは末尾の Errata に記して通りであるが、その反例は  $\log$  の中の第二項の前に因子  $\frac{1}{1-k^2}$  が落ちている。同様のことはウルトラ双曲型方程式についても云える。

單. Proposition 2.6 の主張及び証明中の  $|\operatorname{Re} z|^q$  を

$a \operatorname{Re}(-\sqrt{1}z)^{\frac{1}{2}}$  でおき換える。ここに  $( )^{\frac{1}{2}}$  は主枝を表わす。

P. 11 ↓ 7 の all the constants except 云々は削除、代わりに定数  $C$  に suffix をつけて  $C_{\zeta}$  とする。その  $f, g$  も  $f_{\zeta}, g_{\zeta}$  とした方がわかり良いかもしれない。P. 12 ↓ 5 の値  $\alpha'$  は、この Proposition を応用する際は  $2|z|^2 \leq 2 \operatorname{Re}(-\sqrt{1}z)^{\frac{1}{2}}$  のように用いる。 ( $\operatorname{Im} z \geq 0$ )。

要略 P. 12 ↑ 1 ~ P. 13 ↓ 4 で述べ捨てられた主張を証明して置く。  $\phi(\zeta) = 0$  を  $\zeta_1$  について解いて (11), (12) に代入してみると、

$$(11') \quad |\tilde{\alpha} \cdot u(\zeta'', \zeta_n)| \leq C_{\zeta'', \varepsilon} \exp(\varepsilon |\zeta_n|)$$

$$(12') \quad |\tilde{\alpha} \cdot u(\zeta'', \zeta_n)| \leq C_{\varepsilon} \exp(\varepsilon |\zeta''| + \varepsilon |\zeta_n| + H_L(\zeta'', \zeta_n))$$

となる。(  $K \subset \{x_1 = 0\}$  かつ  $H_L(\zeta)$  には変数  $\zeta_1$  は含まれない。 ) (11'), (12') から本当に次の (13') が得られる。

$$(13') \quad |\tilde{\alpha} u(\zeta'', \zeta_n)| \leq C_{\varepsilon} \exp(\varepsilon |\zeta''| + \varepsilon |\zeta_n| + H_{L,K}(\zeta'', \zeta_n))$$

この証明は、例えば基本対称多項式を用いて  $\tilde{\alpha} u(\zeta'', \zeta_n)$  から  $\zeta'', \zeta_n$  の整函数をつくり、それを Fourier-Laplace 像とする解析汎函数の porter の一意性に帰着させて行うことが出来る。(13') を (13) にもどせば命題 1.4 と定理 2.1 により Theorem 2.4, 2) の証明が完成したことになる。

要略上に述べた porter の一意性はいくらもゆるい条件で成

り立つので、同様の方法で次の証明できる。

定理.  $x' \in \mathbb{R}^{n-1}$  の適当な座標系に対し  $\zeta'' = (\zeta_2, \dots, \zeta_{n-1})$ ,  $\zeta' = (\zeta_1, \zeta'')$  とおく。添字集合  $\{2, \dots, n-1\}$  の適当な部分集合  $I$  をとるとき、既約多項式  $P$  の零点  $\zeta \in N(P)$  に対し 2 次の二つの評価式が成り立つとする: 任意の  $\varepsilon > 0$  に対し適当な  $C_\varepsilon > 0$  が存在して

$$|\operatorname{Im} \zeta_1| \leq \varepsilon |\zeta''| + \varepsilon |\zeta_n| + A |\operatorname{Re} \zeta^I| + b |\operatorname{Im} \zeta''| + C_\varepsilon$$

$$|\operatorname{Re} \zeta^I| \leq \varepsilon |\zeta| + B |\operatorname{Im} \zeta'| + C_\varepsilon$$

ここに  $b, A, B$  等は  $\varepsilon = 1$  による正定数であり  $|\operatorname{Re} \zeta^I| = \sum_{i \in I} |\operatorname{Re} \zeta_i|$  の意味である。このとき  $\sigma_P(U, K) / \sigma_P(U) = 0$ 。

この例には熱方程式  $\zeta_1^2 + \dots + \zeta_{n-1}^2 - \sqrt{-1} \zeta_n$  が入るので、熱方程式に対しては  $\varepsilon$  が太っていても連続定理が成り立つことになる。

### 文献

Theorem 2.4 correction の部分については Proc. Japan Acad. 49-1 (1973), 1-3 に概報, 詳しい証明は On continuation of regular solutions of partial differential equations with constant coefficients, J. Math. Soc. Japan (to appear) を見られたい。  
最後に述べた結果は revision の際つけ加えられた。