

境界条件による洪水流の変形に関する研究

(第 2 報)

芦田 和 男・高橋 保

ON THE FLOOD PROPAGATION THROUGH BACKWATER REACH (2)

By Kazuo ASHIDA and Tamotsu TAKAHASHI

Synopsis

In this paper, various phenomena of flood wave propagating through backwater reach which is bounded at down-stream by the constant water-depth is discussed by the experiments conducted in an experimental flume for flood wave (150m in length, 60cm in width).

The phenomena of flood in such region are different in many points from those in a prismatic channel. For example : if the rate of increase of discharge of flood is rapid enough, the stage is higher than that of steady flow corresponding the maximum discharge of flood ; the peak of stage occurs before the occurrence of discharge maximum ; the propagation speed of stage maximum and of discharge is very high and under some conditions the stage maximum occurs at down-stream before it appears at upper-stream ; deformation of discharge hydrograph is little ; etc.

The authors studied the propagation phenomena of flood wave in such a case, and tried to explain the various characteristics mentioned above using the equation of motion on the assumption that in the back-water reach, in particular near the boundary, the curvature of water surface is small and so the surface can be considered to change its level linearly to down-stream direction. This assumption is valid in the range of experiments.

The authors succeeded in explaining these characteristics and found the condition under which the stage of flood exceed the steady state. And finally they refer to the results of measurements of velocity distribution and the adoptability of the Chézy type resistance law.

1. 緒 論

洪水流の水利学的解析は一様河道においてかなり発展してきているが、実際河川の洪水流を取扱かう場合には複雑な境界条件、河道条件下における挙動を究明しなければならない。このようなことから著者らは前報¹⁾において下流側の境界条件が洪水流の変形と伝播に与える影響の顕著な例として、固定堰によるせき上げ背水領域における洪水流の挙動について、とくにせき上げがあまり小さくなくて、いわゆる遷移領域が相対的に重要な意味を持つ場合について実験的検討を加えたが、今回はもう少し単純な境界条件として、下流端における水位が一定という場合を考えることにする。

このような境界条件は実際にも、常時満水位にしておくことが望ましい発電用貯水池のダム操作において満足される場合が多く、また比較的潮汐による水位変動の小さい河口部でも満足されるだろう。また支川の洪水が本川に合流する場合、支川の下流端は本川の出水状況に応じた水位となるが、このような場における洪水流を取扱かうためにもこの境界条件下の洪水流の挙動が明らかであれば多いに参考にすることができるであろう。このように実際河川においてもしばしばあらわれる水位一定の境界条件下の洪水流については、

従来下流側に対しては(流入量)=(流出量)という関係によって、また上流側の最大水位は最大流量に対する定常水深から求めるということによって追跡が行なわれているようで、その境界条件の影響領域内の変形と伝播の内部機構についてはほとんど研究がなされていない現状である。そこで著者らは、このような境界条件下のせき上げ領域における洪水流の挙動を、とくにその非定常性すなわち加速度項の影響に着目しながら実験的に考察を進める。

2. 実験の概要

実験に用いた水路は前報の際に用いたのと同じで断面 $60 \times 60 \text{ cm}$ 、長さ 150 m 、こう配 $1/500$ の鋼製で、水路底は継目の凹凸をカバーするために刷毛仕上げのモルタルになっている。水路下流端は $3 \times 3 \text{ m}$ のプールになっており、プール出口の自由越流型刃型堰を上下することによって下流端水位が調節されしかも流量の検出ができる。この下流端の堰はプール水面に浮かべた浮子の上下によって開閉するスイッチとモーターによって自動的に所定の位置に設置されるようになっている。

洪水は空気圧式の自動制御装置によって発生させ、水路上流端の刃型堰によって流量検出を行なった。

実験の種類は Table 1 に示すもので、その方法はまず基底流量 5 l/s の時に下流端の堰を適当な高さに設置し、その時の下流端における定常水位を実験継続中保持するようにして行なった。なお実験 4-1 は

Table 1 Kinds of Experiments

Run No.	Base Discharge (l/s)	Max. Discharge (l/s)	Duration Time (min)	Constant Water Depth of the lower End of Channel (cm)
1-1	5	31.5	7	5.6
1-2			9	
1-3			11	
2-1	5	31.5	7	16
2-2			9	
2-3			11	
3-1	5	31.5	7	20.8
3-2			9	
3-3			11	
4-1	5	31.5	7	Experiment in Rigid weir initial Depth 16cm

Bed slope $i=1/500$

前報で述べた固定堰による境界条件の作用下におけるものとの比較をするために行なった実験である。

水位の測定は Table 2 に示す測点において電気抵抗線式水位測定装置によって行なった。また断面中央における流速分布をピトー管および耐圧 20 gr/cm^2 の差圧計によって測定した。

なお実験洪水と実際河川における洪水との相似性について簡単にふれよう。実験 3 あるいは 2 のように堰上げのかなり大きな場合については Froude の相似則そのものについての検討をも必要とするがここでは単純に最上流における流量波形について考えることにする。いま実験水路幅 60 cm が 100 m に対応するものとし歪みはないものとすれば長さの縮尺は $1/167$ 、時間縮尺は $1/13$ 、流量縮尺は $1/36300$ ということになり、例えば実験 1-1 の流量波形は継続時間 91 min 、最大流量 $1,140 \text{ m}^3/\text{s}$ の洪水ということになる。これは実際

Table 2 Arrangement of Measuring Stations

Station No.	Distance from the Upper End of Channel (m)
1	18
2	34
3	56
4	78
5	88
6	98
7	110
8	120
9	135
10	147

河川において通常見られる洪水にくらべて非常に急激であるが、比較的急こう配の実験水路において非定常性の影響を顕著に得るためにあえて採用したものである。しかし実際河川においても例えば上流のダム急激な放流のためにおこる洪水などではかなり急激な場合が予想されて実際河川の洪水現象との関連においてもこのような実験は十分に意味のあるものである。

3. 実験結果とその考察

(1) 水位～時間曲線：各測点における基底流量を流したときの水位からの水位上昇量

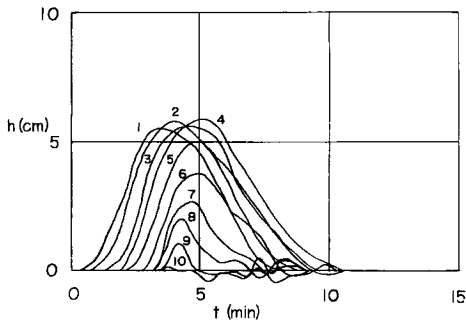


Fig. 1 (1). stage hydrograph (Exp2-1).

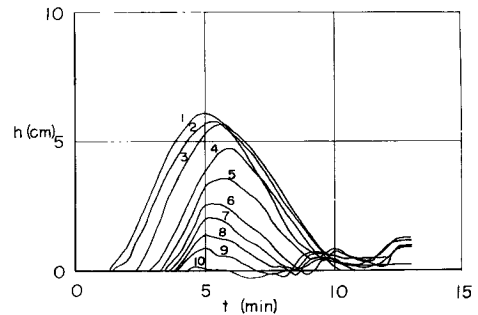


Fig. 1 (2). stage hydrograph (Exp3-2).

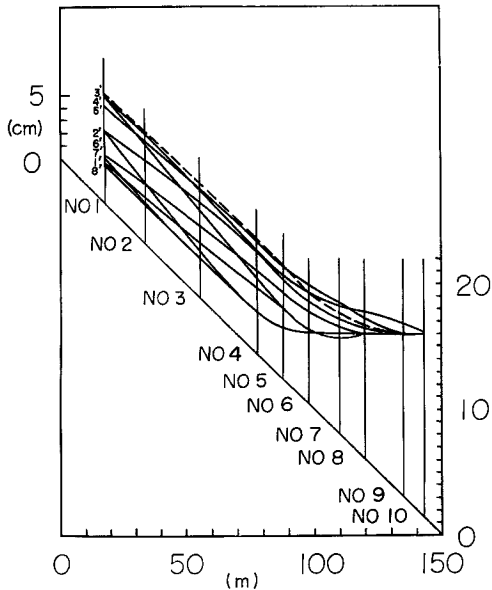


Fig. 2 Water-level profile (Exp2-1)

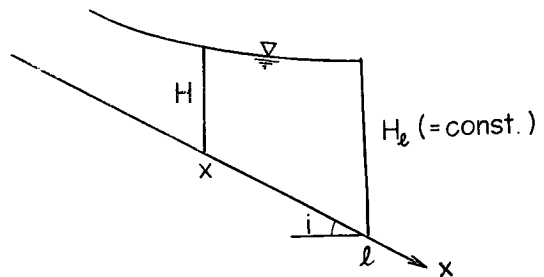


Fig. 3 Schematic diagram.

を h として $h \sim t$ 曲線を実験 2-1, 3-2 を例にとって示すと Fig. 1 (1), (2) のようになる。測点 10 においては境界条件が完全に満足されたときには $h=0$ の直線にならなければならないが、実験に用いた下流端の堰の運動機構上多少の変動はさけられない。とくに洪水の終末期において変動が大きくなっているが、主要部分の通過までは変動は比較的小さいので境界条件が満足されていると考えてよいであろう。これらの図より下流端から上流へある範囲にわたって h が急激に減少していくようす、水位ピークの生起時刻などの関係がわかるがそれらについては後に考察する。

(2) 縦断形状：同時刻水位の縦断形状の 1 min, ごとの時間的変化の 1 例を示すと Fig. 2 のとおりである。図中破線で示したのは境界条件の作用領域の入口付近の最大流量に近いとおもわれる定常流量 31l/s に対する水面形状である。上流の実用的には境界条件が作用していないと考えられる領域(一様河道領域)では、ピーク近傍において加速度項は水面こう配項および摩擦項にくらべて小さく、最大水位はこの定常水位に近くなる。しかし下流のせき上げ領域では洪水水位の方が定常水位よりもかなり大きくなっている。すなわち最大流量に対する水位が安全側の水位を与えるという従来の考え方とは逆の結果が出ているわけで、これは加速度項の影響と考えられるが、この点に関してもう少し考察を進めることにする。

いま境界条件の作用領域における水位ピークについて考えることにしよう。Fig. 3 のように記号をとると、任意の点 x における水深 H は、

$$H = H_l - \int_x^l \frac{\partial H}{\partial x} dx \quad \dots\dots\dots (1)$$

与えられる。(1) 式を t で微分すると H_{peak} では $\partial H / \partial t = 0$ であることから

$$-\int_x^l \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) dx = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。ところでせき上げ領域では、とくに下流端近傍において各時刻の水面形の曲率は小さく、かなりの精度で点 x から l までの水面が直線的に変化すると考えてもよいであろう。すなわち

$$H = f(t)(x-l) + H_l \quad \dots\dots\dots (3)$$

という関係が成立するものとすれば(2)式より

$$-\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。すなわち水面変動が(3)式のように仮定される場合には水位ピークは $\partial H / \partial x$ が最小すなわち水面こう配最大時に生ずることになる。ただし境界条件作用領域の入口付近では曲率が大きくなるので上の仮定は成立しなくなるので以下の議論ではこのような所は対象としないことにする。

単位幅当りの流量を q とあらわし、広幅長方形断面とすると $\partial H / \partial x$ は $\partial H / \partial t = 0$ の場合には、

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{i - \frac{q^2}{C^2 H^3} - \frac{1}{gH} \frac{\partial q}{\partial t}}{1 - \frac{q^2}{gH^3}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。定常流に対する水深を H_s と書くと、

$$-\frac{\partial H_s}{\partial x} > -\frac{\partial H}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (6)$$

のとき $H > H_s$ となる。ただし

$$-\frac{\partial H_s}{\partial x} = \frac{i - \frac{q_s^2}{C^2 H_s^3}}{1 - \frac{q_s^2}{gH_s^3}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

いま考えているような $q_s^2 / gH_s^3 = F_{rs}^2 < 1$ の場合に(6)式が満足されるのは

$$\frac{q^2}{H^3} + \frac{1}{g} \frac{C^2(1-F_{rs}^2)}{1-C^2i/g} \cdot \frac{1}{H} \frac{\partial q}{\partial t} > \frac{q_s^2}{H_s^3} \quad \dots\dots\dots (8)$$

の場合である。すなわち H ピーク時に $\partial q/\partial t > 0$ であれば、そのときの $\partial q/\partial t$ の値が十分大きいとき $H > H_s$ となるわけである。したがって前報で明らかにように固定堰によるせき上げ背水領域における洪水流のように水位ピークが流量ピークの後にくるような場合には $H > H_s$ になることはない。しかし下流水位一定の境界条件下では後述するように水位ピークが流量ピークよりも先に生じており、実験波形の $\partial q/\partial t$ の値がかなり大きいことから $H > H_s$ となったものと考えられる。さらにわかりやすくするために下流端一定水位地点近傍に議論をかぎるならば、 $H \doteq H_l (= \text{const})$ と考えてよいから $\partial H/\partial t \doteq 0$ である。したがって、

$$\frac{\partial q}{\partial t} > \frac{g(1-C^2i/g)}{C^2H_l^2(1-F_{rs}^2)} \left(1 - \frac{q^2}{q_s^2}\right) \dots\dots\dots (9)$$

という q と $\partial q/\partial t$ の関係が満足されるような時間にはそれよりも上流側の水位が定常水位よりも高くなるわけである。(9) 式は分母に H_l を含んでおりせき上げの親模が大きいほど $\partial q/\partial t$ の小さいゆるやかな洪水でも定常水位より高い水位の生ずる可能性の大きいことがわかる。いま実験 2-1 の場合について (9) 式を検討すると $g(1-C^2i/g)/C^2H_l^2(1-F_{rs}^2)$ は 4.5×10^{-5} の order, $\partial q/\partial t$ は上流端で 5.7×10^{-4} の order であり $\partial q/\partial t$ が 1 order 大きいことがわかる。しかし (8) 式あるいは (9) 式が成立するかどうか、あるいは H ピークの値はこのような場における流量伝播の機構が解明されなければわからないがそのことについては後に考察する。

(3) 水位～流量曲線：(2) で述べたように定常水位よりも洪水水位が高くなるためには水位ピーク時には流量は増加の状態になければならないが、実験 3-1 について水深～流量曲線を示すと Fig. 4 のように

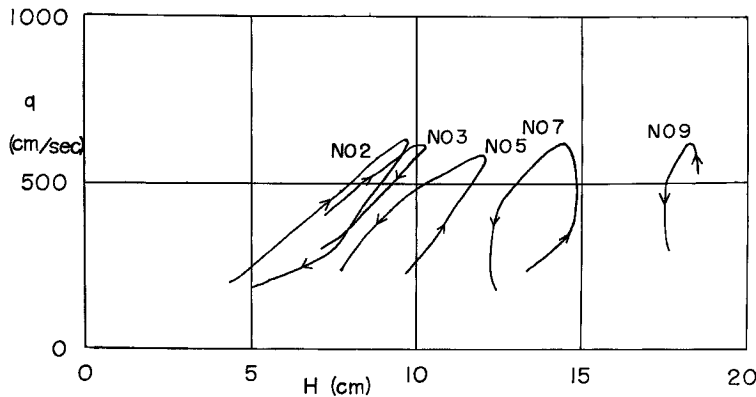


Fig. 4 Stage~Discharge diagram (Exp3-1).

なり上流一様河道領域から背水領域に入ってループが逆になっている（ただし q は断面中央における流速分布の実測値から求めた単位幅当りの流量である）。また最下流に近い測点 9 におけるループは H の変動が小さいので H 軸に垂直に近い細いループになっているが上流へしだいに丸味を帯びしかも傾きを持つようになり、その傾きは上流の一様河道のものに近くなる。ループが丸味を帯びるのは固定堰の場合の遷移領域にも見られる現象で、このような場所では運動方程式中の各項の order が同程度になり解析が困難であろう。つぎにこのような境界条件が作用する場合にループが一様河道におけるものとは逆に回転するということが一般的にいえることであるかどうかを検討する必要がある。そこでいま水位ピーク時を考えると (4) 式より、

$$\frac{2q}{C^2H^3} \left(\frac{C^2i}{g} - 1\right) \frac{\partial q}{\partial t} + \left(1 - \frac{q^2}{gH^3}\right) \frac{2q}{gH^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \frac{1}{gH} \left(1 - \frac{q^2}{gH^3}\right) \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{2q}{g^2H^4} \left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)^2 = 0 \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。(10)式は $\partial q/\partial t$ に関する2次方程式と見ることができるのでその2根を α, β ($\alpha > \beta$) とすると $\partial q/\partial t = \alpha$ のとき $\partial H/\partial x$ は極小値をとり水面こう配は最大となる。すなわちこのとき水位ピークが発生している。ところで、

$$\alpha\beta = -\frac{1}{gH^2} \left(1 - \frac{q^2}{gH^3} \right) \left(\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \frac{H}{2q} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \right) \dots\dots\dots(11)$$

であるから $\alpha\beta < 0$ のとき $\alpha > 0$ である。すなわち水位ピークの生起時には $\partial q/\partial t > 0$ であり $H \sim q$ カーブのループの回転方向は一様河道あるいは自由越流型固定堰による背水領域におけるものとは逆になる。

$\alpha\beta < 0$ になるためにはいま考えているような $F_r^2 = q^2/gH^3 < 1$ の場合には、

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \left(1 - \frac{H}{2q} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} / \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \right) > 0 \dots\dots\dots(12)$$

となる。ところで、同一の $\partial q/\partial t$ の値の伝播速度 ω を考えると、

$$d \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right) dx + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right) dt = 0 \dots\dots\dots(13)$$

であるから、

$$\omega = \frac{dx}{dt} = \frac{\partial^2 q / \partial t^2}{\partial^2 H / \partial t^2} \dots\dots\dots(14)$$

であり、したがって(12)式は

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \left(1 - \frac{H}{2q} \omega \right) > 0 \dots\dots\dots(15)$$

となる。ところが水位ピーク時には $\partial^2 H / \partial t^2 < 0$ であるので(15)式は $\omega > 2q/H$ のとき満足される。下流水位一定の境界条件作用領域においては水面の変動量は小さく、プール面積が小さい場合にはその領域内の貯留量は少ない。すなわち流量波形の変形は小さく、しかも流量の伝播速度は非常に速いものと考えられる。すなわち ω は平均流速 q/H にくらべてはるかに大きくなるものと予想される。したがってこのような境界条件の作用領域では水位ピークにおいて(15)式が常に成立しており流量ピークが水位ピークより遅れて生起することになり $H \sim q$ 曲線は通常とは逆のループを描くことになる。

(4) 伝播速度：洪水波の伝播速度といっても種々のものが考えられるが、ここでは水位のたちあがり(フロント)、水位ピークおよび流量ピークについて考えることにする。**Fig. 5 (1), (2), (3)**はそれぞれ

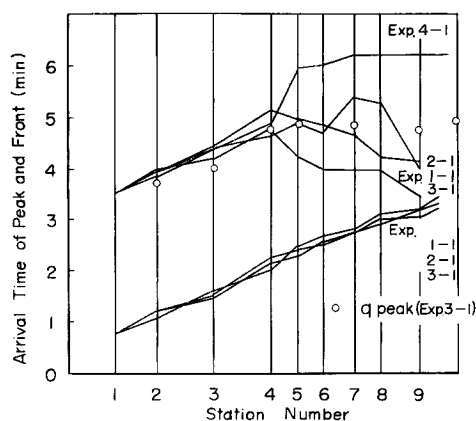


Fig. 5 (1) Propagation of Peak and Front.

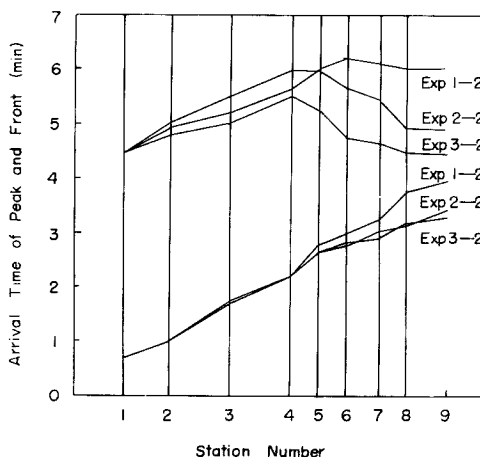


Fig. 5 (2) Propagation of Peak and Front.

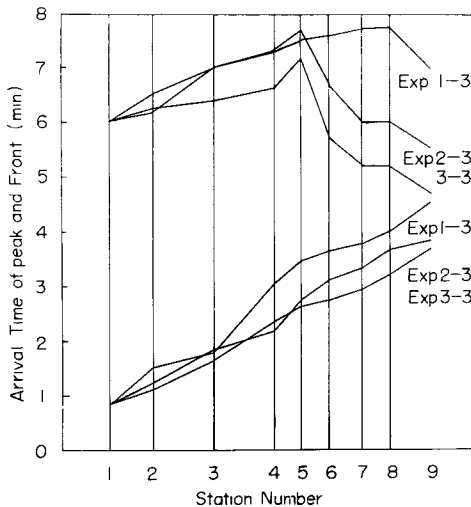


Fig. 5 (3) Propagation of Peak and Front.

から No. 9 まで到達するのに必要な時間はそれぞれ 2'48", 3'18", 3'42" となっており立ちあがりの急なものほど伝播速度が速くなっている。すなわち波の性格が強いわけである。水位ピークの伝播速度については一様河道で Kleitz-Seddon の式 $\omega = dq/dH$ が比較的よくあてはまることが知られておりこの場合にもそのようなになっているが、境界条件の作用領域に入ると下流側の方に先にピークが生じており、例えば実験 3-1 の測点 No. 9 ではフロントの到達とほとんど同時に水位ピークが生じている。したがって前報でとりあつた場合と比較するために行なった実験 4-1 の結果とくらべて背水領域での水位ピークの生起時刻は非常に早くなっている。

つぎにこのような現象がどのような条件の場合に発生するかを考える。水位ピーク時の $\partial q/\partial t$ の値は先に考察したことより正であることがわかったがその値は (10) 式より、

$$\frac{\partial q}{\partial t} = H \left\{ \frac{g^2}{2C^2} \left(\frac{C^2 i}{g} - 1 \right) + \sqrt{\left\{ \frac{g^2}{2C^2} \left(\frac{C^2 i}{g} - 1 \right) \right\}^2 + g \left(1 - \frac{q^2}{gH^3} \right) \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{H}{2q} \right)} \right\} \dots (16)$$

のように与えられる。つぎの項 (5) でみるようにこの背水領域においては $q \sim t$ 曲線はほとんど変形せず、しかも非常に速く伝播するので (16) 式中の $\partial^2 q/\partial t^2$ の値はそれほど大きく変化することは考えられず、けっきょく水位ピーク時の $\partial q/\partial t$ の値は H が大きいほど大きくなるであろう。ところでせき上げ背水条件下においては下流へ行くほど H が大きくなるから、下流側のピークは上流側に比べて $\partial q/\partial t$ の大きい値の時刻に生ずることになる。ところが今回の実験の流量波形では $\partial q/\partial t$ の値の最大は q ピークの時刻よりもかなり前にあり q ピーク近傍では $\partial q/\partial t$ は小さくなっている。したがって上流の H の小さい所では H ピークは q ピークの近傍で生じ、下流の H の大きい所では q ピークよりもかなり以前に H ピークが生ずるものと考えられるが、流量の伝播速度が非常に大きいことから、下流の水深の大きい方から上流の小さい所へと順々に水位ピークが生じたものと考えられる。なお実験装置の構造上今回はせき上げ背水条件でしか実験を行っていないが、多くの河口部のように洪水時には低下背水になる場合があり、このような場における下流水位一定の境界条件による洪水流については支配断面が生ずる場合も考えられて興味のある問題であるが、低下背水の場合の実例として江戸川における昭和33年9月の台風21号にともなう洪水の水位ピークの伝播状況を示したのが Fig. 6 である⁵⁾。この場合にもせき上げの場合と同じく下流側に先に水位ピークが発生している。このときの流量波形がどのようなになっていたか明らかでないが (16) 式において下流ほど H が小さいわけで、ピーク近傍に $\partial q/\partial t$ の最大があったのかもしれない。つぎに流量ピークの伝播速度は Fig. 5

の実験ケースについてフロント、水位ピークの伝播の状況を示したもので Fig. 5 (1) にはさらに流量ピークの伝播状況を示している。理論的なフロントの伝播速度はじょう乱の伝播速度すなわち長波の伝播速度に等しくなるはずであるが前報でも述べたように実際に記録から判別できる水面の立ちあがりの伝播速度はそれよりもかなり遅くなっている。このことについてはじょう乱波高が指数関数的に減衰することから説明がなされており²⁾、実質的なフロントの伝播速度は一様河道においては、実験洪水波においても実際河道においても水位ピークのそれとほぼ等しい速度で伝わり洪水波は一様進行流的性格を持つことが確かめられている^{3) 4)}。しかしフロントの伝播速度には加速度項の影響が顕著なことが予想され、いま例えば初期のせき上げ高さのあまり大きくない実験 1-1, 1-2, 1-3 において測点 No. 1

(1) にみるように水位ピークの伝播曲線が急に折れまがる付近から非常に速くなっている。もし境界条件の作用領域全体の水位が完全に一定に保持されるような場合には伝播速度は無限大になるわけであり、前項(3)で考察したようにこの領域での流量の伝播速度が非常に速いことがわかる。

(5) 流量時間曲線の変形：実験においては断面中央において流速分布をはかっておりそれから流量伝播の状況がわかるはずであるがデータの少ないことおよび下流のせき上げの大きい所では側壁の影響によって中央で測ったデータが大きすぎる流量を出すことが考えられるので、ここでは上流端発生流量および下流端流出流量の1例を Fig. 7 に示す。下流端流量曲線は堰の機能上かなり点かばらついているのを平均化したもので少し精度が劣るがやはりせき上げ高さの大きいものほど流量低減の小さいことがわかる。境界条件作用領域における流下にとまなう q ピークの変化は、 $\partial q / \partial t = 0$ であるから

$$\frac{dq}{dx} = \frac{\partial q}{\partial x} = -\frac{\partial H}{\partial t} \dots (17)$$

で与えられるが先の考察から

$\partial q / \partial t = 0$ のときには $\partial H / \partial t < 0$ 、したがって q ピークは流下にとまなうて増大することになり、一様河道領域における低減量との差が Fig. 7 にあらわれているわけである。流下にとまなうて q ピークが増大するという傾向は下流端の $q \sim t$ 曲線が上流端のそれとくらべて上昇期において $\partial q / \partial t$ の値が大きくなっていることから認められる。このような現象は結局水位ピークが流量ピークに先行するため、この領域内の貯留量の最大が流量ピークが流入するよりも以前に生じこの部分で流量の伝播が遅れるが、その後この貯留部分およびさらに大きい流入流量が加わって流出するために起るのであるからプールが小さくて貯留量が少ない場合にはこの流量増大効果は小さい。

(6) 運動方程式の各項の order 比較および基礎方程式：洪水流に対する不定流の運動方程式は、

$$-i + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{g} V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{V^2}{C^2 R} = 0 \dots (18)$$

連続式は、

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \dots (19)$$

であるが、(18) 式の各項の order を実験 3-1 の測点 No. 2 および No. 7 を例にとって示したのが Fig. 8

(1), (2) である。一様河道の領域とみなせる No. 2 においては水面こう配項および摩擦項がこの実験のように非常に急激な洪水波の場合でも加速度項に比べて大きく、加速度項を無視した取扱いによっても十分の精度が得られることがわかるが、No. 7 のようにせき上げの大きい領域に入ると各項が小さくなりとく

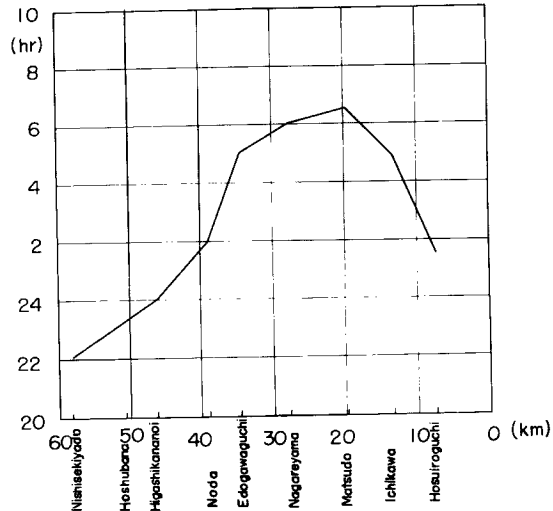


Fig. 6 Propagation of $h_{(peak)}$ in Edo River (1958. 9. 18~19).

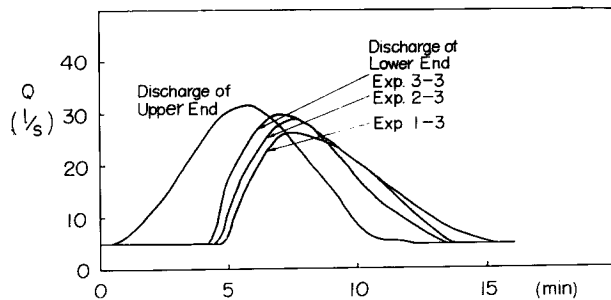


Fig. 7 Discharge hydrograph.

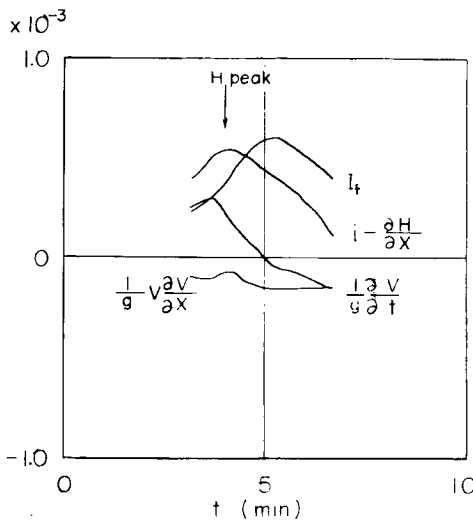


Fig. 8 (1) Comparison of order of terms in flood equation (Exp3-1, No. 7).

に水面こう配項および摩擦項が小さくなって各項は comparable となりいずれも無視することができなくなる。しかしこのままではこの領域での洪水流の特性がわからないのでもう少し(18), (19)式の変形を考えることにする。(18) 式中の加速度項を,

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{g} V \frac{\partial V}{\partial x} = \kappa i \dots \dots \dots (20)$$

と書くことにすると、運動方程式 (18) は、

$$q = CH^{3/2} \sqrt{(1-\kappa)i - \frac{\partial H}{\partial x}} \dots \dots \dots (21)$$

となる。 C を定数と考えて (19), (21) 式より洪水流の基礎方程式は

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{3}{2} \frac{q}{H} \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{q}{2[(1-\kappa)i - \partial H/\partial x]} \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} - i \frac{\partial \kappa}{\partial t} \right) \dots \dots \dots (22)$$

となる。ここに

$$\kappa = \frac{1}{g} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{2q}{H^2} \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{q^2}{H^3} \frac{\partial H}{\partial x} \right) \dots \dots \dots (23)$$

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \kappa}{\partial t} = & \frac{q^2}{gH^3} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{1}{gH} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{2q}{gH^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \frac{3}{gH^2} \frac{\partial H}{\partial t} \frac{\partial q}{\partial t} \\ & - \frac{q}{gH^3} \left(2 \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{3q}{H} \frac{\partial H}{\partial t} \right) \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{4q}{gH^3} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)^2 \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

一様河道においては非常に急激な洪水でなければ κ , $\partial \kappa / \partial t$ の項は小さく、

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{3}{2} \frac{q}{H} \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{q}{2(i - \partial H/\partial x)} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \dots \dots \dots (25)$$

と考えてよい。これは H について速水博士⁶⁾ が採用された基礎方程式とまったく同一であり、同じ方法によって q の解を得ることができる。

つぎに背水領域において κ の値をしらべると Table 3 のようになり κi の値は i にくらべて 1 order 小さい値であり i および $\partial H/\partial x$ にくらべて κi を無視してもよいであろう。つぎに (22)式 中の $\partial^2 q/\partial x^2$ と

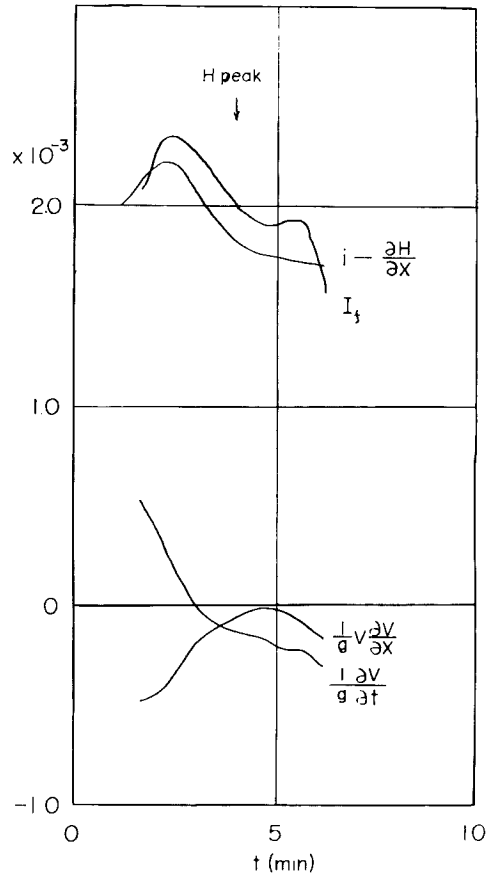


Fig. 8 (2) Comparison of order of terms in flood equation (Exp3-1, No. 2)

Table 3 Comparison of Terms in κi and $\partial H/\partial x$ ($i=2, 0 \times 10^{-3}$)

Station No.	t	$\frac{1}{gH} \frac{\partial q}{\partial t}$ ($\times 10^{-3}$)	$\frac{2q}{gH^2} \frac{\partial H}{\partial t}$ ($\times 10^{-3}$)	$\frac{q^2}{gH^3} \frac{\partial H}{\partial x}$ ($\times 10^{-3}$)	κi ($\times 10^{-3}$)	$\frac{\partial H}{\partial x}$ ($\times 10^{-3}$)
9	4'	0.209	-0.031	0.056	0.184	1.25
	4'30"	0.078	-0.022	0.085	0.016	1.35
	5'	-0.073	-0.030	0.091	-0.134	1.45
	5'30"	-0.103	-0.032	0.089	-0.110	1.60
	6'	-0.151	-0.023	0.086	-0.214	1.80
	6'30"	-0.181	-0.005	0.058	-0.233	1.90
	7'	-0.156	-0.006	0.038	-0.187	2.00
7	3'42"	0.324	0.077	0.067	0.180	1.49
	4'12"	0.304	-0.102	0.114	0.292	1.46
	4'42"	0	-0.113	0.193	-0.080	1.52
	5'12"	-0.109	-0.092	0.202	-0.219	1.59
	5'42"	-0.119	-0.082	0.199	-0.236	1.66
	6'12"	-0.125	-0.076	0.194	-0.243	1.76
	6'42"	-0.155	-0.052	0.178	-0.281	1.89
5	2'54"	0.636	0.206	0.096	0.334	1.60
	3'24"	0.427	0.247	0.181	0	1.42
	3'54"	0.262	0.148	0.194	-0.081	1.24
	4'24"	0.313	0	0.184	-0.129	1.11
	4'54"	0.103	-0.209	0.234	0.078	1.10
	5'24"	0.143	-0.202	0.249	0.096	1.12
	5'54"	0.168	-0.206	0.279	0.095	1.18
	6'24"	0.207	-0.193	0.286	0.114	1.34

Table 4 Comparison between $\partial^2 q/\partial x^2$ and $i\partial\kappa/\partial t$, and order of terms in $i\partial\kappa/\partial t$

Station No.	t	$\partial^2 q/\partial x^2$ ($\times 10^{-5}$)	$i\partial\kappa/\partial t$ ($\times 10^{-5}$)	$F_r^2 \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}$ ($\times 10^{-5}$)	$\frac{1}{gH} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2}$ ($\times 10^{-5}$)	$\frac{2q}{gH^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$ ($\times 10^{-5}$)	$\frac{3}{gH^2} \frac{\partial H}{\partial t} \frac{\partial q}{\partial t}$ ($\times 10^{-5}$)	$\frac{q}{gH^3} \left(2 \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \frac{4q}{3q} \frac{\partial H}{\partial t} \frac{\partial H}{\partial x} \right)$ ($\times 10^{-5}$)	$\frac{4q}{gH^3} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)^2$ ($\times 10^{-5}$)
9	4'	-0.30	-0.41	-0.01	-0.42	0.05	-0.03	0.07	0.003
	4'30"	-0.35	-0.55	-0.02	-0.50	0	-0.01	0.03	0.001
	5'	-0.43	-0.16	-0.03	-0.21	-0.02	+0.01	-0.05	0.003
	5'30"	-0.55	-0.10	-0.03	-0.13	0	0.02	-0.07	0.003
	6'	-0.42	-0.13	-0.02	-0.12	0.07	0.02	-0.09	0.002
	6'30"	-0.38	+0.04	-0.01	0	0.04	0.01	-0.09	0.001
	7'	-0.31	0.14	-0.01	0.08	0	0.01	-0.06	0.002
7	3'12"	0.48	-0.06	0.01	0.19	-0.16	0.30	0.18	0.06
	3'42"	0.33	-0.01	0.01	0	-0.30	0.14	0.20	0.02
	4'12"	-0.13	-0.20	-0.01	-0.21	0	-0.14	0.15	0.03
	4'42"	-0.23	-0.58	-0.03	-0.58	0.08	0	-0.08	0.03
	5'12"	-0.25	+0.01	-0.03	-0.06	0.05	0.04	-0.17	0.02
	5'42"	-0.28	0.04	-0.03	-0.02	0.03	0.04	-0.18	0.02
	6'12"	-0.36	0.04	-0.04	-0.05	0.04	0.04	-0.19	0.02
	6'42"	-0.42	0.01	-0.04	-0.06	0.06	0.04	-0.20	0.01

$i\partial\kappa/\partial t$ の項の order を比較すると Table 4 のようになりとくに q の上昇期には $i\partial\kappa/\partial t$ の項が大きくなりこれを無視することはできない。しかしさらに $i\partial\kappa/\partial t$ を与える (24) 式の各項を比較すると Table 4 に見るようにせき上げの大きい領域においてはとくに $1/gH \cdot \partial^2 q/\partial t^2$ の項の変化によって $i\partial\kappa/\partial t$ の項が変化するようにこの項によって代表させ得る。そのように考えるとこの領域における基礎式としては、

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{3}{2} \frac{q}{H} \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{q}{2(i - \partial H/\partial x)} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} - \frac{q}{2(i - \partial H/\partial x)} \frac{1}{gH} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \quad (26)$$

を採用してもよいようである。

$$q = q_s + q_0 + (q_s + q_0)(\varepsilon q_1 + \varepsilon^2 q_2 + \dots) \quad (27)$$

のように展開して ε の 1 次の項を集めると

$$\frac{\partial q_1}{\partial t} + \frac{3}{2} \frac{q_s + q_0}{H_s + h_0} \frac{\partial q_1}{\partial x} = \frac{q_s + q_0}{2\{i - \partial(H_s + h_0)/\partial x\}} \left\{ \frac{\partial^2 q_1}{\partial x^2} - \frac{1}{g(H_s + h_0)} \frac{\partial^2 q_1}{\partial t^2} \right\} \quad (28)$$

のようになる。(28) 式をそのまま初期および境界条件、

$$\left. \begin{aligned} x=0, \quad q &= q_s + q_0 + q_1(t) \\ x=l, \quad H &= \text{const. or } \partial q/\partial x = 0 \\ t=0, \quad q &= q_s \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

のもとに解くことはなかなか困難である。しかしいま

$$\omega_0 = \sqrt{g(H_s + h_0)} \quad (30)$$

とおき微小区間内では ω_0 を一定と考えて

$$X = x - \omega_0 t \quad (31)$$

と変数変換すると (28) 式の解として

$$q_1 = \text{const.} \quad (32)$$

が得られる。すなわちある微小区間を考えると $x=0$ における境界条件によってきまるある一定の q_1 の値が長波の伝播速度 (30) で移動することを示している。以上の考察からこの背水領域では近似的に流量の伝播速度は長波のそれと等しく、流量の変化はないと考えてもよいことがわかる。

(7) H_{peak} の低減: Fig. 9 (1), (2) は初期定常水深から水位ピークまでの高さ h の変化の状態を示したもので、水路の場所的な不親則性のためおよび下流端境界条件の設定不完全のためにかかなり大きなバラ

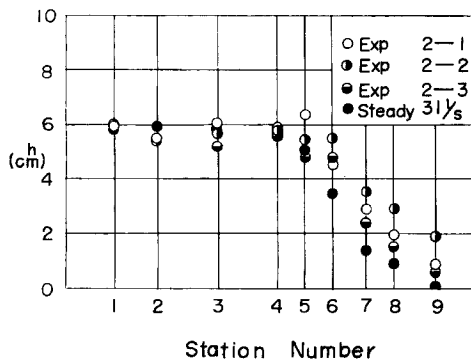


Fig. 9 (1) Diagram of h_{peak} attenuation in relation to distance.

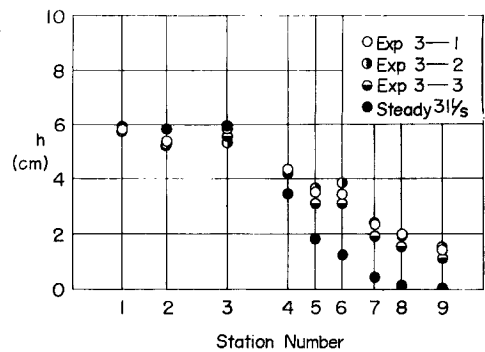


Fig. 9 (2) Diagram of h_{peak} attenuation in relation to distance.

つきがあるが、実験2では測点5付近、実験3では測点3付近を境界にして上流側では h の低減が小さく一様河道の特性を持ち下流側では低減量は非常に大きい。そしてこの場合にはこの境界から下流で最大流量とおもわれる流量に対する定常流の h が全実験ケースについて h ピークにくらべて小さくなっているがその理

由は先に述べたとおりである。またこの境界を与える測点5, 3は初期定常流のときの水面曲率の急変点付近となっており実用的には境界条件の作用領域をそのようにとつてもよいことを示している。背水領域での h ピークの低減は、この実験の場合水深の小さい部分で大きく下流ほど小さくなっているようであるがかなり直線の変化に近い。実用的に H_{peak} の値を求めるにはつぎのようにすればよいものとおもわれる。すなわち第(6)項で考察したことから q は変形なしに長波の伝播速度で伝播することにしてまず H を仮定すると(16)式が成立するような q を見出すことができる。ところで水位ピーク時の水面こう配は近似的に下流端水位とピークを結んだ直線のこう配となっているから、仮定した H の生じている地点までの下流端からの距離 l は、

$$l = \frac{(H_l - H) \left\{ 1 - \left(\frac{H_c}{H} \right)^3 \right\}}{i \left\{ 1 - \left(\frac{H_0}{H} \right)^3 - \frac{1}{gHi} \frac{\partial q}{\partial t} \right\}} \quad (33)$$

で求めることができるわけである。

(8) 流速分布および抵抗法則について：断面中央において流速分布を測った結果の例が Fig. 10 (1), (2) である。一様河道領域ではほぼ対数法則が成立し、せき上げ領域では上部が一様化されて対数法則からはなれるのは定常流の場合と同様である。つぎに抵抗項は $I_f = fV^2/2gR$ で与えられるが抵抗法則として Chézy 型が使えるものと仮定すると $I_f = V^2/C^2R$ であるから $I_f R$ と V とは両対数紙上で直線関係となるはずである。いま流速は断面中央でのみ測っているので R のかわりに H を用いて実験値をプロットしたのが Fig. 11 でありせき上げのあまり大きくない場合にはほぼ $C=50$ (m-sec) を与える直線のまわりに分布しているがせき上げの大きい場合とくに流量下降期において点が上方へ大きくはなれている。すなわち抵抗係数が増加したような結果になっている。このようなことは定常流による実験の場合でも生じており⁷⁾、側壁の効果の問題や H のとり方の問題など難しい問題が多くあるが抵抗法則は水理解析の基本的な事柄であるのでむしろ定常流による詳細な検討が必要であろう。

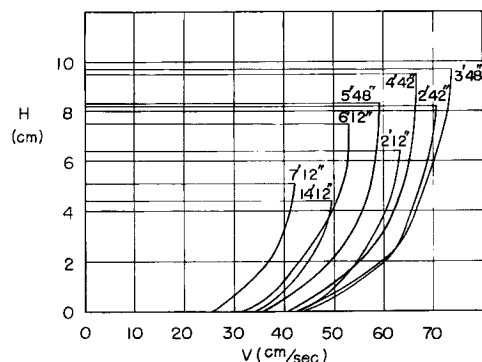


Fig. 10 (1) Velocity distribution
(Exp3-1, No. 2)

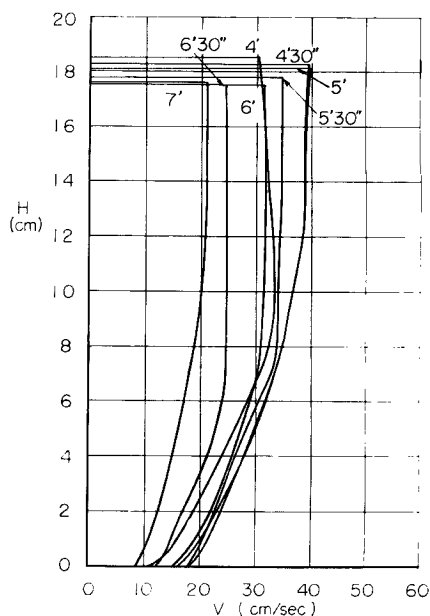
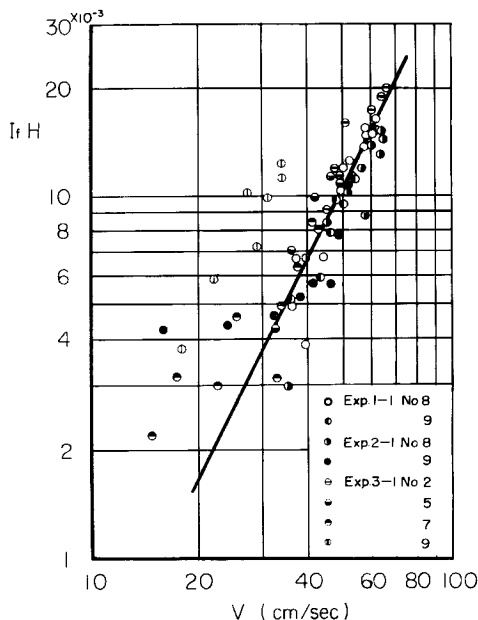


Fig. 10 (2) Velocity distribution
(Exp3-1, No. 9)

4. 結 論

以上、下流端一定水位という境界条件の作用下のせき上げ背水領域内の洪水流について実験的検討を加えて考察してきたが明らかにされた主な点は、

- (1) 加速度項の比較的大きな洪水においてはこのような境界条件が作用する場合には最大流量に対応


 Fig. 11 Relation between $I_f H$ and V .

q が伝播によっても変形しないとして (16) 式および (33) 式から計算することができる。

(7) 以上の性質は水位変動に関する仮定 (3) 式の成立する領域において理論的説明がなされたが境界条件作用領域の入口付近の水面曲率が比較的大きいとおもわれる場所については今後明らかにされなければならない。

(8) 洪水流における抵抗法則は洪水流の数学的な解析法とは別に明らかにされなければならない重要課題であるが、断面中央部での流速測定結果からでは実用的には一様河道領域においては Chézy 型の抵抗法則を考えてもよいがせき上げ領域では抵抗が非常に大きくなるような効果があり今後明らかにされなければならない。

(9) 以上はせき上げ背水領域での洪水流の挙動についてであるが、実際には低下背水になっている場合も考えられ、このような場合には支配断面を生ずることがあり、そのときには支配断面の位置や境界条件の設定のしかたなど複雑な問題が生じ今後の研究課題であろう。

参 考 文 献

- 1) 矢野勝正, 芦田和男, 高橋保: 境界条件による洪水流の変形に関する研究 (第1報), 京都大学防災研究所年報第8号, 昭40.3 pp. 257~270
- 2) Stoker: Water Waves, Interscience, 1965, pp. 505~509.
- 3) 石原安雄: 洪水追跡に関する研究, 京都大学防災研究所年報第8号, 昭40.3, pp. 613~614.
- 4) 高橋保: 洪水流に関する実験的研究, 京都大学修士論文, 昭40.3.
- 5) 建設省関東地方建設局: 高水報告書, 昭和33年9月高水 (台風第21号, 22号), 昭34.3.
- 6) 速水頌一郎: On the propagation of flood waves. Disaster Prevention Research Institute Kyoto Univ. Bulletin No.1 (1951)
- 7) 角屋睦, 今尾昭夫: 緩こう配流れに関する研究 (1), 京都大学防災研究所年報第6号, 昭38.7, pp. 200~208.