

流体中のクラスターの成長における慣性の効果

山口大学教育学部 古川 三吉

保存するオーダーパラメーターを持った系や非保存系でも条件が満たされるなら、相分離においてスケーリング則が存在すると考えられている。すなわち波数 k と時間 t に依存する相関関数のフーリエ成分 $G_k(t)$ に対して

$$G_k(t) = [L(t)]^4 \tilde{G}(kL(t)) \quad (1)$$

とおける。ここで L は長さのスケールである。(1)の例として構造関数 $S_k(t) \equiv \langle |n_k(t)|^2 \rangle$ に対して

$$S_k(t) = n^2 L^d \tilde{S}(Lk) \quad (2)$$

とおける。ここで d は空間次元、 n はオーダーパラメーター。 $L(t)$ はこのスケーリングの下で

$$L(t) \propto t^a, \quad (3)$$

となる。ここで exponent a は

$$a = (d + \theta + \zeta - h)^{-1} \quad (4)$$

となる。ここで θ は保存系で ∞ , 非保存系で 0 , ζ は液体で -2 , 固体で $\zeta = 1 - \theta/2$ 。 h は表面張力が effective な場合 $d-1$, そうでない場合 0 となる。 h はそれぞれモビリティ M_k , エネルギー H_k のスケーリング指数で

$$M_k(t) = L^{-3} \tilde{M}(Lk), \quad H_k = \langle (\delta F / \delta n_k) n_{-k} \rangle = L^h \tilde{H}(Lk), \quad (5)$$

である。ここで F は自由エネルギー $\mu = \delta F / \delta n_k$ は化学ポテンシャルである。

(4) は系が散逸的である場合にのみ有効であり、それ故液体では臨界点のごく近傍でのみ有効である。ここでは上のスケーリングを散逸的でない液体へ拡張する[1]。散逸系の相分離は通常 G-L type の方程式

$$\frac{d}{dt} n(\vec{r}, t) = M \nabla^2 \mu(\vec{r}, t) + f(\vec{r}, t) \quad (6)$$

によって記述される。液体の慣性の効果は Navier-Stokes 方程式を出現項として

$$\frac{d}{dt} n(\vec{r}, t) = M [\nabla^2 \mu(\vec{r}, t) + m \vec{\nabla} \cdot \frac{D \vec{u}(\vec{r}, t)}{Dt}] + f(\vec{r}, t) \quad (7)$$

と書くことが出来る。ここで $\vec{u}$ はオーターパラメーターの流速で D は流体に乗った座標系での微分を表わす。(7)式は次のように変形して得られる。温度 T = 一定の条件下での Navier-Stokes 方程式は

$$\frac{D\vec{u}(\vec{r},t)}{Dt} = -\frac{1}{m} \vec{\nabla} \mu(\vec{r},t) + \nu \nabla^2 \vec{u}(\vec{r},t) + \vec{f}^{(u)}(\vec{r},t),$$

と書ける。ここで $m = g_0/n$, g_0 は液体の質量密度, $\vec{f}^{(u)}$ はランダム力。この式の右辺の2項で $\nabla^2 \rightarrow -1/L^2$ とおいて, $\vec{u}$ について解き, オーターパラメーターの current $\vec{j}$ として次を得る。

$$\vec{j} = n\vec{u} = M \left[-\vec{\nabla} \mu(\vec{r},t) - m \frac{D\vec{u}(\vec{r},t)}{Dt} \right] + m \vec{f}^{(u)}(\vec{r},t)$$

ここで $M = g_0 n L^2 / m \nu$ はモビリティ。この $\vec{j}$ を連続の式: $\frac{d}{dt} n = -\nabla \cdot \vec{j}$ に代入して(7)式を得る。(7)式から相関関数 ② & ④ の間の関係式

$$\frac{d}{dt} S_k(t) + 2I_k(t) = 2Mk^2 [k_B T - H_k(t)] \quad (8)$$

が得られる。ここで

$$I_k(t) = m M R_e \left\langle \left[i\vec{k} \cdot \frac{D\vec{u}_k(t)}{Dt} \right] n_{-k}(t) \right\rangle \quad (9)$$

L の時間発展を求める為(8)の各項を時間 t と L によって次元解析する。

そのとき $\vec{k} \cdot \frac{D\vec{u}_k}{Dt} \propto \frac{L^0}{t^2}$ であることを考慮して $I_k(t) \propto a_2 a_2 m M n L^d t^{-2}$

とスケール出来る。それ故(8)は

$$a_2 n^2 \frac{L^d}{t} + 2a_2 a_2 m M n L^d t^{-2} = 2M L^2 (k_B T - H_L). \quad (10)$$

ここで右辺は Navier-Stokes eq. の圧力項, 左辺の1項は散逸項に, 2項は慣性項に対応する。それ故相分離は圧力項と散逸項あるいは慣性項間のバランスにより生ずる。左辺の1項, 2項をそれぞれ, D, I とおき, 右辺を $P^{(e)}, P^{(s)}$ に分離する。ここで (e) はクラスターの配置のエントロピー, (s) は表面張力を表わす。(10)式は

$$D + I = P^{(e)} + P^{(s)} \quad (11)$$

と書ける。それ故 $R \equiv I/D$ (L-ルズ数), $Q \equiv P^{(e)}/P^{(s)}$

と1との大小によって4つの場合に分類され, その各々に特有な成長速度の動的指数 α が存在する。

それらは、それぞれ

$(D-P^{(d)})$ のバランスで $a = 1/d$, $(D-P^{(d)})$ のバランスで 1

$(I-P^{(d)})$ のバランスで $2/(d+2)$, $(I-P^{(d)})$ のバランスで $2/3$

となる。液体の場合表面張力が有効なのはクラスターが percolate する場合と
考えられる[2]。その分母は少数相の volume fraction v が $2/3$ (球の最
密充填における最近接個数; $z=6$ (for $d=2$), $z=12$ (for $d=3$))[3]。又上の動的指数
の有効性は温度によっても変る。それは (10) の係数が温度によっているからである。

スケールされた変数 $\tilde{L} \equiv L/\xi$, $\tilde{D}_T \equiv (D_T/\xi^2)\tau$, ここで ξ , D_T はそれぞれ 相関長, 拡散係数, によってその有効領域を図示すると下図のようになる。

しかしながらこれらの領域は明確な分離が可能ではないかもしれず, 指
数も連続的に変化する可能性もあり[3], このことは実験的にもみとめられる[4]
慣性の効果が大きい場合は系は turbulent になると考えられ, turbulence
との関連をさらに研究する必要があると思われる。又ここで a の導出
は本質的に乱流の K41 と同等な系統になっている。

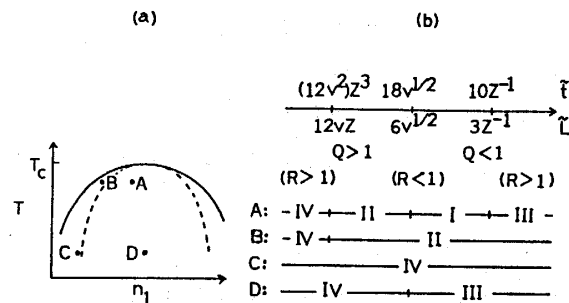
参考文献

[1] H. Furukawa, to be published (Phys. Rev. A).

[2] E. D. Siggia, Phys. Rev. A20, 595 (1979).

[3] H. Furukawa, Prog. Theor. Phys. 71, 438 (1984)

[4] Y. Ohyama, S. Kinoshita, M. Takahashi,
and T. Nose (Preprint).



Growth laws; I: $L=0.3\tau$, II: $L=(12v)^{1/3}\tau^{1/3}$, III: $L=(0.3z)^{1/3}\tau^{2/3}$,
IV: $L=(12\sqrt{z})^{1/4}\tau^{2/5}$,
 $z = C(\tau/\xi)^{d-2}$