

23. 3次元複素場における Defects dynamics

東工大理 西森拓 貫井智宏

高温から臨界温度以下に急冷された系の秩序形成の問題を考える。系の時間発展は、オーダーパラメーターの対称性や保存・非保存、空間次元などに依存する。最も一般的なモデルとしてTDGL方程式に関する研究が多数あるが、そのほとんどがオーダーパラメーターをスカラー変数として扱っている。ここではオーダーパラメーターが複素量・非保存、空間次元が3次元のTDGL方程式を扱う。対応する物理系としては、 ^4He の低温相(He II)における散逸を伴うvortexのダイナミックスを考える。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -L \frac{\delta F(\Psi)}{\delta \Psi} \quad (1)$$

$$F(\Psi) = \int \{ (T - T_c) |\Psi|^2 - |\Psi|^4 - |\nabla \Psi|^2 \} dr \quad (2)$$

ここで T_c は臨界温度、 Ψ は複素オーダーパラメーターで $|\Psi|^2$ は超流体密度、 $\nabla \Psi$ は超流体の速度に対応する。

急冷後の系の時間発展の初期には、オーダーパラメーターの位相はランダムなまま絶対値が平衡値まで成長し、系内に欠陥・vortex lineが空間的にランダムに生成する。この過程は量子化された渦糸の形成に対応する。その後位相をそろえる過程においてvortex lineは消失していく。vortex lineが生成された後の過程はvortex lineの運動方程式で記述される。

$$\mathbf{v} = -\Gamma K \mathbf{n} \quad (3)$$

Γ は運動係数、 K はvortex lineの曲率、 $\mathbf{n}$ は法線ベクトルである。

統計的理論によるとvortex densityは t^{-1} で減少する(豊木, 本田)。我々はTDGL方程式を数値計算によって解くことによりvortexの生成を含めた全過程を調べることができた。計算手法としては、非線形偏微分方程式を普通に差分化する時におこりがちな障害(発散, 振動など)を避け計算時間を短縮するためにcoupled-map-lattice modelを採用した。即ち(1), (2)を空間, 時間ともに離散化し,

$$\Psi_{i+1}(n) = (1-\varepsilon)f(\Psi_i(n)) + \varepsilon \sum_{n'} f(\Psi_i(n')) \quad (4)$$

$$f(x) = x + \alpha(x-x^3) \quad (5)$$

ここで i は time step, n は格子点, n' は n の最近接格子点, ε は coupling constant, α は急冷の深さを示す。

vortex line が消失していく素過程として reconnection, smoothing, shrinking がある。我々は初期値を適当に設定し、これらの素過程を視覚化した (Fig 1, 2, 3)。vortex line はその回りを一周回ったとき位相が $2\pi n$ だけ変化する点のつながりだがシュミレーションでこれを判定するのはなかなか難しい。vortex line においては秩序が成長しきらないことから、オーダーパラメーターの絶対値がある基準値より小さくなっているか否かを判定条件とした。

vortex line の運動方程式 (3) を ring 状の vortex line について解くと次式が得られる。

$$L(t)^2 = -\Gamma t + \text{const} \quad (6)$$

shrinking (Fig 3) における $L(t)$ の時間変化を調べた結果 (Fig 4) は (6) 式に一致した。

高温から臨界温度以下に急冷した系での vortex line の総延長 $L(t)$ の時間変化を示したのが Fig 5 である。シュミレーションにおいて各 site の初期値は絶対値が 1 (秩序化した状態) より

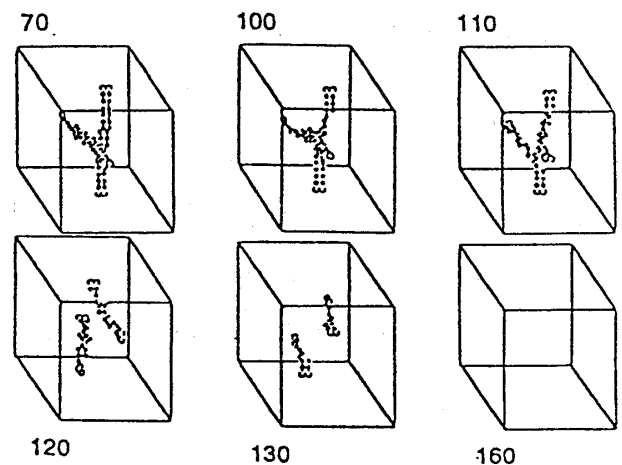


Fig 1: reconnection

充分小さく、高温での熱的揺らぎを考慮して空間的にランダムに与えた。 $L(t)$ は t^{-1} で減少しており統計的理論における結論と一致する。

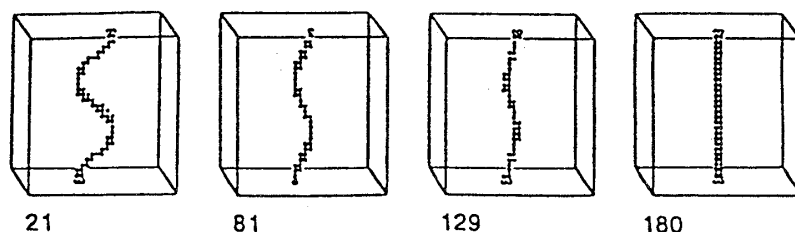


Fig 2: smoothing

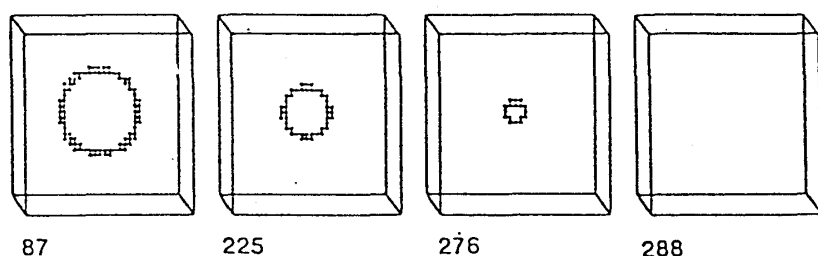


Fig 3: shrinking

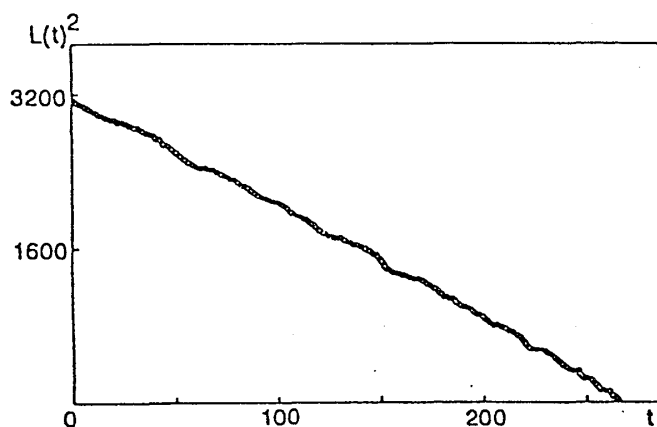


Fig 4

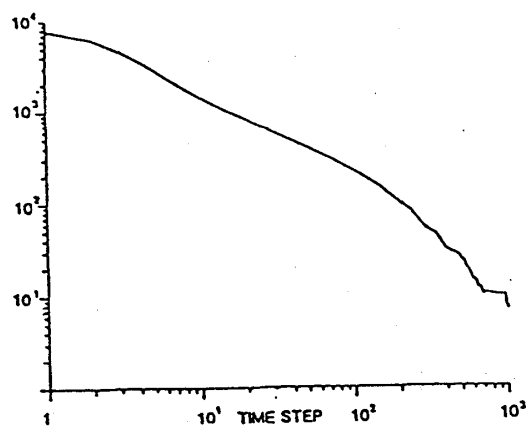


Fig 5

系に外場を加えた場合を考える。modelの式においてfree energy functional $F\{\Psi\}$ は次のようになる。

$$F(\Psi) = \int (P(T-T_c)|\Psi|^2 - |\Psi|^4 - |(\nabla - iA)\Psi|^2) dr \quad (7)$$

ここで加えた外場はHe IIにおいて常流体を一定速度で系に流し込むことに対応する。He II中のvortex lineは超流体速度 v_s と常流体速度 v_n との差 $v_s - v_n$ に比例するMagnus力を受けて運動する。このため系に流し込む常流体の速度がある臨界点を越えるとvortex lineの総延長が増加し複雑に絡み合う現象が見られる。Schwarzは複数のvortex lineが接近するとある確率でreconnectionが起こると仮定し、vortex lineの運動方程式からこの超流体の乱流化を数値解析で確認した。場の方程式を直接に解く我々のシュミレーションにおいても常流体速度に対応するパラメーターAを増加するとある臨

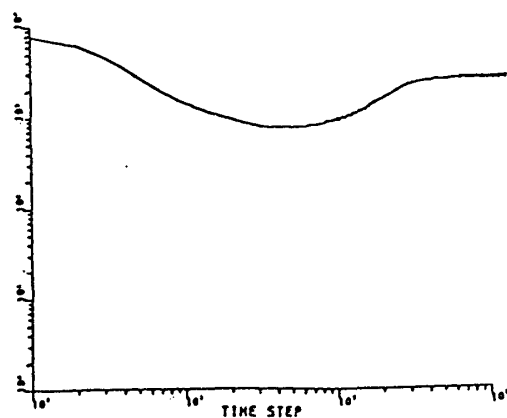


Fig 6

界点を境に t^{-1} で減少していた *vortex line* の総延長 $L(t)$ が時間発展の途中から増加を始め 0 でない有限値のまわりで複雑に振動しており (Fig 6), 上に述べた現象を反映する結果が得られた。

参考文献

- 1) T.Kawahara and M.Tanaka: Phys. Lett. A 97(1983)311
- 2) A.C.Newell and J.A.Whitehead: J. Fluid. Mech. 38(1969)279
- 3) C.F.Mazenko and M.Zannetti: Phys. Rev. B32(1985)4565
- 4) K.Kawasaki: Physica. 119A(1983)17
- 5) A.Onuki: J. Low. Temp. Phys. 51(1983)601
- 6) H.Toyoki and K.Honda: Prog. Theor. Phys. 78(1987)237
- 7) T.Ohta, D.Jasnow and K.Kawasaki: Phys. Rev. Lett. 49(1982)1223
- 8) K.W.Schwarz: Phys. Rev. Lett. 49(1982)283
- 9) K.Kaneko: Phys. Lett. A 36(1987)5820
- 10) G.L.Oppo and R.Kapral: Phys. Rev. A36(1987)5820