

企業所得分布における Power-Law 発生メカニズム

水野貴之, 高安美佐子*, 高安秀樹†

中央大学理工学部物理科, 東京都文京区春日 1-13-27

*はこだて未来大学システム情報科学部複雑系学科, 北海道函館市亀田中野町 116-2

†ソニーCSL, 東京都品川区東五反田 3-14-13

Abstract

平均場近似のアイデアを用いて企業所得分布における Power-Law 発生メカニズムを明らかにする。膨大な企業財務データから企業所得は物理学で用いられる乗算ノイズを持つ離散 Langevin 方程式によって記述されることを示す。Zipf 則を 30 年間維持している日本企業では前年度の所得が統計的に今年度の所得に依存していないという経験則から所得分布のべき指数を理論的に示し、アメリカやイギリスの所得分布については数値計算により示す。

1. Introduction

富の分布に関する研究は 100 年以上の渡って行われている。最初の研究は個人所得における高所得層の分布はべき分布によって近似されるという Pareto による報告である[2]。近年では膨大な財務データなどが蓄えられておりマクロな統計性をミクロな視点から調査する研究が盛んである。我々は企業の所得分布がべき分布になるメカニズムを大規模なデータ[8,9,10]を用いて個々の企業の所得成長を調べ、得られた成長率分布に従って企業が独立に確率的に成長する一種の平均場近似を適用して明らかにする。

2. 企業所得分布

奥山ら[3] が示すように日本の企業所得の累積確率分布はべき指数 -1 の Zipf 則が成り立っている。このような裾野の広い企業所得分布は日本だけではなくイギリスやアメリカなどでも観測することが出来る。Fig. 1 は日本、イギリス、アメリカ企業の正の所得とアメリカの負の所得の累積確率分布を示している。所得とは売上から原価などを引いた値として定義されるため、負の値も取りうる経済指標である。このような企業の経済指標は所得に限らず、売上[4]、資本金[4]、従業員数[4]、倒産時の負債額[5]などでも Zipf 則に近いべき分布が観測されている。

日本における企業の所得分布のべき指数は非常に安定している。Fig. 2 は 1970 年～1999 年の約 30 年間に及ぶ日本企業の各年上位 1000 社を用いた所得分布である。景気の変動に合せて全体的に所得額が変動するが分布のべき指数は安定して -1 を示す。個々の企業の所得変動が頻繁に 1 年間で 10 倍や $1/10$ になることや、30 年前と現在とでは産業も大きく異なるにも関わらず同じべき指数を保ち続けることは面白い。

E-Mail: mizuno@phys.chuo-u.ac.jp (水野貴之)

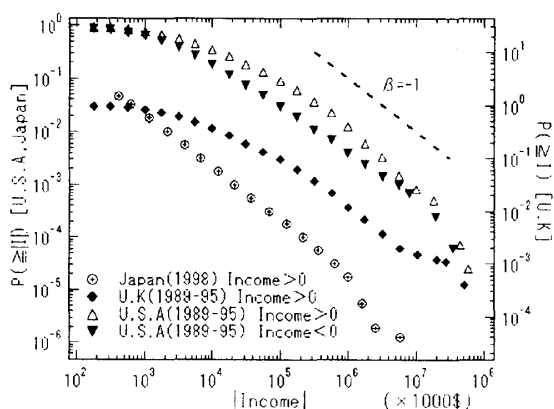


Fig. 1 所得分布

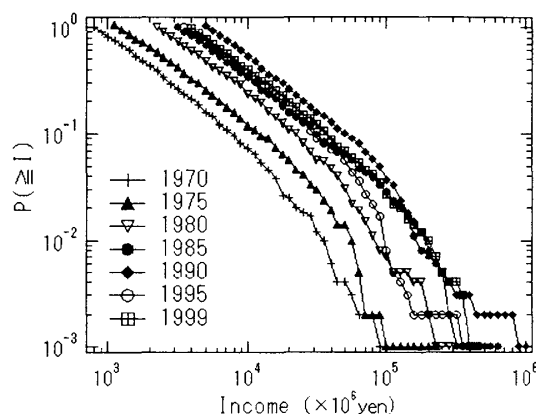


Fig. 2 30年間の日本の所得分布

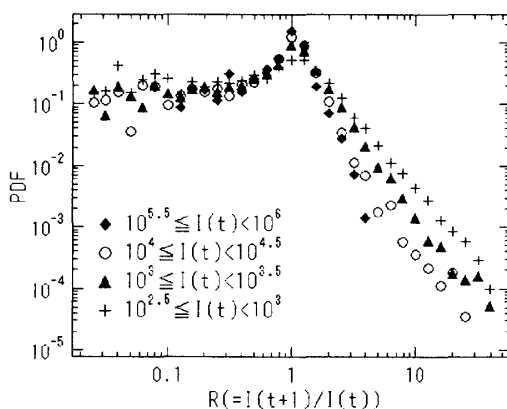


Fig. 3 所得成長率分布

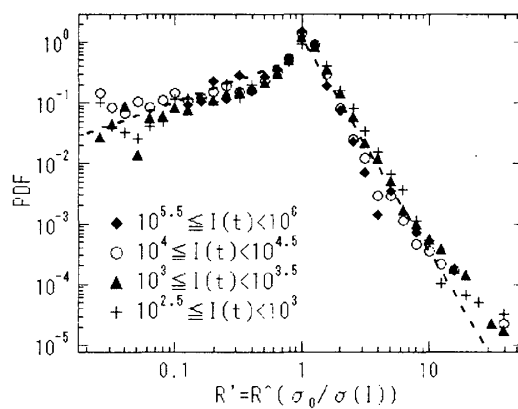


Fig. 4 規格化された所得成長率分布

3. 平均場近似型の企業所得モデル

これまでの経済物理学の成果から、経済現象は一般に自己変調プロセス[6]になっていることが分かってきた。自己変調プロセスとは過去の値に依存して現在の値が決まるプロセスで、企業所得の場合では前年度の額と今年度の所得額に相関があるということである。我々は企業所得がこの自己変調プロセスに従っており、その結果、所得分布がべき分布になることを示す。次のように所得の時間発展に乗算ノイズを持つ離散 Langevin 方程式を仮定する。

$$I(t+1) = \alpha(t) \cdot B(t; I) \cdot I(t) + f(t) \quad (1)$$

ここで、 $I(t)$ は t 年の所得、係数 $\alpha(t)$ は確率 q で1を確率 $(1-q)$ で-1を取る関数で大きな所得をあげる企業ほど負の所得を取る時は多額になることを示す。係数 $B(t; I)$ は前年の所得額に依存している所得の成長率で正の値、係数 $f(t)$ は所得額に依存しない所得の増減を表す。

4. 所得成長率 $B(t; I)$

我々は所得 $I(t)$ の十分に大きな領域に対して所得成長率($R \equiv I(t+1)/I(t)$)の分布を調べることで係数 $B(t; I)$ を見積もる。Fig. 3は1989年～1995年のアメリカ企業における所得成長率($R \equiv I(t+1)/I(t)$)の分布である。アメリカ企業では所得成長率が所得額に依存していることが読み取れる。分布のピークは所得額に依らず1であり多くの企業は前年度と今年度でほぼ同じ所得

を得るが、成長率の揺らぎに関しては前年度の所得額が大きい企業、いわゆる大企業ほど小さい。所得成長率の所得額依存性は日本企業では見られない[4]。ある所得額 $I(t)$ における対数所得成長率 $(=\log \{I(t+1)/I(t)\})$ 分布の標準偏差を $\sigma(I)$ とする。この $\sigma(I)$ を用いて成長率 $R(t)$ を規格化した規格化成長率 $R'(t) \equiv R(t)^{\sigma(I)/\sigma(I)}$ の分布は Fig. 4 であり、分布が所得 $I(t)$ に依存していないことが分かる。

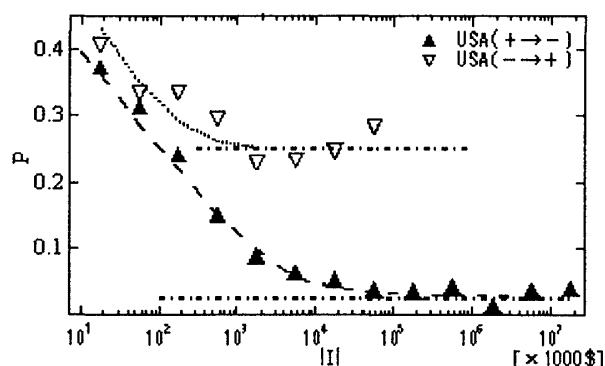


Fig. 5 所得の符号変化率

5. $\alpha(t)$ 及び $f(t)$ の見積もり

所得の符号変化 $\{I(t+1) \cdot I(t) < 0\}$ 確率から $\alpha(t)$ 及び $f(t)$ を見積もる。Fig. 5 はアメリカ企業の所得の符号変化確率と所得額 $I(t)$ の関係を示している。所得額の大きな領域では符号変化確率は所得額に依存しない一定値になりこの確率から統計的に、

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= 1 \quad \text{with probability } 0.97 (I(t) > 0), 0.75 (I(t) < 0) \\ &= -1 \quad \text{with probability } 0.03 (I(t) > 0), 0.25 (I(t) < 0) \end{aligned} \quad (2)$$

と求まる。 $f(t)$ に関しても統計的に無相関な値であると仮定して、 $f(t)$ が所得 $I(t)$ に依存しない仮定から $I(t)$ が小さい領域での符号変化確率が $f(t)$ に大きく依存することを用いて $f(t)$ の分布が求まる。 $f(t)$ 分布の標準偏差は符号変化確率が曲がり始める所得額 $400 \times 1000\$$ である。

6. モンテカルロシミュレーションと理論的解析

これまでの経験則から(1)式は次式のように書けることが分かる。

$$I(t+1) = \alpha(t) \cdot R'(t)^{\frac{\sigma(I)}{\sigma_0}} I(t) + f(t) \quad (3)$$

各企業の $R'(t)$ と $f(t)$ の値が企業に依存しないそれぞれの確率分布からランダムに与えられる一種の平均場近似を企業所得に導入してマクロな統計性を再現する。初期所得に $100 \times 1000\$$ を持つ 60000 社の企業を用意してアメリカ企業の係数を用いた(3)式に従い時間発展させた時の各時刻における所得分布を Fig. 6 で示す。 $t=50$ (初期から 50 年)の時、最も Fig. 1 にある現在の所得分布に近い。同様のシミュレーションを日本企業、イギリス企業についても行った。日本企業は $t=25$ 年ではほとんど定常分布になり、定常分布と実際の分布とが良く合う。イギリス企業も定常分布に近い $t=100$ 年での分布が良く合う。各結果は $t=50$ 年のアメリカ企業と併せて Fig. 7 で示している。

日本企業では所得成長率 $R(t) (=I(t+1)/I(t))$ の分布が所得額 $I(t)$ に依存していない[4]。この性質から、定常状態での所得分布のべき指数が高安・佐藤・高安理論[7]を用いて求まる。べき指数は所得成長率 $R(t)$ にのみ依存し、次の式を満たす β が理論的に求まるべき指数である。

$$\langle R(t)^\beta \rangle = 1, \quad P(\geq I) \propto I^{-\beta} \quad (4)$$

日本企業では成長率の平均 $\langle R(t) \rangle = 1$ であり、べき指数は -1 と求まる。この値は実際の所得分布のべき指数と等しい。これらの結果から、全体の挙動としての所得変動が(3)式に従うことが分かる。また、Zipf 則を満たす日本では日本企業全体としては所得に関して全体的な景気の変動を除き成長も衰退もしていないことも分かる。

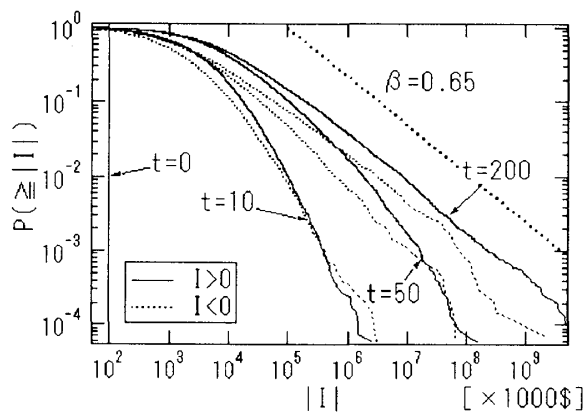


Fig.6 アメリカ企業のシミュレーション

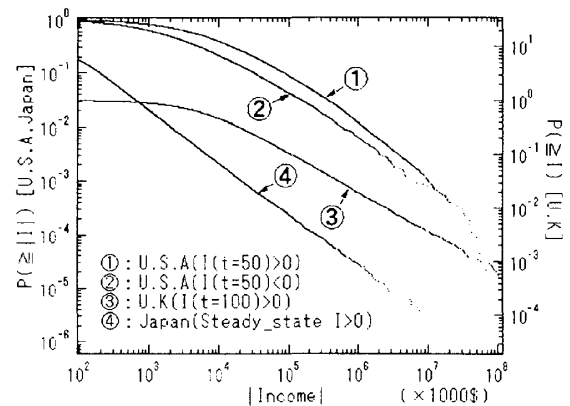


Fig.7 各国のシミュレーション結果

7. Discussion

社会全体での企業の成長を考える上では、各企業が独立にある確率分布に従ってランダムに成長するという平均場近似の手法を応用することが可能である。このような手法で企業の成長をとらえることにより、現在と同じ所得成長が将来も続いた場合での未来の所得分布の予測が可能になる。また、効率的な法人税の収集や産業に対する投資方法を議論するうえで役に立つ。

謝辞

本論文で用いた週間ダイヤモンドのデータはダイヤモンド社の坪井賢一氏、榊原伸江氏から提供して頂きました感謝を申し上げます。

Reference

- [1] T. Mizuno, M. Takayasu, and H. Takayasu, submitted to *Physica A*.
- [2] V. Pareto, *Le Cours d'Economie Politique*, Macmillan, London, (1897).
- [3] K. Okuyama, M. Takayasu and H. Takayasu, *Physica A* 269 (1999) 125-131.
- [4] T. Mizuno, M. Katori, H. Takayasu and M. Takayasu, in *Empirical Science of Financial Fluctuations – The Advent of Econophysics*, (Springer Verlag, Tokyo, 2002) 321-330.
- [5] H. Aoyama, Y. Nagahara, M-P. Okazaki, W. Souma, H. Takayasu and M. Takayasu, *Fractals* 8 (2000), 293-300.
- [6] M. Takayasu and H. Takayasu, *Physica A* 324 (2003) 101-107.
- [7] H. Takayasu, A-H. Sato, M. Takayasu, *Phys Rev Lett* 79 (1997) 966-969.
- [8] Moody's company data 1989-1995. Big companies in U.S.A more than 10,000 companies.
- [9] Moody's international company data 1989-1995. Big companies all over the world more than 11,000 companies.
- [10] The data, "Japanese companies the best about 80,000" which published in 1997-2000, and "Company's income ranking in Japan" which published in 1970-1996. by a publisher Diamond Inc. in Tokyo, Japan.