

傾斜地盤上の基礎の支持力について

赤 井 浩 一・佐 野 郁 雄

THE BEARING CAPACITY OF FOUNDATION ON THE INCLINED GROUND

By Koichi AKAI and Ikuo SANO

Synopsis

The paper describes the results of investigation on the bearing capacity of foundation and the failure pattern of ground with an inclined surface. Theoretical approaches are compared with each other based on the theory of rigid-plasticity. A series of experimental study is also performed by dense sand-models in order to observe the failure mechanism of ground under such a condition. It is concluded from the test results that the failure pattern of ground with an inclined surface can be explained by applying the theory of rigid-plasticity.

1. 序

基礎の支持力を理論的に算定することは、古くから多くの研究がなされてきた問題であり、中でも剛塑性論にもとづく Rankine, Krey, Prandtl, Reissner-Cauchy, Terzaghi, Sokolovsky, 水野, 山口らの理論は特に著名である。周知のように、Terzaghi の支持力公式は、基礎の支持力が地盤を構成する土質の粘着力、その自重（つまり基礎幅）、および基礎の根入れ深さの3つから構成されるとして、それぞれの支持力係数を土の内部摩擦角の関数として与えたところに特徴があり、したがってすぐれた汎用性を有している。

しかしながら、Terzaghi に代表される基礎の支持力論は、ほとんどすべて土質の均質等方性や水平な地表面など、理想化された地盤条件を前提としており、必ずしも現実の設計問題にそのまま適用しうるとは限らない。地盤構成土の非均質性や異方性を考慮した支持力理論については別にゆづり、本文では載荷面以外の地盤表面が水平でない場合の基礎の支持力を算定する方法について考察するとともに、砂模型によるその実験的検証についても記述する。

2. 従来の支持力理論とその傾斜地盤問題への適用

2.1 Terzaghi 理論の拡張

Terzaghi¹⁾ は、水平表面をもつ地盤に対して、基礎底面が滑らかな場合 (Fig. 1) と粗い場合 (Fig. 2) の

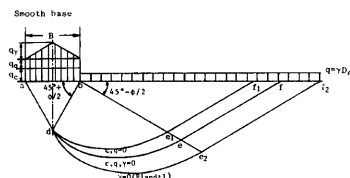


Fig. 1. Zone of plastic equilibrium beneath a continuous footing with smooth base.

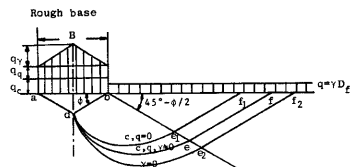


Fig. 2. Zone of plastic equilibrium beneath a continuous footing with rough base.

それぞれについて支持力理論を考えた。すなわち、載荷重によりせん断破壊の極限状態にある地盤を次の 3 つの領域に分けたが、特に上記の両者の場合に対して領域 I の形を区別している。

- 領域 I; i) Rankine の主動領域または ii) 楔形弾性領域
 領域 II; 放射状せん断領域
 領域 III; Rankine の受働領域

領域 I については、i) が滑らかな基礎底面の場合であり、水平な地盤表面に対して $45^\circ + \phi/2$ (ϕ : 土の内部摩擦角) なるすべり線を形成する。一方、ii) は粗い基礎の場合であり、載荷を極限まで増加しても、基礎面直下の楔領域は弾性つりあいのまま残存し、あたかも基礎の一部のように同体で沈下する。そして、もしこの領域をも塑性域のようにみなせば、すべり線は水平と ϕ なる傾きをもつ線群と鉛直線群となる。したがって、Fig. 2 の楔の先端 d から発するすべり線は、この点で鉛直な接線をもたねばならない。

Fig. 2 を基本とする Terzaghi の理論では、基礎の支持力が地盤を構成する土の粘着力 c に起因する項、基礎幅 B の項、および基礎の根入れ D_f の項の和として次のように表わされる (γ : 土の単位体積重量)。

$$\begin{aligned} q_a &= q_c + q_r + q_q \\ &= cN_c + \frac{1}{2}\gamma BN_r + \gamma D_f N_q \end{aligned} \quad (1)$$

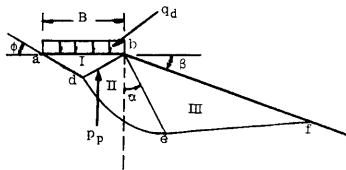


Fig. 3. Zone of plastic equilibrium under a foundation with rough base on the inclined ground.

式中、 N_c, N_r, N_q は支持力係数とよばれる無次元数であり、これは土の内部摩擦角 ϕ のみの関数として式示され、また標準貫入試験の N 値との対応をも含めて図表化されているので、式 (1) はすぐれた汎用性をもっている。

この理論を傾斜面天端上の基礎の支持力の問題に拡張することを試みよう。側方地盤が傾斜しており、基礎底面が粗いときの地盤破壊のパターンは Fig. 3 となる。

領域 I~III の性質は上述のものと同じであるが、領域 II と III との境界を与える傾斜角 α は、 $\beta=0$ (水平地盤)

のとき $\alpha=45^\circ + \phi/2$ 、 $\beta=\phi$ のとき $\alpha=0$ であり、その間斜面傾斜角 β の増加とともに α は減少する。後述の Sokolovsky によると両者の関係は、

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(90^\circ + \phi - \beta - \sin^{-1} \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \right) \quad (2)$$

で与えられる。たとえば、 $\phi=30^\circ, \beta=20^\circ$ とすると $\alpha=28^\circ 25'$ 。

ここで、水平地盤に対する Terzaghi の理論にならって、傾斜地盤上の基礎の支持力公式を次のように表わす。

$$q_a = cN_{c\beta} + \frac{1}{2}\gamma BN_{r\beta} + \gamma D_f N_{q\beta} \quad (3)$$

この式の支持力係数 $N_{c\beta}, N_{r\beta}, N_{q\beta}$ は、土の内部摩擦角 ϕ のほかに、斜面傾斜角 β にも依存する。右辺第 1 項と第 3 項は、基礎底面下の地盤の自重がない ($\gamma=0$) と仮定して解析的に解かれる。²⁾ たとえば、式 (1) の

$$N_q = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \exp(\pi \tan \phi) \quad (4)$$

に対して、

$$\left. \begin{aligned} N_{q\beta} &= \frac{\cos \beta}{\cos^2 \phi} (\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}) (1 + \sin \phi) \exp(2\xi \tan \phi) \\ \xi &= 45^\circ - \phi/2 + \alpha \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

また、式 (3) の右辺第 2 項は基礎底面下のすべり土塊の自重に関する項であるが、 $c=0, \gamma D_f=0$ において、対数螺旋線法または摩擦円法により近似的なすべり線を仮定し、Fig. 3 の bd 面での受働土圧 P_p を計算

することによって支持力係数 $N_{r\beta}$ を計算する。すなわち、Fig. 4 に示すように、基礎面直下の弾性楔の頂点 d から発する任意のすべり面 de_1f_1 (de_1 は対数螺旋線、 e_1f_1 は受働 Rankine 領域の直線) を仮定する。 e_1g_1 に働く受働土圧は深さ z において

$$\sigma_P = K_P \gamma z \cos \beta$$

であるが、受働土圧係数 $K_P = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$ は Fig. 4 の応力面を用いて図式的に見い出される。たとえば、 $\phi = 30^\circ, \beta = 20^\circ$ に対して $K_P = 2.65$ となる。このさい、 e_1g_1 面の方向も受働応力円 C_P の極を用いて確定する。すると、 e_1g_1 面に作用する受働土圧 P_{d1} は、

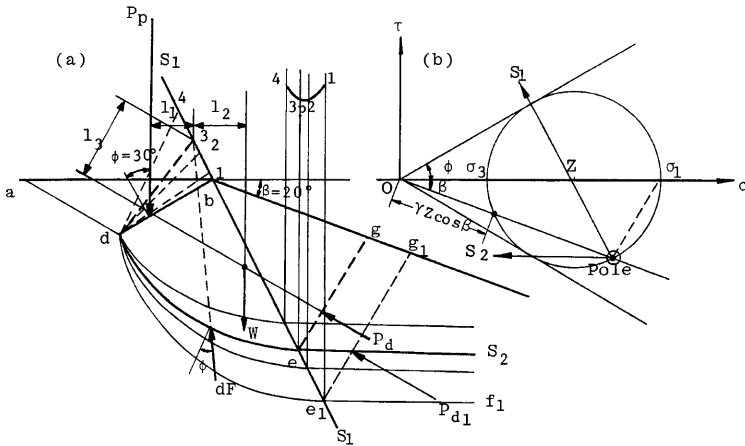


Fig. 4. Logarithmic spiral method for determining passive earth pressure ($\beta = 20^\circ$).

$$P_{d1} = \frac{1}{2} K_P \gamma \overline{e_1 g_1}^2 \quad \dots \dots \dots (6)$$

により算定される。また、土塊 bde_1g_1 の重量 W_1 とその作用線を図解法により求めれば、 bd 面に作用する受働土圧（鉛直方向） P_P' は、

$$P_P' = \frac{1}{l_1} (W_1 l_2 + P_{d1} l_3) \quad \dots \dots \dots (7)$$

として決定することができる。

真の受働土圧 P_P は、多くの試行すべり面の中で最小の受働土圧を与えるものとして、Fig. 4 のように図式的に求められる。計算例として、 $\phi = 30^\circ, \beta = 20^\circ, \gamma = 1.8 \text{ tf/m}^3, B = 6 \text{ m}$ とすれば $P_P = 128.9 \text{ tf}$ 。

$$Q = 2P_P - \gamma B^2 \tan \phi = 248.4 \text{ tf}$$

$$\therefore N_{r\beta} = \frac{2Q}{\gamma B^2} = 7.67$$

なお、水平地盤に対する値は周知のように $N_r = 19.9$ であるから、上の値はこれの 38.5% に相当する。

2.2 水野の理論の応用

滑らかな底面をもつ基礎の場合には、基礎面直下の領域 I は Fig. 1 のように Rankine の主働領域となる。よって、領域 I と II との境界面 bd において受働土圧 P_P を考える Terzaghi の方法は一種の矛盾を含むことになる。

水平表面をもつ地盤の場合の支持力を算定するのに、水野³¹⁴⁾ は Rankine の主働領域 I と受働領域 III とに挟まれた過渡領域（放射状せん断領域）II を多数の微小楔形区域に分割し、各分割線上で応力の連続条件

と塑性すべりのつりあい条件を満足させる方法で、砂地盤の極限支持力とすべり線の特徴を調べた。すなわち、過渡領域の中で i 番目の微小楔内の応力は Fig. 5 を参照して、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^i &= -6E_i r \cos 3\theta + 2F_i r \cos \theta - 6G_i r \sin 3\theta \\ &\quad + 2H_i r \sin \theta + \gamma(1-k)r \sin \theta \cos^2 \theta + \Omega \\ \sigma_\theta^i &= 6E_i r \cos 3\theta + 6F_i r \cos \theta + 6G_i r \sin 3\theta \\ &\quad + 6H_i r \sin \theta + \gamma(1-k)r \sin^3 \theta + \Omega \\ \tau_{r\theta}^i &= 6E_i r \sin 3\theta + 2F_i r \sin \theta - 6G_i r \cos 3\theta \\ &\quad - 2H_i r \cos \theta - \gamma(1-k)r \sin^2 \theta \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここに、

$$k = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}, \quad \Omega = -\gamma z = -\gamma r \sin \theta$$

傾斜地盤上の基礎では、領域 II と III を分ける境界線の傾きが $\theta_n = 90^\circ + \alpha$ (式 (2) 参照) となるだけの相違であるから、大きい変更なくして滑らかな底面をもつ基礎の支持力の計算を遂行することができる。

式 (8) を解くための境界条件は、まず Fig. 5 の θ_i なる分割線上の各応力成分は、 θ_i の左側と右側とで計算したものが連続せねばならないことから、

$$\theta = \theta_i \text{ において; } \sigma_r^i = \sigma_r^{i+1}, \sigma_\theta^i = \sigma_\theta^{i+1}, \tau_{r\theta}^i = \tau_{r\theta}^{i+1} \quad (9)$$

さらに、この分割線上で塑性つりあい条件が満足しているから、

$$\theta = \theta_i \text{ において; } (\sigma_\theta^i - \sigma_r^i)^2 + 4\tau_{r\theta}^{i2} = \sin^2 \phi (\sigma_\theta^i + \sigma_r^i)^2 \quad (10)$$

θ_1 より θ_{n-1} までの各分割線上において、式 (9) と式 (10) の合計 4 つずつの条件式が存在する。また $\theta = \theta_0$ では Rankine の主働応力状態、 $\theta = \theta_n$ では同じく受働応力状態に合致するという境界条件を満足せねばならないから、結局、条件式の数 は $4(n-1) + 6 = 4n + 2$ となる (n : 分割数)。これに対して、各楔形区域において E_i, F_i, G_i, H_i の 4 つずつ、および角度 θ_n と主働土圧 $a q_a$ ($a = 4 \cot \theta_0/B$, q_a : 極限支持力)、計 $(4n+2)$ 個の未知数がある。

上に未知数の 1 つとしてあげた境界角 θ_n は、過渡領域内の分割楔の数を無限大にすれば、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \theta_n = 90^\circ + \alpha \quad (11)$$

となることが証明されるので、実際には未知数は 1 個減じて $(4n+1)$ 個となり、 $\theta = \theta_{n-1}$ における塑性つりあい条件式 (10) を除外すればよい。

なお、すべり線の方については、Rankine 領域内では直線となることはいうまでもないが、過渡領域の各分割楔内の最大主応力の方角は、鉛直下方から半時計まわりに

$$\tan 2\phi = -\frac{2\tau_{r\theta}}{\sigma_\theta - \sigma_r} \quad (12)$$

であるから、すべり面の方向は

$$J = \phi \pm \left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) \quad (13)$$

として定められる。

計算例として 2.1 と同じ条件を用いると、支持力係数は $\beta = 0$ (水平地盤) に対して $N_f = 18.2$, $\beta = 20^\circ$ に

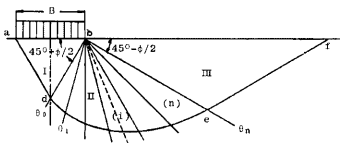


Fig. 5. Theory of bearing capacity after Mizuno.

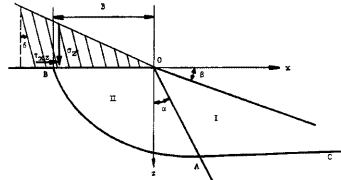


Fig. 6. Theory of bearing capacity after Sokolovsky.

対して $N_{r\beta}=7.31$ であり、後者は前者の約40%となる。

2.3 Sokolovsky の方法

一般の場合として、斜面天端上の傾斜荷重（傾角 δ ）を考える（Fig. 6）。その鉛直・水平応力成分の関係は、

$$\tau_{xz} = \sigma_z \tan \delta \quad (\delta \leq \phi) \quad \dots\dots\dots (14)$$

Sokolovsky⁵⁾の方法において、地盤の応力状態は荷重をうけていない斜面の下での受働領域 III と、それ以外の過渡領域 II の2つで表現される。領域 III は単純な Rankine の受働応力状態であって、極座標 (r, θ) を用いて次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} 2\phi &= 180^\circ - \beta - \sin^{-1} \frac{\sin \beta}{\sin \phi} \\ s &= \frac{\cos(\theta + \beta)}{\cos^2 \phi \cos \beta} (1 - \lambda), \quad \lambda = \sin^2 \beta - \cos \beta \sqrt{\sin^2 \phi - \sin^2 \beta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 ϕ は最大主応力が鉛直軸 (z 軸) となす角、また s は平均主応力を σ_m としたとき、

$$\sigma_m = \gamma \cdot r \cdot s(\theta) \quad \dots\dots\dots (16)$$

として仮定されるものである。また領域 II と III を分ける境界線 OA の傾角 α は、斜面傾斜角 β の関数としてさきの式 (2) で示される。

一方、領域 II 内では応力はいたるところでやはりすべりの限界状態にあるが、次の連立常微分方程式を数値積分して決定される。すなわち、 $\Psi(\theta) = \phi - \theta$ として、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi}{d\theta} + 1 &= \frac{\cos \theta - \sin \phi \cos(2\Psi + \theta) - s \cos^2 \phi}{2s \sin \phi (\cos 2\Psi - \sin \phi)} \\ \frac{ds}{d\theta} &= \frac{-\sin(2\Psi + \theta) + s \sin 2\Psi}{\cos 2\Psi - \sin \phi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

これを境界条件のもとに解くと、結局、負の x 軸に沿って求める応力成分 $\sigma_z = \gamma r Q^*$ および $\tau_{xz} = \gamma r T^*$ は次式で決定される。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \gamma r s_0 \cos \delta (\cos \delta + \sqrt{\sin^2 \phi - \sin^2 \delta}) \\ \tau_{xz} &= \sigma_z \tan \delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

$\delta=0$, すなわち鉛直荷重のときは明らかに、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \gamma r s_0 (1 + \sin \phi) \\ \tau_{xz} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

となり、これより支持力係数は

$$N_{r\beta} = Q^* = \frac{Q}{\gamma r} = s_0 (1 + \sin \phi) \quad \dots\dots\dots (20)$$

で計算される。

Sokolovsky の計算例では、 $\delta=0$ （鉛直荷重）、 $\phi=30^\circ$ に対し Table 1 が示されているが、これを $\beta=20^\circ=0.349$ に対して追加計算した結果、支持力係数は $N_{r\beta}=6.24$ ($\alpha=28^\circ 25' = 0.495$) となる。この解法にもとづいて、林⁶⁾は種々の内部摩擦角 ϕ 、斜面傾斜角 β 、および荷重傾斜角 δ に対する支持力係数 $N_{r\beta}$ の図表を作成している。

なお、すべり線の方角に関しては、 $\mu=45^\circ - \phi/2$ とすればすべり線は動径の方角と常に $(\Psi + \mu)$ だけ傾いているから、

$$r \frac{d\theta}{dr} = \tan(\Psi \pm \mu) \quad \dots\dots\dots (21)$$

Table 1. Calculation of bearing capacity by Sokolovsky's method.

s_0	6	8	10	12	14
Q^*	≈ 9	12	15	18	21
α	0.70	0.88	1.03	1.16	1.28
β	0.23	0.11	0.01	-0.08	-0.15

が成立する。これを解いて、

$$r = C \exp \left\{ \int_0^\theta \cot(\Psi \pm \mu) d\theta \right\} \dots\dots\dots (22)$$

ただし C は積分定数。 Ψ は θ の関数であることから、式 (17) を満足する数値積分が必要となる。実際の計算は、後述の模型実験におけるすべり線と比較するために行われている。

2.4 極追跡による図解法⁷⁾

一般に、塑性平衡状態にある土中の応力状態とすべり面の方向は、Mohr の応力円の極によって代表される。そして、塑性平衡状態にある 2 点の応力状態が既知であるとき、これら 2 点に近い第 3 の点の応力状態をすべり線に沿って求めることができる。このさい応力円の極を利用すれば、任意の面での応力状態とすべり線の方向がわかるので、次のような手法が考えられる。すなわち、

- ⎧ 物理面上で；既知の 2 つの点とそれぞれのすべり線の方向から第 3 の点を見出す。
- ⎧ 応力面上で；既知の 2 つの極とそれぞれのすべり線の方向から第 3 の極を見出す。

この操作を繰返して、物理面と応力面の相互の対応をつけ、土中の各点の応力を図解的に求めてゆく方法であって、de Josselin de Jong が考案したものである。

この方法の原理は、土の弾性的ひずみは考えず、応力が破壊規準を満足すれば大きな塑性変形が起こり、土はせん断破壊をするものと仮定する。この仮定を用いて、応力のつりあい式と塑性すべりの条件を連立させ、これをすべり線の方向に整理すれば Kötter の式が得られる。極追跡法の基本式は、この Kötter の式を極 (σ_P, τ_P) について整理し、差分形式で表わした次式である。すなわち、砂のようないわゆる ϕ -材料についてのみこれを記せば、Fig. 7 を参照して、

$$\left. \begin{aligned} (\Delta \tau_P)_{s_1} &= \tan \beta_2 (\Delta \sigma_P)_{s_1} - \frac{\cos \beta_1 \sin (\beta_2 - 90^\circ)}{\cos \beta_2} \gamma \cdot \Delta s_1 \\ (\Delta \tau_P)_{s_2} &= \tan \beta_1 (\Delta \sigma_P)_{s_2} - \frac{\cos \beta_2 \sin (\beta_1 - 90^\circ)}{\cos \beta_1} \gamma \cdot \Delta s_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

この式を用いて、Mohr の応力円の幾何学的関係より極追跡法に関して次のことがいえる。すなわち、土の自重 (単位体積重量 γ) を考慮する場合、物理面 (Fig. 7(a)) 上の 2 点 A, B から出発するすべり線の交点 C における極は、応力面 (Fig. 7(b)) 上の A, B に対応する極 P_A, P_B から物体力の向きにそれぞれ $\vec{\gamma} \cdot \vec{d}_A$, $\vec{\gamma} \cdot \vec{d}_B$ だけ移動させた点 P_A', P_B' より出発して、物理面上のすべり線 AC および BC にそれぞれ平行な線の交点 P_C として決定される。ただし、上記の移動は、 $\vec{AC}, \vec{BC}$ の方向が x 軸の正の向きと同じであれば物体力の方向へ、 x 軸の負の向きと同じならば物体力と逆向きに移動させることになる。

このようにして求められた物理面上の点 C と応力面上の極 P_C は、いずれも第 1 近似に過ぎないので、何回か修正を繰返して正確な位置を決定する必要がある。すなわち、応力面上で極 P_C を通って破壊線に接する応力円を描き、新しい点 C における共役なすべり線の方向を求めて、物理面上ですべり線 S_{1A} と S_{2B}

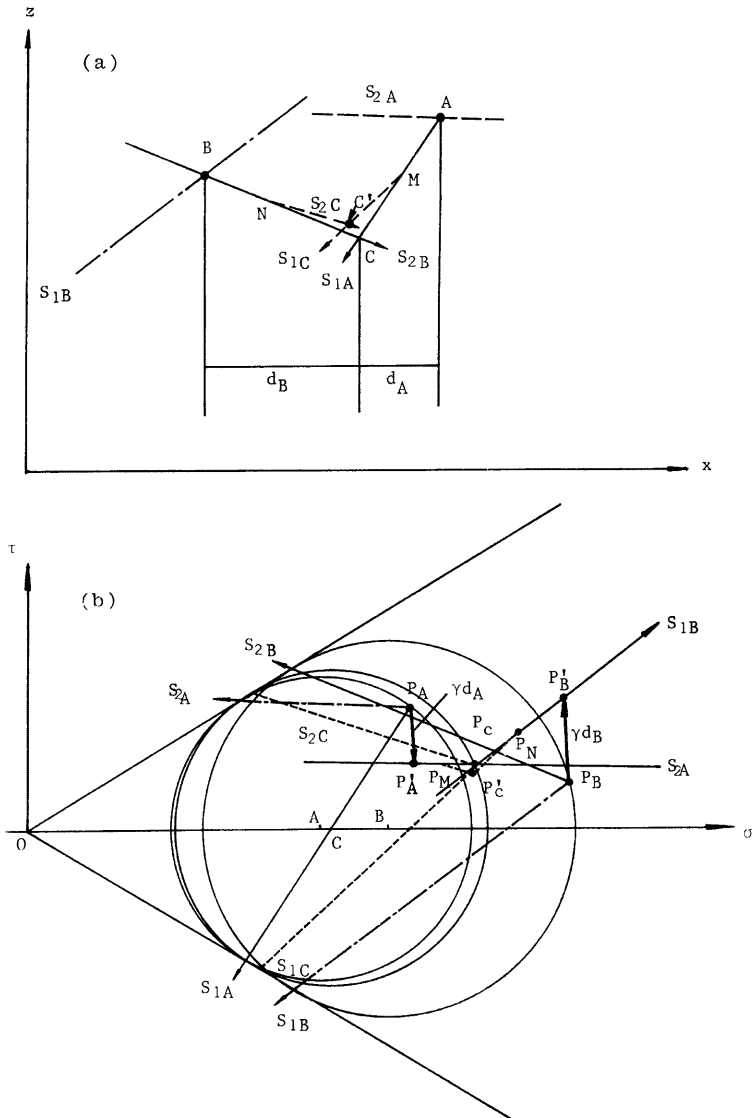
を S_{1C}, S_{2C} に平行に折線で修正し、その交点 C' で C における共役なすべり線の方向を満足するようにする。また極 P_C についても、点 C における共役なすべり線の方向を用いて応力面上の共役な線 S_{2A} および S_{1B} を折線で修正し、正確な極 $P_{C'}$ の位置を見出す。

最終的なすべり線の形は、点 A と C' および点 B と C' を通る滑らかな曲線を描くことによって得られる。また極の軌跡は、 P_A と $P_{C'}$ および P_B と $P_{C'}$ を通る滑らかな曲線と与えられる。

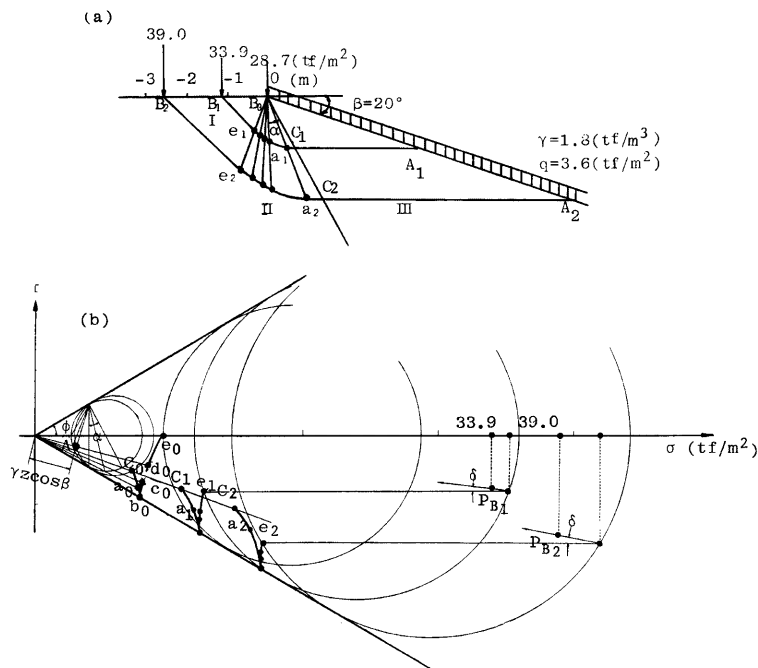
この手法を傾斜地盤上の基礎の支持力算定に応用した。Fig. 8 は地盤の単位体積重量 $\gamma = 1.8 \text{ tf/m}^3$ 、内部摩擦角 $\phi = 30^\circ$ 、斜面傾斜角 $\beta = 20^\circ$ 、基礎の根入れ深

Table 2. Comparison of various methods for calculating the bearing capacity.

Method	$\beta=0$	$\beta=20^\circ$	Roughness
Terzaghi	19.9	7.67	rough
Mizuno	18.2	7.31	smooth
Sokolovsky	15.3	6.24	smooth
Weiß-Smolczyk ²⁾	18.1	9.0	smooth
Meyerhof ⁸⁾	20.0	7.4	rough
Pole trail	17.6	5.9	rough

Fig. 7. Method of determining the pole ($\gamma \neq 0$).

さ $D_f=2.0\text{m}$ なる諸条件のもとに極追跡による図解法を実施した結果を示す。基礎の根入れ深さを考慮したのは、砂地盤 ($c=0$) に対する作図の安定化の必要性によるものであるが、この方法で求めた支持力係数 $N_{r\theta}$ を他の種々の解析解によるものと比較して Table 2 に示した。

Fig. 8. Determination of bearing capacity by the pole trail method ($\beta=20^\circ$).

3. 実験的研究

3.1 はじめに

地盤の傾斜角を種々変化した場合について、密な砂をつめた小型土槽を用いて载荷実験を行なった。実験は、地盤の破壊形態、すなわち内部変形、表面変形、すべり線などがいかなるものであるかを観察し、それに検討を加えるものとする。

3.2 実験方法

(1) 概要

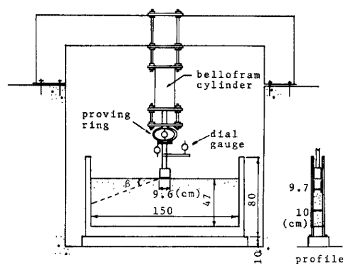


Fig. 9. Model testing apparatus.

平面ひずみ状態を仮定した小型土槽 (Fig. 9 参照) を用い、150 cm×47 cm×10 cm の模型地盤を作成して载荷実験を行なった。土槽の前面には厚さ 1.5 cm の強化ガラスを用い、背面は厚さ 8 mm の鋼板を 2 段に積み重ねて砂内部の動きを観察し、かつ平面ひずみ条件をできるだけ満足するようにした。载荷板には 9.6 cm×9.7 cm の面積をもつジュラルミンを用い、底面は滑らかな状態とした。なお、この土槽を用いた模型実験における地盤材料の応力-変形挙動に考察を加えるため、要素試験として砂の三軸圧縮試験を行なった。

(2) 模型実験

摩擦軽減を目的として、土槽の内部にシリコンオイルを塗る。次に気乾状態の豊浦砂を、砂地盤表面から120 cmの高さに保ってある多重ふるい(500 μ 2段)を通して落下させる。⁹⁾ 地盤表面がある高さまでくると、染色した標準砂を Fig. 10 の装置を用いてガラス面に沿い縦横に入れる。また、4 cm 間隔ごとに、エポキシ樹脂を塗ったアルミ棒(ϕ 3 mm, 長さ 9.8 cm)の先にプラスチック板(ϕ 8 mm)をつけた指標を埋め込む。この砂のふるい落としと、色砂や指標を入れる操作を、模型地盤が高さ 47 cm を越すまで繰返す。次に地盤表面を鋼製カッターを用いて切り取り、水平に整形を行い、その左半分を所定の傾斜角で切り取って傾斜地盤を作成した。傾斜角は 0° 、 10° 、 20° 、 30° として実験を行なったが、砂の間隙比は0.638~0.678の範囲にあった。

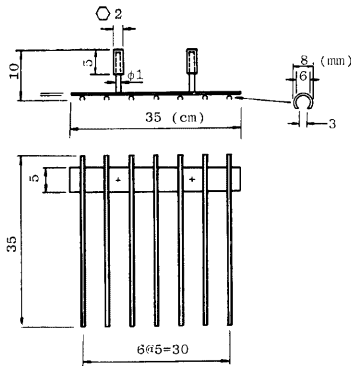


Fig. 10. Installation apparatus of colored sand.

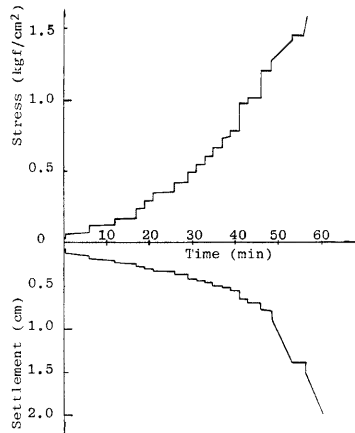


Fig. 11. Loading pattern in the model test.

載荷装置にはペロフラムシリンダーを用い、荷重増分をほぼ 0.06 kg f/cm^2 とし、載荷板の沈下がおさまるごとに段階的な載荷を行なった (Fig. 11 参照)。各荷重増分ごとに載荷板の沈下をダイヤルゲージで計測し、同時に指標の変位や色砂の形状変化などを調べるため写真をとった。なお、地盤が連続的に破壊していく過程を観察するため、テレビビデオの撮影も併用した。

(3) 砂の三軸圧縮試験

土槽を用いた模型実験における荷重と砂地盤の変形量の関係、特に破壊に至るまでのせん断ひずみについて検討を加えることを目的として、土槽実験とはほぼ同一密度の砂で三軸圧縮試験を行なった。土槽実験では平面ひずみ状態であり、かつ比較的低応力な状態で破壊が生じているが、三軸圧縮試験では $\sigma_3=0.15, 0.3, 0.6, 1.2 \text{ kg f/cm}^2$ の応力状態で応力-ひずみ関係を検討する。

実験結果を Fig. 12(a), (b) に示す。この図の横軸にせん断ひずみ $\gamma=4(\epsilon_1-\epsilon_3)/3$ を用いた理由は、後述の土槽実験結果において地盤内部のせん断ひずみの計算と対応させるためである。

3.3 実験結果と考察

(1) 地盤の破壊形態の観察

a) 水平地盤

載荷を続けていくと載荷板が突然急激な沈下を起こし、荷重-沈下曲線で変曲点となるところがある。これをもって地盤が破壊したと定義づけることにする。

破壊前、載荷面直下部分において、まず載荷板と同幅で鉛直方向に押し込まれた領域が生じている (Fig. 13(a) 参照)。破壊に至ると、非常に浅い部分で側方移動が大きくなり、局部的なせん断破壊が起こったも

のと考えられる。このさい不明瞭ではあるが、押し込み領域より表面が隆起した端部まですべり線が入っている。この押し込み領域はさらに深く発達し、明瞭な塑領域を表わすすべり線も現れる (Fig. 13 (b))。さらに载荷を続けると、载荷板の沈下に伴ってすべり線との交点までの部分で表面隆起が顕著となる。側方への移動は地盤の深い部分へと拡大していくが、楔領域はそれ自体の大きさをほとんど変えないで鉛直方向に移動する (Fig. 13 (c))。なお、すべり線の形を Sokolovsky の方法によるものと比較すると、Fig. 14 のようになりに異なっている。これは水平地盤では、载荷による破壊のパターンが剛塑性論で教えるものと違って、多分に進行性破壊に近いものとなるためと考えられる。

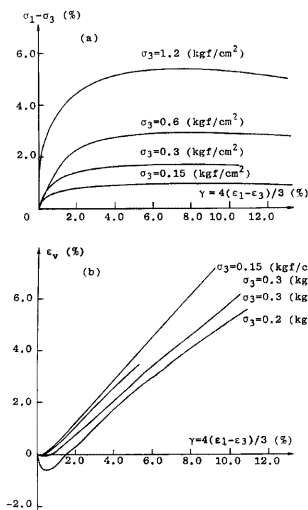


Fig. 12. Results of triaxial compression test for sand; (a) stress-strain relationship, and (b) stress-dilatancy relationship.

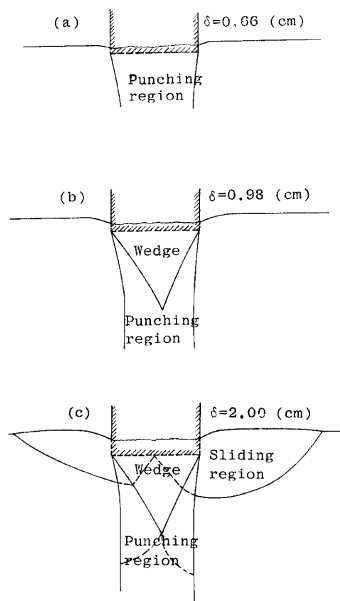


Fig. 13. Failure pattern of horizontal ground; (a) development of punching region, (b) appearance of wedge, and (c) spreading of failure region.

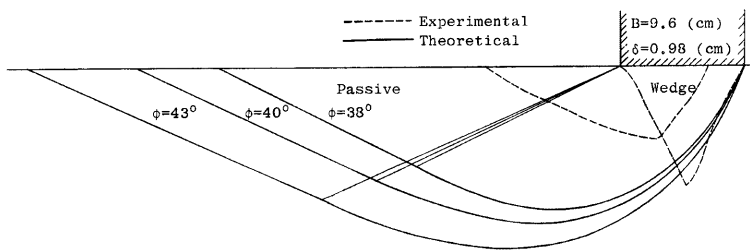


Fig. 14. Comparison of slip lines ($\beta=0$).

b) 傾斜地盤

Photo. 1 (a) は載荷前の状況である（斜面傾斜角 $\beta=20^\circ$ ）。載荷していくと、地盤が破壊する前に少し押し込み領域ができるが、破壊時にはさきの水平地盤の場合とは異なり、押し込み領域が十分発達する以前に楔領域と側方移動によるすべり領域がほとんど同時に生ずる。ただし、破壊直後は明確にすべり線を識別できないが（**Photo. 1** (b)），載荷板の沈下が進むにつれてこれらの領域は次第に明瞭となる（**Photo. 1** (c)）。また沈下の進行とともに、すべり線で囲まれた領域の内部に新たなすべり線ができる。このとき楔領域の大きさはほぼ不変であり、やや形状を変えて鉛直下方へ移動し、外部のすべり線の形にも変化はない。一方、

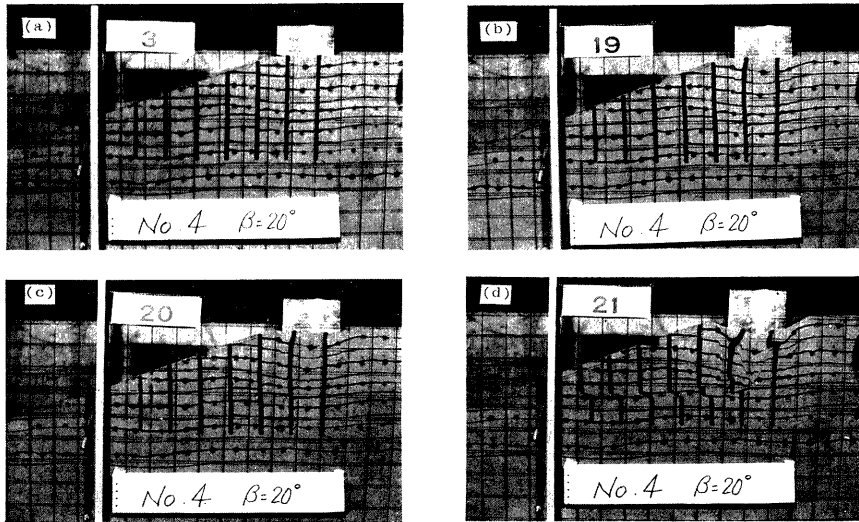


Photo. 1. Failure pattern of inclined ground; (a) before loading, (b) just after loading, (c) appearance of slip lines, and (d) after failure.

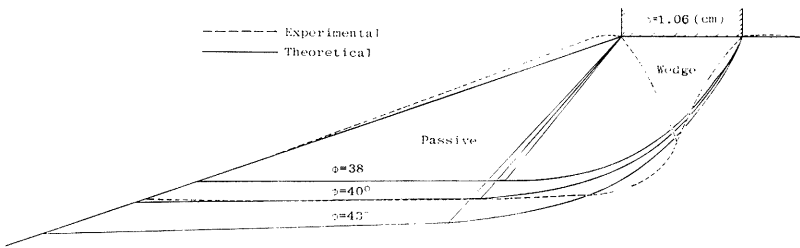


Fig. 15. Comparison of slip lines ($\beta=20^\circ$).

地盤表面では隆起がみられるが、これは時間的にあまり変わらない（**Photo. 1** (d)）。すべり線の形状を Sokolovsky の理論解と比較すると、 $\psi=40^\circ$ に対してほぼ一致する（**Fig. 15** 参照）。これより傾斜地盤では、水平地盤と違ってかなり全般せん断破壊に近いパターンの破壊が生じていると推測される。

(2) 地盤の内部変形挙動

a) 地盤内部での砂の動き

指標の動きが砂の動きをそのまま示すものとする。

破壊前には水平地盤、傾斜地盤とも載荷板の中心線より螺旋状に左右へ押し出されるように移動している (Fig. 16 参照)。図において実線部は載荷前から破壊直前まで、破線部は破壊後の移動を表わしている。破壊時にはすべり線の入る領域の内部と外部とで移動量に差異はなく、載荷板からの距離が大きくなるにつれて移動量は小さい。一方、破壊後においては、傾斜地盤では砂の移動はすべり線の内と外とで非常に異なる。

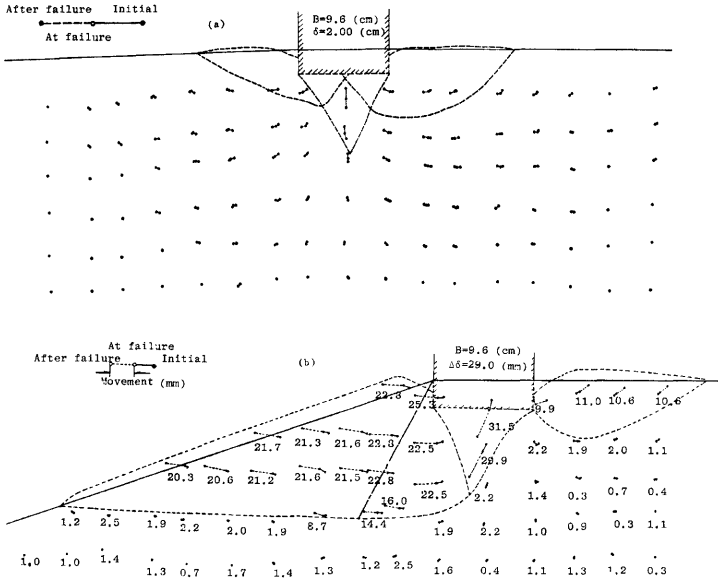


Fig. 16. Movement of markers in the model ground after failure.

載荷面直下の楔領域では、載荷板の破壊後の沈下量を $\Delta \delta$ とすると、これとほぼ同程度の移動がある。載荷板の沈下に伴い、板自体が少し斜面の方向にずれるので、その直下の楔領域もこれに追従して移動するが、これはいわゆる Kurdjumoff 効果を表わすものであろう。その他の破壊領域については、剛塑性論で受働 Rankine 領域となる部分に直線のすべり線を引けば、そこではほぼ同じだけの距離を平行移動していることがわかる。その移動方向は、すべり線の方より若干上向きとなっている。剛塑性速度場の理論によると、ひずみ速度ベクトルはすべり線と ϕ なる角度をなすが、上の実験結果はこれを定性的に支持する。

しかし、仮に過渡領域が対数螺旋線のすべり線をもつとすると、Fig. 17 に示すように、この部分の変位速度 v_0 は載荷面の沈下速度 v に対し、

$$v_0 = \frac{v}{2 \cos \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)} \quad (24)$$

となり、結局、受働領域での変位速度 v_1 は

$$v_1 = v_0 \exp \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} + \alpha \right) \quad (25)$$

となって、 v より大きな速度でなければならない。¹⁰⁾ これは実験結果とは逆の傾向であり、変形を考慮に入れない剛塑性論の限界を示すものであろう。

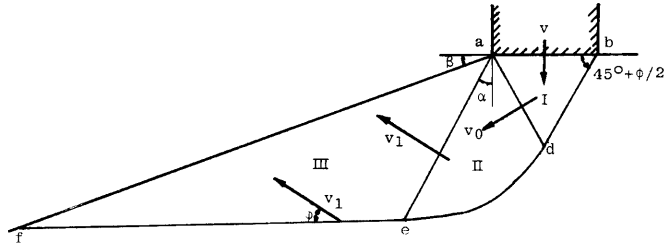


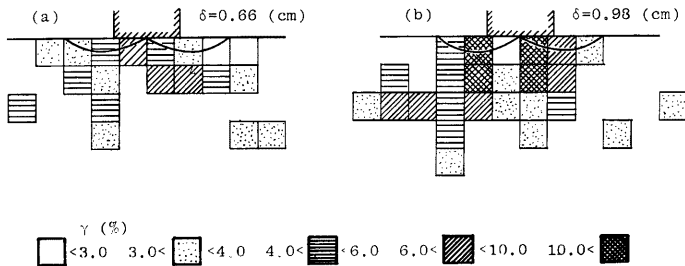
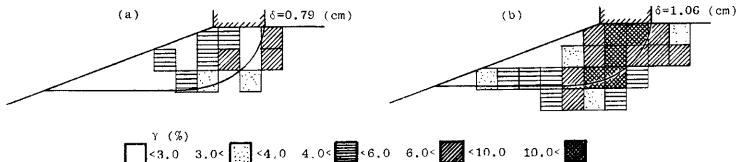
Fig. 17. Velocity vector in the inclined ground.

また水平地盤では、すべり線の形や地盤の破壊形態と同様に、砂の動きも剛塑性論で説明することは困難である。

b) 地盤内におけるせん断ひずみ分布

指標の変位 u よりせん断ひずみ γ を計算するのに、指標で囲まれる任意の四辺形要素について、ひずみが要素内で一定で、かつ微小変形であるという仮定を設けた。前述の三軸圧縮試験の結果より、 $\gamma=3\sim4\%$ 付近でほぼ破壊に達することが知られている (Fig. 12(a) 参照) ので、これより大きいひずみが地盤内で生じている部分をもって塑性域とみなす。

水平地盤に対する Fig. 18 より、地盤の破壊以前に押し込みにより生じたすべり線と載荷面直下に塑性域ができていくことがわかる。破壊時には載荷面の両側部分に塑性域が増大するとともに、鉛直下方にもこれが拡大していく。一方、傾斜地盤 (Fig. 19) では、破壊以前には塑性域は載荷面直下に局部的に存在するのみである。破壊時にはせん断ひずみの大きい要素がすべり線に沿って分布する。

Fig. 18. Distribution of shear strain ($\beta=0^\circ$); (a) before failure, and (b) just after failure.Fig. 19. Distribution of shear strain ($\beta=20^\circ$); (a) before failure, and (b) just after failure.

結局、水平地盤では塑性域が漸次拡大するという進行性破壊が起こるのに対し、傾斜地盤では載荷面直下に塑性域が局部的に生じた後、全般的なせん断破壊がすべり面全体にわたって発生していることが知られ、

(1) における破壊形態からの推測を表付けるものである。

(3) 支持力と沈下の関係

a) 荷重—沈下曲線

土槽を用いた模型実験で、砂地盤の傾斜角 β を種々変えた場合の荷重—沈下曲線を Fig. 20 に示す。ただし、この図は地盤表面のゆるみによる載荷板の沈下や、端部での接地の不整などにより、載荷初期の曲線が上に凹となる部分を直線で補正したものである。なお、黒丸印は破壊形態の観察による破壊点、矢印は上記補正曲線を両対数紙上にプロットしたときの折点（降伏点）である。いずれの曲線も初期の段階は直線に近い、破壊点に近づく急速に折れ曲がる性質があり、これはほぼ弾—完全塑性体に近い挙動を示す。また、傾斜角 β が大きくなるほど支持力が減少し、破壊点に対応する沈下量も小さくなる。

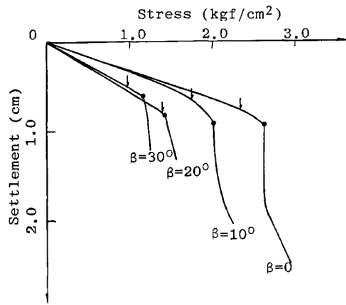


Fig. 20. Load-settlement curves in the model test.

Table 3. Load intensity and settlement corresponding to the failure point and the yield point.

Slope angle β	0	10°	20°	30°
Settlement at failure (cm)	0.940	0.895	0.798	0.663
Ultimate bearing capacity (kgf/cm²)	2.65	2.04	1.41	1.13
Settlement at yield point (cm)	0.760	0.620	0.798	0.540
Yield value (kgf/cm²)	2.36	1.75	1.41	0.955

b) 支持力値について

上記の破壊点および降伏点に対応する載荷重力（支持力）と載荷面の沈下量を Table 3 にまとめた。支持力値を従来の理論による値と比較すると、内部摩擦角 $\phi=47^\circ$ 程度のものとなり、すべり線の形状から算定した $\phi=40^\circ$ (Fig. 15 参照) とはかなり異なっている。この理由としては、三軸圧縮試験でも低応力レベルでは ϕ が相当大きく出ることや土槽実験における側面摩擦の影響などが考えられる。

(4) ま と め

- 1) 地盤の破壊領域は、先細の楔領域とそれ以外の部分に分かれる。
- 2) 観察されたすべり線は、傾斜地盤ではほぼ剛塑性論によるすべり線の形と一致する。
- 3) 地盤内部の砂の動きは、定性的には速度場の理論と矛盾しない。
- 4) 荷重—沈下曲線より、斜面傾斜角が増すほど極限支持力は著しく減少し、それに対応する基礎の沈下量も漸減することが知られる。

4. あ と が き

傾斜地盤上の基礎の支持力なる課題は、本文中の考察のように、斜面傾斜角 β の存在による水平地盤の支持力からの減少とみる考え方のほかに、天端上荷重 q_u の存在による斜面安定係数の減少とみる考え方も可能である。ところで一般に、斜面の安定解析には円弧すべり面法（極限平衡法）が支持力論における剛塑性すべり線場の理論（極限解析法）に代わって用いられる。この理由は斜面的場合、安全率とすべり面の形ともこの両者の結果に大差がないため、簡便法として円弧すべり面法を採用するのである。

本文で記した砂模型による支持力実験において、斜面傾斜角 $\beta=0$ と $\beta \neq 0$ ($10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$) の両者で地盤破壊の機構が著しく異なり、前者では載荷面直下のみに局所的な破壊が生じ、全般的なすべりとならないのは斜面的安定係数が大き過ぎるためであろう。これに対して、 $\beta \neq 0$ では安定係数はそれほど大きくないの

で、すべり面全体にわたってほぼ均等にせん断応力が動員され、地盤破壊のパターンが全般せん断破壊に近くなったものと考えられる。

以上の考察から、傾斜地盤上の基礎の支持力の問題を斜面の安定解析の1つのケースとして捉えることができ、土の安定問題の広い範疇の中でそれらを統一的に処理しうることが示唆される。

本研究における実験には、今堀嘉一氏の協力を得たので、付記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Terzaghi, K.: Theoretical Soil Mechanics, John Wiley & Sons, 1943, pp. 100-133.
- 2) Weiß, K.: Zur Frage der Grenztragfähigkeit von flach gegründeten Streifenfundamenten in Böschungen, Mitt. Degebo, Heft 32, 1976, pp. 153-166.
- 3) 水野高明：砂地盤の支持力に就て，土木学会誌，第28巻，第11号，1942，pp. 1008-1020.
- 4) 水野高明：砂地盤の支持力（続編），土木学会誌，第29巻，第5号，1943，pp. 396-409.
- 5) Sokolovsky, V. V.: Static of Soil Media, 2nd Ed., Butterworths, 1960, pp. 137-151.
- 6) 林 義信：斜面上の基礎の支持力について，第12回土質工学研究発表会講演集，1977，pp. 627-630.
- 7) 駒田敬一：塑性平衡応力状態にある土中応力の図解法の原理，土木研究所資料，第237号，1967，pp. 1-20.
- 8) Meyerhof, G. G.: The Ultimate Bearing Capacity of Foundation on Slopes, Proc. 4th Intern. Conf. SMFE, Vol. 1, 1957, pp. 384-386.
- 9) 土岐祥介・三浦清一：室内実験に用いる砂供試体の作成方法について，第24回土質工学シンポジウム発表論文集，1979，pp. 173-180.
- 10) Wu, T. H.: Soil Mechanics, Allyn & Bacon, 1966, pp. 257-264.