

# ランダム磁場, フラストレーション, ドメイン

東工大・理 上野陽太郎

## §1. はじめに

強磁性体にランダム場(RF)を加えると, 体系はフラストレーション(FR)や競合的性質をもつようになる。各スピンはRFの方向を向こうが, あるいは協力し合, て互いに揃うかと選択を迫られる。結局争協して(次元もRFも温度に依存するが)ドメイン構造を作る。

競合相互作用の系では, 争協の産物として不整合(IC)相が生じる。しかし, ミクロには完全な不整合になることはなく, 局所的には整合な領域をくり返すドメイン構造的にな, ていふと考えられる。ゆづきの強い2次元でのIC相は, ドメイン構造のたまに位置が決まる揺れ動いていふfloating相とな, ていふ。floating相の1つの極限にあるKosterlitz-Thouless相は(フェロのnn相互作用をもつ三角格子反強磁性Isingモデルのよう)2次元FRモデルに存在する。3次元でも立方格子のFRモデルには, 揺れ動く規則性のないドメイン構造が存在するようだ。

RF系とFR系におけるドメイン構造の研究は始, たばかりで未知の部分が多いが, ここでは, 両系でのドメイン構造を共通なものとして考え, そしてその関係を理論的に抱えて行きたい。結局, 上に挙げたFRモデルはア=ールされた, あるいは不完全なア=ールのRF系と見做せることが判明した。§2でRF系におけるドメイン構造やその相を特徴づけるオーダパラメータ等の定義を含めた一般的性質を論じる。その結果に関連して, FRモデルのRF系とq関係を導く論じ, このモデルの相転移の性質に言及する。

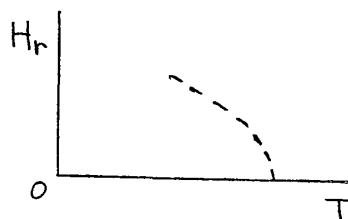
## §2. Isingランダム磁場系

ランダム場の問題としては, フェロが任意の微小なRFでも破壊される次元の問題がある。Ising系の場合には,  $d_{lc} = 2$  or  $3$  とまだ決着がつかない。我々は, この問題でなく, フェロが破壊された後に生ずる状態について考えたい。

### 1) ドメイン構造

最近Morgensternらは,<sup>[1]</sup> モンテカルロによつて, 比熱のピークのサイズ依存性から2次元では図1のようなドメイン(D)状態とパラ(P)状態の間に境界, 即ち相転移が存在することの示唆を与えた。これをドメイン(D)相と呼ぶことにする。これがD構造をとることは, 理論モデルと等価である一様磁場中の希釈反強磁性体(2次元の  $Rb_2Co_xMg_{1-x}F_4$ ) における中性子回折で確認されている[2]。

図1



最近池田は[3], 同じ物質の磁場中と零磁場中冷却(FCとZFC)の磁化がある温度以下で異, てくることを見出した(図2)。また全(う)は明らかでないが, モンテカルロの

結果とは矛盾していないようだ。類似の現象をもつスピ  
ンガラスでは、不可逆性の開始により転移点を定義し  
ているように[4]、この場合にも同様に相転移が存在  
することを強く示唆している。

次に近似理論を紹介する[5]。これは平均サイズ  
 $L$ のドメインを仮定し、各スピンの磁化 $S_i$ が交換相互作用  
による磁化 $m_i$ とラモア磁場 $H_r$ によって誘起  
された磁化 $n_i$ よりなるとする(図3)。磁壁等のエネ  
ルギーを計算し、Landau-Ginzburgの現象論的自由エネ  
ルギーも求める。Fは $m = \overline{m_i}$ と $n = \overline{n_i}$ と $L$ の関  
数となる。即ち $F = F(m, n, L; H_r)$ 。極値の条件か  
ら熱平衡値を求める。 $H_r/J \ll 1$ の場合に、次元 $d$ に  
ついて $d < d_c$ では $L^{-1} \neq 0$ の解(D相)が、 $d > d_c$ では $L^{-1} = 0$ の解(F相)が得られる。  
 $d_c$ はある10次元の関数で臨界次元である。以下 $d < d_c$ だけを考える。

D相では

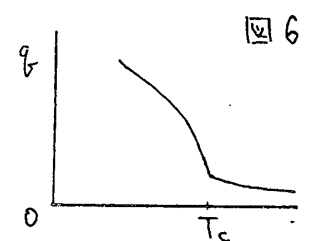
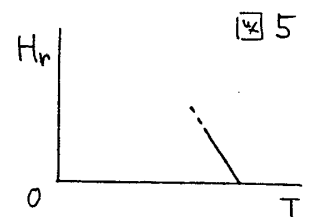
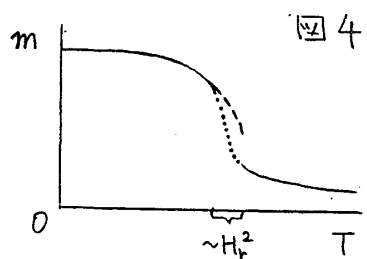
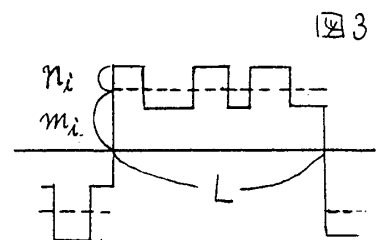
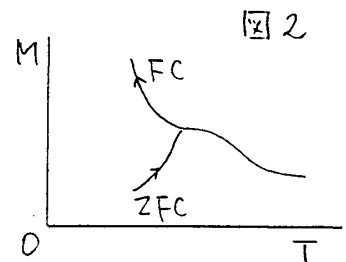
$$L^{-1} \propto \left(\frac{H_r}{m}\right)^2, \quad m = m_0 - O(H_r^2), \quad n \propto H_r/T \quad (1)$$

P相では、 $m \propto H_r/T^2$ ,  $n \propto H_r/T$ となる。実験[2]では、ドメインの大きさの逆数は  
 $H_r^2$ に比例している。測定された低温側では、 $L$ は温度に依存してはならないので、(1)の結果  
とはほぼ一致している。また、 $m \approx m_0$ の傾向は他の実験でも現われている。しかし、こ  
の方法だと $L \gg 1$ と $H_r/J \ll 1$ しか使えないので、D相からP相に移る狭い領域(中 $\sim H_r^2$ )  
の様子は明らかでない。この領域はゆらぎが強くミクロの精密な理論が必要になる。

図4はドメインの磁化 $m$ の温度依存性である。破線は  
 $L \gg 1$ の式が使えたとした場合で、 $T = T_c(H_r)$ とわ  
けられる。しかし実際は実線のようになめらかになる  
と考えられる。したがってD相とP相間にいくとも $O(H_r^2)$   
の精度で境界があると言える。 $H_r/J \ll 1$ で $T_c(H_r) =$   
 $T_c(0) - \alpha H_r$ となり、高磁場側では転移線が消えるこ  
を示唆している(図5)。

## 2) ドメイン相の一般的性質

P相-D相間の相転移は鋭い転移(それはスピンガラスの  
ように観測が簡単ではないが)、であるかどうかわからないが、  
上の説明したように少なくともD相の性質は明らか  
にP相とは異なる。したがって、D相の特徴を表わす物理量、  
即ちオーダーパラメータ $q$ が存在するはずである。この相変化  
には対称性の変化はないので、気液相転移との類推から、  
 $q$ は密度に対応するもの即ち  $q = \overline{\langle \sigma(r) \rangle^2}$  (2)  
磁化の強さが考えられる。



高温でも  $q \neq 0$  ながら (図6),  $T = T_c$  で  $q = 0$  にしたいならば一定量を引く必要がある。先に紹介した理論 [5] に依れば,  $q = m^2 + n^2$ 。しかし D 相でも  $m$  と  $n$  は温度に依るもの。  $T > T_c$  で  $q = 0$  に定義することは簡単ではない。また  $q$  の必要もない。

相関関数は 
$$C(r) = \frac{1}{N} \sum_r \{ \langle \sigma(r) \sigma(r+r) \rangle^2 - \langle \sigma(r) \rangle^2 \langle \sigma(r+r) \rangle^2 \} \quad (3)$$

$q$  の帯磁率は 
$$\chi_q = \sum_r C(r) \quad (4)$$

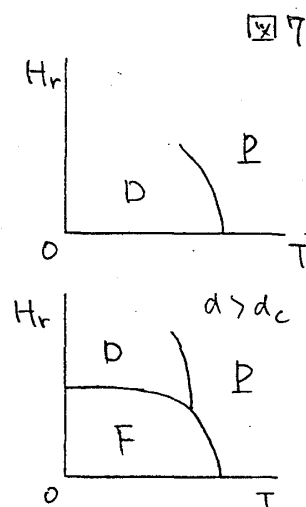
となる。鋭い転移かどうかがこの  $\chi_q$  の発散性によつて明らかになるだろう。なおトマインの平均サイズ  $L$  は  $\frac{1}{N} \sum_r \langle \sigma(r) \sigma(r+r) \rangle \sim e^{-\eta L}$  である。

対称性の変化のない相転移は転移線途中で消えることが可能である [6]。モレカルの結果は [1], それを示唆している。したがって一般に図7のような相図が考えられる。

(2) はスポンガラスの Edwards-Anderson オータノラマータ と同じ形だから, レゾリカ統計を考えることが適当である。ガウス分布として  $\text{RF}$  系  $\alpha$  は  $\text{ILT} = \beta > \beta_c$

$$H\{\mathbf{H}_r\} = -J \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \sigma_j - \sum_i H_r(i) \sigma_i \quad (5)$$

とすれば, 自由エネルギー  $- \ln \langle F \rangle_r = -T \ln \langle \text{Tr} \exp(-\beta H) \rangle_r$   
 $= \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \langle Z^n - 1 \rangle_r$ .  $\langle Z^n \rangle_r = \text{Tr} \exp(-\beta n d_n)$  で定義される  $V$   
 レゾリカ  $\text{ILT} = \beta > \beta_c$



$$|d_n = - \sum_{\alpha} \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i^{\alpha} \sigma_j^{\alpha} - \frac{\Delta}{T} \sum_{(\alpha, \beta)} \sum_i \sigma_i^{\alpha} \sigma_i^{\beta} \quad (6)$$

ここで  $\Delta = \langle H_r^2 \rangle_r$ . レゾリカ統計では (2) の定義  $q$  は  $q = \lim_{n \rightarrow 0} \langle \sigma_i^{\alpha} \rangle \langle \sigma_i^{\beta} \rangle$  ( $\alpha \neq \beta$ ) となる。次に,  $Z^{(n)}$  から  $q$  に関する情報をとり出すために  $\{\sigma_i\}$  から連続変数  $\{S_i^{\alpha}, Q_i^{\alpha\beta}\}$  に変換する。ここで,  $S_i^{\alpha}$  はフェリーのオートノラマータに対応し,  $Q_i^{\alpha\beta}$  は D 相の  $q$  に関係する ( $Q_i^{\alpha\beta} \propto \sigma_i^{\alpha} \sigma_i^{\beta}$ ).  $\exp(\frac{1}{2} \tilde{x} \cdot A \cdot x) \propto \int \pi dx \exp[-\frac{1}{2} \tilde{S} \cdot A \cdot S + \tilde{x} \cdot S]$  の積分公式を利用すると

$$\begin{aligned} \bar{H}(S, Q) = & \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \sum_i [n (S_i^{\alpha})^2 + (Q S_i^{\alpha})^2] + \frac{\mu}{4} \sum_{\alpha} \sum_i (S_i^{\alpha})^4 \\ & + q \sum_{(\alpha, \beta)} \sum_i S_i^{\alpha} S_i^{\beta} Q_i^{\alpha\beta} + \frac{1}{2} a \sum_{(\alpha, \beta)} \sum_i (Q_i^{\alpha\beta})^2 + c \sum_{(\alpha, \beta, \gamma)} \sum_i Q_i^{\alpha\beta} Q_i^{\beta\gamma} Q_i^{\gamma\alpha} \\ & + \mu \sum_{(\alpha, \beta)} \sum_i Q_i^{\alpha\beta} + O(Q^4), \quad \mu = \Delta/T^2 \end{aligned} \quad (7)$$

(7) を導出するのに (6) からより, (6) を適当に decimation (たゞし  $\text{ILT} = \beta > \beta_c$  (これは  $\sum_{i,j} \sigma_i^{\alpha} \sigma_j^{\beta} \sigma_i^{\alpha} \sigma_j^{\beta}$  の型の項を含む) から出発した方がわかりやすい。後者の場合は, (7) で同じサイトに対して decimation (互いのに対応する  $q$  の (7) とは異なり,  $Q$  内に相互作用  $\sum_{(\alpha, \beta)} \sum_{\langle ij \rangle} Q_i^{\alpha\beta} Q_j^{\alpha\beta}$  が生じる。これは句論 (7) の  $q$  の項を通して生じるものである。即ち, 異なサイト間の  $Q$  の相互作用は  $q$  の中から生じて生じる。このことは  $q$  の定義

低次元では $Q$ のオーガー(即ち $D$ 相)が生じるが、高次元では生じにくい。このことはフェロの破壊のされ方と符号する。更に高次元ではむしろは無視できるので、 $D$ 相は生じないと考えられる(多分 $d > 6$ で)。実際に、無限距離相互作用モデルでは $D$ 相がないことが確かめられた。また $\Delta$ を大きくすると $Q$ のオーガを抑える方向に働くことがわかるので、 $D$ 相は出現しないと考えられる。これらの性質は先述の実験や理論と一致している。

### §3. フラストレーションモデル

(6)のRF系のレプリカハミルトニアン $O(n)$ の項だけを捨てると2項の符号が代り、レプリカ間にフラストレーションが生じるので、RF系は1種のFR系とも言える。これとは逆に(6)で $n=3$ として $\Delta/T \rightarrow -K$ とすれば、即ち、 $J, K > 0$ として

$$|d| = -J \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i^\alpha \sigma_j^\alpha + K \sum_{\langle \alpha\beta \rangle} \sum_i \sigma_i^\alpha \sigma_i^\beta \quad (8)$$

は正真正銘のFRモデルとなる。このモデルは、格子を三角格子とすれば、フェロの $nnn$ 相互作用をもつ三角格子AFと同じく、6状態のクロウクモデルに等価である。但し、後者は局所的には等価ではない。したがってこのモデルの方が取り扱い易い。[7]

なお、(8)はRF系として考えれば、 $q$ -モデルとも言える。

#### 1) 三角格子の場合

(8)を連続スピンモデルに変換すると

$$|d_c| = - \sum_{\langle ij \rangle} \left\{ n_0 [(S_i^1)^2 + (S_i^2)^2] + (n_0 S_i^3)^2 + (n_0 S_i^3)^2 + (n_0 - 3K)(S_i^3)^2 + (n_0 S_i^3)^2 \right\} \\ + u_1 \sum_i [(S_i^1)^2 + (S_i^2)^2]^2 + u_2 \sum_i (S_i^3)^4 + u_3 \sum_i [(S_i^1)^2 + (S_i^2)^2] (S_i^3)^2 \\ + V \sum_i S_i^3 |S_\perp|^3 \cos 3\theta_i \quad (9)$$

$$\text{ただし, } \left. \begin{aligned} S_i^1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (2\sigma_i^1 - \sigma_i^2 - \sigma_i^3) = S_\perp \cos \theta_i \\ S_i^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma_i^2 - \sigma_i^3) = S_\perp \sin \theta_i \\ S_i^3 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\sigma_i^1 + \sigma_i^2 + \sigma_i^3) \quad ( = \zeta_i ) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(7)  $\{\sigma_i^\alpha, \alpha=1,2,3\}$ より成るクロウク内の $K \sum \sigma_i^\alpha \sigma_i^\beta$ を対角化する固有ベクトル。(9)を $S_\perp=1, S_i^3=\zeta_i$ として簡単化すれば、

$$|d_c'| = -J \sum_{\langle ij \rangle} \cos(\theta_i - \theta_j) - J \sum_{\langle \zeta \zeta' \rangle} \zeta_i \zeta_{i'} + 3K \sum_i \zeta_i^2 + V \sum_i \zeta_i \cos 3\theta_i \quad (11)$$

$K$ が $nn$ 、 $J$ が $nnn$ 相互作用に相当するので $K \gg J$ 。したがって $\zeta_i$ については、熱的ゆらぎに対応する3項が圧倒的だから、 $\zeta_i$ は他の成分に対してはランダム場として扱う。 $\zeta_i$ について消去すれば、(11)は

$$|d_c''| = -J \sum_{\langle ij \rangle} \cos(\theta_i - \theta_j) + V' \sum_i \cos 6\theta_i \quad (12)$$

このように三角格子FRモデルでは、ある成分 $S_i^z$ が残りの成分に対してアニールされたRFとして働く。このRFは内存在するものだから、その強さは温度に依存する。なお、(12)はKT転移を起すことが理論的にもモンテカルロでも確かめられている[8]。

## 2) 六方格子の場合

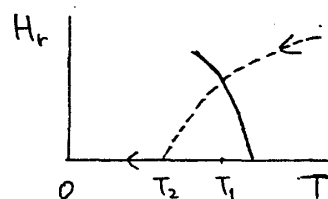
三角格子AFをC軸方向に積み重ね、面内をフェロ相互作用をつないだモデルを考える[9]。このモデルも単純化したハミルトニアンを書けば、

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle \perp c} [\cos(\theta_i - \theta_j) + \gamma_i \gamma_j] + 3K \sum_i \gamma_i^2 + V \sum_i \gamma_i \cos 3\theta_i - L \sum_{\langle ij \rangle \parallel c} [\cos(\theta_i - \theta_j) + \gamma_i \gamma_j] \quad (13)$$

この場合、 $K \sim L$ なので、 $\gamma_i$ はサイトごとに独立に熱的にゆらぐ訳にはいかない。したがって三角格子とは異なり、消失させるアニールのランダム場ではない。ランダム場 $\gamma_i$ はC軸方向の相関が強いのでその方向に同期して動くことが多い。そのために $\gamma_i$ が変化する時間も長くなり、ある程度の短い時間スケールではquenchされたRFとして働く。その結果、ドメイン構造が出来るだろう。それは温度と相互作用の比に依存した時間をもつて変化するだろう。実際、このような様子がモンテカルロで見出されている[10]。

1つのドメイン構造が動かない時間続くとすれば、系の性質はRF系の性質とあまり変わらないと考えられる。RF系の問題に対応して考えれば、(13)でV項がなければ、成分1,2はオーガする。しかしV項のために $\gamma_i$ からのRFが働いてLROは破壊される( $d=3$ とすれば)。そのRFは $\{\gamma_i\}$ の結合の仕方と温度に依存して寿命と相関をもち、温度を下げるとRFの大きさを減らし、かつ寿命は長く、相関も強くなるので、ドメインの大きさも段々大きくなる。ついに $\gamma_i$ はRFではなくなり( $\langle \gamma_i \rangle = 0$ )、LROが出現する。

図式的には右図の破線の経路を辿る。したがって $T_1$ では弱い異常性が、 $T_2$ では異常性はないと考えられる。この推測は、大抵の議論に依っているにも拘らず、実験で得られた比熱の定性と一致している[9]。



## 5.4. まとめと議論

RF系でLROが破壊された後の状態についての研究は未だ始まったばかりで、相転移があるかどうかは必しも明らかではないが、ドメイン構造が全いていふことは間違いないことを述べた。RF系が一種のFR系であることが判った。ゆらぎの強い多くのFR系が、多少の異常性を弱めてもなお協力現象を維持し続けることから、RF系でも相転移は形を変えながらも存続しているように思える。この点に関しては $\chi_L$ の測定等の今後の研究に俟たなければならない。

FRモデルは、三角格子や六方格子の場合には、RF系の1種、即ちアニールした場合に対応することが判明した。六方格子では、アニールというより相関のあるクエンチ系と考えた方がよい。このRFは内在的だから、その強さは温度減少と共に減少する。RF系

2. パラからD相への転移があるように, パラから揺ら動くドメイン構造をもつ相への転移し, 更にLROの相へ落着くと考えられる。この問題をもきちんと調べるには, ダイナミクスを考えることは必要であろう。

最後に, RF系は不可逆性の現象, オータパラメータ等の式(2)と(4), ハミルトニアン(7)とも考えると, スピングラスに非常に関係深いことが示唆される。これは, フラストレーションをもつゆらぎの強い系全体のより深い理解のためにも, 興味ある問題であろう。

- [1] I. Morgenstern, K. Binder and R.H. Hornreich, Phys. Rev. B 23 (1981) 289.
- [2] H. Yoshizawa et al, Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 438.
- [3] H. Ikeda, preprint
- [4] K.H. Fischer, Phys. Stat. Sol. (b) (1983)
- [5] Y. Ueno, 1983年秋季物理学会発表
- [6] Landau & Lifshitz, 統計物理学
- [7] Y. Ueno, 1983年春季物理学会発表
- [8] J. José et al Phys. Rev. B 16 (1977) 1217; H. Takayama et al, J. Phys. Soc. Jpn 52 (1983) 2888 とその参考文献.
- [9] M. Mekata, 固体物理 17 (1982) 491.
- [10] F. Matsubara, Phys. Rev. B 28 (1983) 4064.