

多軸応力を考慮したトータル量表現型高速塑性解析

正会員
同○森安章人*
上谷宏二**有限要素法
感度解析

弾塑性解析

トータル量表現

1 序

近年のコンピュータの発達とともに、かつては計算コストが問題となり検討することすら困難であった課題に対しても、構造設計の過程において様々なアプローチが試行されている。その代表例として、有限要素法による非線形解析が挙げられる。具体的には、RC 耐震壁の弾塑性解析、トラス構造やラーメン構造の接合部の詳細解析、シェル構造物の終局解析、車体のクラッシュ解析など挙げられる。しかしながら、今日においてもこれらの解析を実行するには膨大な計算時間を要するが多い。

現在実用化されている有限要素法による塑性解析ソフトウェアの多くは、経路追跡型の増分解析法に基づき開発されている。増分解析法は大きく陽解法と陰解法に分類できるが[1]、両者とも解の精度を保証するためには多大な計算コストが必要となる。特に大規模問題に対してはこの問題が顕著となる。こうした課題に対し、現在ではクラスターシステムや CPU のメニーコア化の流れに即した並列演算や領域分割法による対応が検討され実用化に至っているが、期待される程の性能が必ずしも得られるとは限らないことに加え、一般にそうした計算機環境を整えるのは容易ではない。

一方で、連続体構造を対象として最適化手法を援用し、設計者の要求を満足する解を提示する論理的手法の実用化に関する研究が行われている。しかしながら、材料非線形を考慮する必要が避けられない問題に対して非線形数値計画法に基づく解法を適用するためには、非線形感度解析を極めて多数回行う必要があり、計算負荷の面で実用化への障壁となっている。

そこで本研究では、増分解析法の代わりに少ない回数の収束演算により求解可能な多軸応力を考慮したトータル量表現型塑性解析法の提案を行う。そのために、トータル量表現型剛性方程式の導出、及び様々な降伏曲面に対して汎用的に適用可能かつ並列処理可能で良好な収束性を持つ応力点投影アルゴリズムの開発を試みる。尚、本報で提案する手法を基に、多軸応力を考慮した効率的なトータル量表現型設計感度解析を行うことも可能である。

2 トータル量表現型塑性解析の定式化

トータル量表現型塑性解析の一例として、降伏関数が応力の関数として記述される場合の誘導を行う。本報では等方硬化則を想定するが、その他の硬化則に対しても拡張可能である。

2.1 トータル量表現型剛性方程式の導出

ひずみ硬化係数 h 、塑性変形量 λ 、一軸降伏応力 σ_y を用いて、 $\kappa = 1 + (h/\sigma_y)\lambda$ を定義する。 $F(\sigma; 1) = 0$ を満たす曲面を初期降伏曲面 $F(\sigma; \kappa) = 0$ を満たす曲面を硬化後の降伏曲面とする。このとき、硬化後の降伏曲面上の応力点 $\kappa\sigma^{proj}$ における接平面を、 $\kappa\sigma^{proj}$ における降伏曲面であると仮定し、仮定降伏平面と呼ぶ。

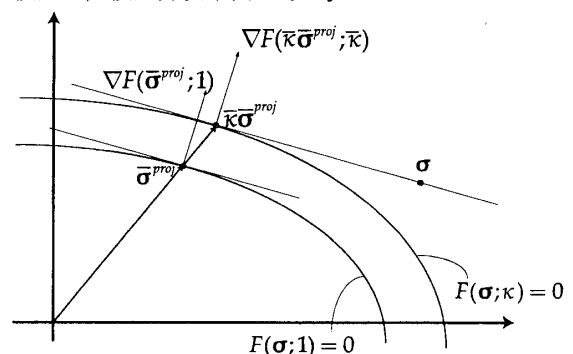


図1 応力空間(等方硬化則)

仮定降伏平面上の応力点 σ に対し、対応する全ひずみ ε との関係式は初期降伏曲面上の応力点 σ^{proj} を用いて、次式で表現できる。

$$\sigma = \mathbf{K}(\sigma^{proj})\varepsilon + \mathbf{H}(\sigma^{proj}) \quad (1)$$

上式中の $\mathbf{K}$ は応力点 σ における接線剛性マトリックスであり、 $\mathbf{H}$ は剛性マトリックスの固定項である。

2.2 応力点の投影

式(1)の剛性方程式を解くことにより得られる応力点は仮定降伏平面上に存在する。そのため、実際の降伏曲面上へと応力点を投影する必要がある。本研究では、大きな曲率を持つ降伏曲面や複数の曲面から構成される降伏曲面に対しても汎用的に適用可能かつ並列演算になじみやすい投影法の開発を行った。これにより、様々な条件の問題に対して少ない収束演算回数で安定した求解が可能となっている。

2.3 誤差の要因に関する考察

増分解析法は各増分ステップにおいて剛性を接線近似するため、数値誤差の蓄積が問題となる。この傾向は陽解法において顕著にみられ、誤差を軽減するために十分な増分ステップの確保や陰解法による収束演算が必要とされる。一方、トータル量型塑性解析においては、最終の応力点における降伏曲面の法線方向に塑性ひずみは集約される。

3 数値例題

3.1 節においてトータル量型解析法の解の収束性、及び解析精度の検証, 3.2 節において静的増分解析との比較により解析速度について考察するための数値解析を行う。

尚, 本論における数値解析には, 板状構造の塑性解析のために開発された一様曲率三角形有限要素[2]を用いる。

3.1 トータル量表現型塑性解析法の収束性検証モデル

- ・平板モデル
- ・200[mm] x 200[mm] x 板厚 5[mm], 分割数 10 x 10
- ・ヤング係数 205000[N/mm²], ポアソン比 0.3
- ・一軸降伏応力 235[N/mm²], 完全塑性
- ・4 辺単純支持
- ・面外鉛直下向き方向に等分布荷重を載荷

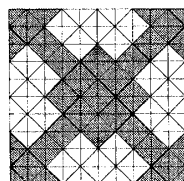


図2 メッシュ分割・塑性化要素

図2には, 解析終了時において塑性化判定された領域を示す。塑性化した要素はトータル量解析・増分解析の両方で完全に一致した。

変位が増加するにつれて, 中央点の鉛直変位の値は増分解析とトータル量解析とで最大 0.35[%]程度の誤差が生じている。これは, 2.3 節において述べた要因によると考えられる。一方, 要素の応力で比較すると, 大半の要素において両者の値は有効数字 7 桁以上一致しており, 誤差が最大の要素においても有効数字 3~4 桁程度一致しているため, 実用上問題ないといえる。

図3~5には, 完全塑性モデルの収束演算過程における応力点の推移を示す。各図ともに, 左側に σ^{cur} (式(1)から導かれる方程式を解くことにより得られる仮定降伏面上の応力点), 右側に σ^{proj} (降伏曲面上に投影された応力点) を掲載する。各図の下側に記載されている touch の値は当該サイクルにおいて塑性化判定がなされた要素数, detouch の値は当該サイクルにおいて塑性化判定が取り消された要素数を示す。

第2サイクル終了時において各要素の塑性化状態は収束演算終了時と一致しており, その後のサイクルでも更新されることは無かった。また, 様々な条件の問題に対し本手法を適用した場合でも, 最初の数ステップで塑性化状態は収束することが確認された。その後のサイクルは, 主に降伏した要素の降伏曲面上の応力点, 及び塑性変形量 λ の収束計算に当てられており, 第4サイクルにおいて応力最大誤差は最終第8ステップと比較して最大で3[%]程度、大半の要素で1[%]以下まで収束している。尚, ひずみ硬化を考慮した場合でも収束性の優劣にはほとんど影響しない。

以上から, 本論において提案する塑性解析法は, 実用上十分な精度を確保しつつ, 安定して求解が可能である。

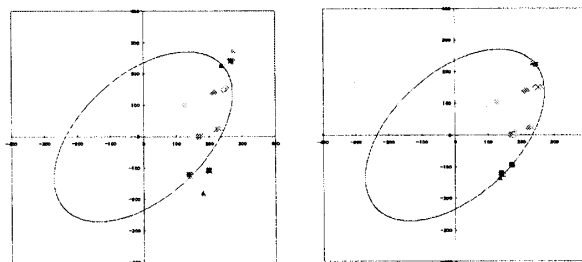


図3 1 cycle [detouch=0, touch=96]

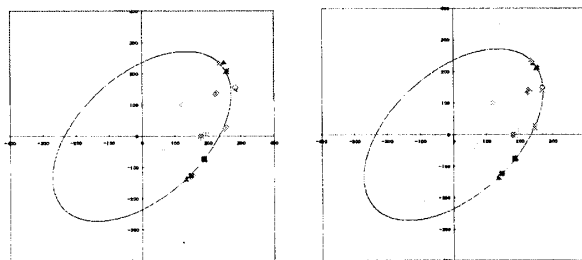


図4 2 cycle [detouch=0, touch=112]

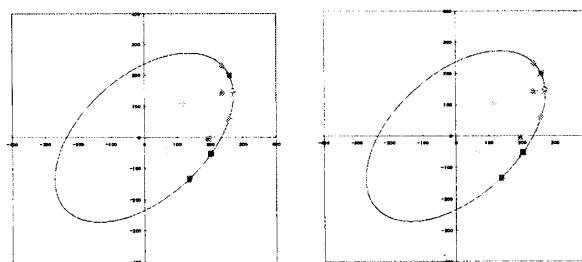


図5 8 cycle (Final) [detouch=0, touch=0]

3.2 計算コスト比較モデル

- ・1000[mm] x 1000[mm] x 板厚 5[mm], 分割数 50 x 50
- ・等方硬化則[ひずみ硬化係数 $h=0.01$]
- ・面外鉛直下向き方向に 0.014[N/mm²] の等分布荷重を載荷
- ・その他の条件は 3.1 節と同一

増分解析のステップ数は, 増分ステップ数の付加に対する平板中央点の鉛直変位の変化率が 10^{-7} 以下となるように決定している。今ケースの場合, トータル量解析と増分解析の演算時間はそれぞれ 39.4[s], 337.5[s]であり, 約 1/8 程度の演算時間で解が求まっている。

4 結

数理計画法の援用による材料非線形を考慮した板状構造の最適設計, 及び性能操作型設計法の実用化に向けて, 本報で提案した塑性解析法を用いることにより, 実用上十分な精度を有した解が, 増分解析法と比較して非常に少ない計算コストで得られる。

参考文献

- 1) 久田俊明, 野口裕久, 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 1995
- 2) 木村廣, 富岡良太, 上谷宏二, 一様曲率完全適合変位場を持つ三角形平板有限要素, 学術講演梗概集, 構造 I, pp333-334, 2010

* ADOS

** 京都大学大学院 教授・工博

* ADOS

** Prof., Kyoto Univ., Dr. Eng.