

n-ベクトル模型の2次元近くの臨界現象

基 研 氷 上 忍

ギンツブルグーランダウーウィルソンの ϕ^4 理論では相互作用が $g_0^2 \phi^4$ で与えられ、 g_0^2 の次元数は、 $4-d$ である。くりこみ群の方法により、くりこまれた結合定数 g_R は、

$$g_R^2 = (Z_\phi^2 / Z_1^2) Z_\sigma g_0^2$$

ここで Z_σ は補助場 σ のくりこみ定数。補助場を使えば $g_0^2 \phi^4$ は $g_0 \sigma \phi^2$ におきかえられる。 Z_σ は成分の数 n が大きい時には、

$$Z_\sigma = 1 / (1 + n A \mu^{d-4} g_0^2)$$

Callan-Symanzik 方程式：

$$(\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta(g) \frac{\partial}{\partial g} + \zeta) \Gamma^{(\sigma, \phi)}(g, \mu) = 0$$

の β -関数は上の Z_σ の式と $Z_\phi = Z_1 = 1$ (n が大きいとき) から

$$\beta = \mu \frac{\partial g}{\partial \mu} \Big|_{g_0} = \frac{g}{2} (d-4) (1 - A g^2)$$

従って、 $g^2 = 1/A$ の点が fixed point で、ここでは $d\beta/dg > 0$ である。これは赤外安定な固定点を意味する。以上は、 ϕ^4 理論であるが、以下 n -ベクトル模型の2次元近くの場合を考えて見る。 n -ベクトル模型は ϕ^4 理論とは違って、 ϕ の大きさに制限がある。 $\phi^2 = \text{定数}$ 。ハミルトニアンは、

$$\mathcal{H} = \frac{J}{kT} \sum (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi)$$

$J \phi^2 / kT = \phi'^2$ とおけば、 ϕ に対する条件式は $T \phi'^2 = \text{定数}$ となる。この条件式から、

氷上 忍

$$T \int G(q) = 1$$

を得る。T を結合定数とみて、無次元なくり返まれた温度 t を、

$$t = T \mu^{d-2} / Z_1$$

と定義して、 Z_1 を以下のように展開する ($1/n$ 展開)

$$\begin{aligned} Z_1^{-1} &= 1 + t \mu^{2-d} \int d^d p \frac{1}{p^2 + \mu^2} + \frac{2}{n} t \mu^{2-d} \int \frac{J(q)}{\nu(q)} \Big|_{r=\mu^2} + \dots \\ &= 1 + \left(1 - \frac{2}{n}\right) t / (d-2) \end{aligned}$$

β - 函数は

$$\begin{aligned} \beta &= \mu \frac{\partial t}{\partial \mu} = \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \{ Z_1^{-1} T \mu^{d-2} \} \\ &= t \left\{ d-2 - \frac{n-2}{n} t \right\} \end{aligned}$$

従って固定点は $t_c = n(d-2)/(n-2)$ 。この点は上の式から赤外不安定 ($d\beta/dt < 0$) な固定点であることがわかる。これは、この点が相転移点であることを意味している。又、この結果は最近 Brézin 達¹⁾によって得られた結果と一致している。短距離相互作用の時は上で得られたように $d=2$ が critical な次元数であるが、長距離相互作用 $1/r^{d+\sigma}$ のときには、

$$\frac{J}{kT_c} \propto \frac{n-\sigma}{d-1}$$

となって、critical な次元数は1次元となる。この結果²⁾も最近 Brézin 達³⁾によって別の違った方法で得られた。

参 考 文 献

- 1) E. Brezin, J. C. Le Guillou and J. Zinn-Justin, Phys. Rev. **B14** (1976), 3110.
- 2) S. Hikami, Prog. Theor. Phys. **56** (1976), 990.
- 3) E. Brézin, J. C. Le Guillou and J. Zinn-Justin, J. Phys. **A9** (1976) L119.