

線状対流系の偶然的な発生・不発生の分岐点に関する基礎的検討

Fundamental Study on the Branching of Accidental Occurrences in Line-Shaped Convective Systems

山口弘誠・永田惇⁽¹⁾・中北英一⁽²⁾

Kosei YAMAGUCHI, Jun NAGATA⁽¹⁾ and Eiichi NAKAKITA⁽²⁾

(1) 京都大学大学院工学研究科

(2) 京都大学総長特別補佐・名誉教授

(1) Graduate School of Engineering, Kyoto Univ.

(2) Special Advisor to the President and Professor Emeritus, Kyoto Univ.

Synopsis

This study aimed to identify branching points leading to the occurrence or non-occurrence of line-shaped convective systems by comparing the time series of environmental indices. The targets were a reproduction experiment of the 2012 Kameoka heavy rainfall event and 40 ensemble forecasts with initial perturbations generated by the BGM method, using the cloud-resolving model CReSS. Analysis revealed branching in CAPE, water vapor flux, and vertical shear between 700–925 hPa, with CAPE showing the strongest correspondence with accumulated precipitation. Classification using the three indices further suggested that water vapor flux and vertical shear may also contribute to the branching between occurrence and non-occurrence.

キーワード: 線状対流系, アンサンブル予報, k-means法, 偶然性

Keywords: line-shaped convective systems, ensemble forecast, k-means clustering, coincidence

1. 研究背景と目的

近年, 日本では線状降水帯によってもたらされる豪雨災害が増加している. その中で, バックビルディング現象により自己組織化を伴う線状降水帯を本研究では線状対流系と呼ぶ. これはBluestein and Jain (1985)によるメソ対流系の分類におけるバックビルディング型形成に相当し, 同じ場所に比較的長い間停滞することで大きな被害をもたらす特徴がある.

線状対流系を引き起こすバックビルディング現象は, 定性的にはそのメカニズムは解明されている. 発達した積乱雲によって降水がもたらされるときに, 雨水の蒸発に伴う潜熱の吸収や空気と雨水の摩擦によって下降流が発生する. 下降流が地表場に達し,

周りの風速場との収束によって上昇流が発生する. この上昇流が, 積乱雲の進行方向の逆側で発生すると, 降水システムが同じ場所で停滞し続けることとなる. このように, 降水システムの個々の雨雲のふるまいの結果, 降水システム全体として大きな構造が作り出される現象を自己組織化と呼ぶ.

線状対流系の定性的なメカニズムは解明されているものの, 具体的な予測は非常に難しい. その理由として, 線状対流系が必然性由来の要因と偶然性由来の要因の二種類の要因によって発生することが挙げられる. 必然性由来の要因とは, 例えば, 地形による空気塊の強制上昇である. 偶然性由来の要因とは, 比較的小さいスケールの乱れや, 数値計算では計算しきれない小さなずれなどである. 本研究では, 偶

然性由来の要因が線状対流系に与える影響について詳しく解析することとする。

偶然性由来の要因により、初期状態の小さなずれによって、線状対流系の発生・不発生の大きな違いを引き起こすことがある。大気力学の特性として、気象変数を確率的に予測したとき、必ずしも正規分布のような単峰性分布をとらず、複数のピークを示す多峰性分布をとることがある。これは、何らかの現象により環境場が複数のシナリオのいずれかに分岐していることを表して**一般的事項**いると考えられる。このとき、豪雨発生の必然性が高まるような分岐経路が存在する可能性があると考ええる。そこで本研究では、線状対流系の発生によって重要な大気不安定度、水蒸気量などの大気環境場指標に着目することで、それらの指標の生起確率がどのようなタイミングで単峰性分布から多峰性分布に変化して、線状対流系の発生・不発生に影響を与えているのかを明らかにすることを目的とする。

2. 本研究で用いた手法の解説

本研究では、指標の分岐を探索するためのグループ化の手法として、クラスタリング手法の一種であるk-means++法を使用した。クラスタリングとは、観察結果やデータをクラスタ(グループ)に教師なしで分類することである(Jain, 2010)。k-means++法の説明をするために、k-means法について述べる。

2.1 k-means法

k-means 法は、MacQueen(1967)によって提案されたクラスタリング手法の一つである。この手法は、式(1)の評価関数 φ を最小化するクラスタ中心を見つけることによって、データ X を任意の k 個のクラスタに分割する。

$$\varphi = \sum_{x_j \in X} \min_{i \in k} \|x_j - c_i\|^2 \quad (1)$$

$x_j, j \in \{1, \dots, n\}$ は各データ、 n はデータの総数を表す。また、 $c_i, i \in \{1, \dots, k\}$ はクラスタ i の中心である。データ点と、その点と最も距離が近いクラスタの中心との二乗誤差の総和を最小にすることを意味する。この条件を満たすクラスタ中心を求めることによって、クラスタリングを行う。

具体的な計算のアルゴリズムを以下に示す。

1. 任意の k 個のクラスタ中心 c_i を各データ点からランダムに選択する。
2. $x_j, j \in \{1, \dots, n\}$ を、 c_i との距離が最も小さいクラスタ i に割り当てる。
3. 式(2)に従ってクラスタ中心 c_i を新たに求める。

$$c_i = \frac{1}{|C_i|} \sum_{x_j \in C_i} x_j \quad (2)$$

ここで、 C_i はクラスタ i に含まれるデータの集合であり、 $|C_i|$ はクラスタ C_i に含まれるデータ数である。

4. クラスタに変化がなくなるまで、2.3を繰り返す。

k-means 法は、最初にランダムに選択されるクラスタ中心によって、クラスタリングの結果が依存するという問題がある。それらの問題点を改良したものがk-means++法である(小野田ら, 2011)。

2.2 k-means++法

k-means++法は、David and Vassilvitskii (2007)によって提案された k-means 法の初期値設定手法である。初期値設定のアルゴリズムを以下に示す。

1. 1 目目のクラスタ中心 c_1 をデータ X からランダムに選ぶ。
2. 全データに対して $D(x_j), j \in 1, \dots, n$ を求める。
 $D(x_j)$ はデータ点 x_j とすでに決定されたクラスタ中心との最短距離である。
3. 新たな c_i を $x_j, j \in \{1, \dots, n\}$ の中から選ぶ。選ばれる確率は $\frac{D(x_j)^2}{\sum_{k \in n} D(x_k)^2}$ である。
4. $i=2$ から $i=k$ まで 2.3 を繰り返す。

以上の方法で初期値を設定し、以降は k-means 法のアルゴリズム 2.3.4 を行う。

この手法ではすでに決定しているクラスタ中心からより離れたデータ点を新たなクラスタ中心と決定している。この際、必ず一番遠いデータ点を選択する方法として、KKZ 法が存在するが、外れ値に敏感であるという問題を抱えている。一方、k-means++法では必ず一番遠いデータ点を選択するわけではないので、外れ値に対する依存性は弱くなる。しかし、k-means++法は最初のクラスタ中心をランダムに選んでおり、初期値依存の問題が完全に解決したわけではない(Arthur, 2006: 石岡, 2000)。

2.3 シルエットスコア

適切なクラスタ数を選択するために、本研究ではシルエットスコアを用いた。シルエットスコアとは、現在のクラスタリングがどれほど適切に行われているかを表すものであり、クラスタリングの結果を視覚的に解釈することができる。任意の $x_j, j \in \{1, \dots, n\}$ のシルエットスコア $s(j)$ の求め方を以下に示す。

1. x_j を除く A 内の全てのデータセットと x_j との平均距離 $a(j)$ を求める． A は、 x_j が割り当てられたクラスタである．
2. A とは異なる任意のクラスタ C に対して $d(j, C)$ を計算する． $d(j, C)$ は、 C 内のすべてのデータセットと x_j との平均距離である．
3. $d(j, C)$ の中で最小のものを $b(j)$ とする．すなわち、
$$b(j) = \min_{C \neq A} d(j, C) \quad (3)$$
であり、クラスタ A を除いて最も近いクラスタ B の全てのデータセットとの平均距離を表す．
4. $a(j)$ 及び $b(j)$ を用いて、 $s(j)$ を式(2-4)から求める．

$$s(j) = \frac{b(j) - a(j)}{\max\{a(j), b(j)\}} \quad (4)$$

上記から分かるように、 $-1 \leq s(j) \leq 1$ である． $s(j)$ が1に近い場合、 $a(j)$ が $b(j)$ よりも小さく、最良の選択 A が2番目に良い選択 B より圧倒的に適切であることを示す． $s(j)$ が0に近い場合、 $a(j)$ が $b(j)$ と近い値を取り、中間的なケースを示す．一方、 $s(j)$ が-1に近い場合、 $a(j)$ が $b(j)$ よりも小さく、2番目に良い B に割り当ててのほうが適切であると考えられるため、誤分類されているといえる(Peter, 1987)．本研究では、全ての $x_j, j \in \{1, \dots, n\}$ の $s(j)$ の平均 s をシルエットスコアとして求め、シルエットスコアが大きいほど、より適切な分類がされているとした．

3. 線状対流系のアンサンブル実験

線状対流系の発生・不発生の分岐点を探るため、亀岡豪雨の再現実験の結果及び、BGM法(Toth and Kalnay 1993)を用いて初期摂動を与えた状態での40個のアンサンブル予測の結果を使用した．線状対流系に関する研究の実績を持ち、メソスケール数値気象モデルの一つである雲解像モデルCReSS(Tsuboki, 2023)を用い、2012年7月に発生した亀岡豪雨を対象事例とした．今回の再現実験及びアンサンブル予測の計算は、大野ら(2024)の計算結果を使用した．

3.1 計算条件の設定

本研究では、対流性雲およびそれらの組織化された線状対流系をシミュレーションするため、非静力学・準圧縮の雲解像モデルであるCReSSを用いた．

計算対象領域をFig. 1に示す．鉛直方向には平均層厚が250mであるストレッチングが適用されており、地形に沿うような座標系になっている．境界値、地形データなどの詳しい計算設定は以下のように設定されている．

Table 1 Replication experiment settings
(Reprinted from Ono et al. (2024))

Map projection	Lambert conformal conic Standard parallels: 30°N, 60°N; Central meridian: 135°E
Grid resolution[m]	500×500×250
Number of grid points (x, y, z)	600×600×61
Minimum vertical resolution	150m
Topography / Sea surface temperature	SRTMGL1 ($\Delta x \sim 30\text{m}$) / MGD SST ($\Delta x = 0.25^\circ$)
Initial / Lateral boundary conditions	JMA MSM analysis, 3h
Initial time / Forecast period	July 14, 21JST/9h
Cloud microphysics	Bulk microphysics scheme including ice phase (predicts mixing ratio and number concentration)
Sub-Grid scale	1.5-order TKE closure

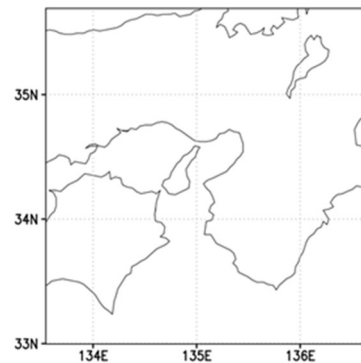


Fig. 1 Calculation area.

3.2 コントロールランの計算結果

本節では、亀岡豪雨の再現実験(以下、コントロールランと呼ぶ)での計算結果を以下に示す．コントロールランの降水強度を Fig.2 に示す、計算開始後18000秒から線状の降雨域が発生している、その後、降雨域が亀岡付近で停滞している様子が確認できる．

この線状の降水帯がバックビルディング現象によるものであることを確かめるため、線状の降水帯が確認された場所での鉛直断面での上昇流の様子を確認した。

Fig. 3(A)にあるように、18000 秒後の時点で赤色が表す上昇流の下側に青色が表す下降流が流れ込み、次第に Fig. 3(B)～(D)と線状降水帯の進行方向の下降流が発達していることが分かる。この、進行方向 (Fig. 3 の右側) に下降流が発生して、進行方向の逆側 (Fig. 3 の左側) に上昇流が発生している構図は、バックビルディング現象を表していると思われる。このことから、このコントロールランにおける亀岡付近の線状の降雨域は、バックビルディング現象によって形成された線状対流系によるものであると考えられる。Fig. 3 の鉛直断面をとった領域を Fig. 4 に示す。

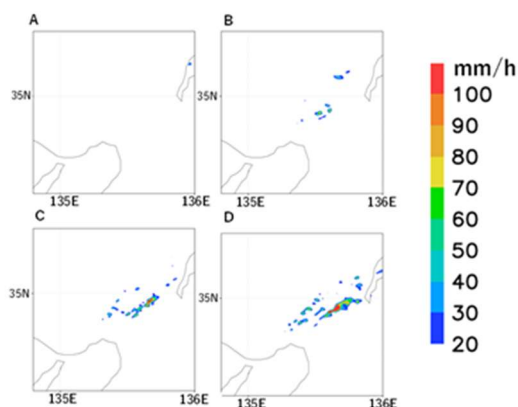


Fig. 2 Precipitation intensity near Kameoka during the control run (A: 15,000 seconds later, B: 16,500 seconds later, C: 18,000 seconds later, D: 19,500 seconds later).

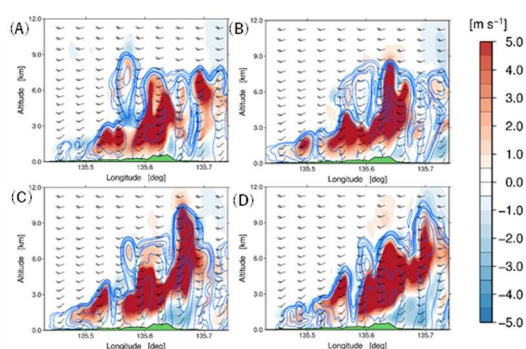


Fig. 3 Vertical cross-section of wind speed, A: 18,300 seconds after, B: 18,600 seconds after, C: 18,900 seconds after, D: 19,200 seconds after (Blue contour lines indicate the mixing ratio of total precipitation particles, and black tail feathers indicate the direction and speed of horizontal winds)

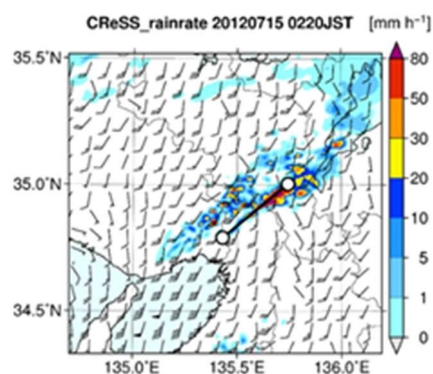


Fig. 4 The area shown in the vertical cross section in Figure 3 (showing precipitation intensity, wind direction, and wind speed).

3.3 アンサンブル予報の計算結果

続いて、コントロールランの初期条件に対して BGM法で初期状態に摂動を与えた40メンバーについて、計算結果を確認する。コントロールランとの差異が見られた、メンバー13における亀岡周辺での降水強度をFig. 5に記載する。いずれの時刻においても、亀岡付近では線状の降水域が確認できない。

これらのことから、初期条件の小さな違いによる線状対流系の発生・不発生を再現できているものとして、次章より解析を行った。

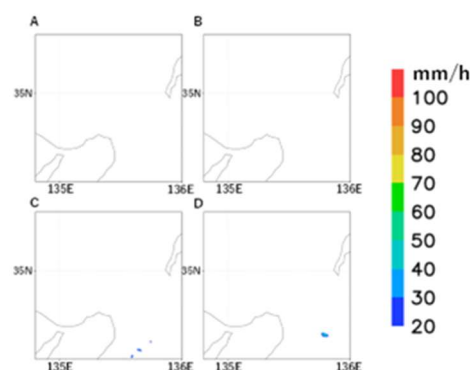


Fig. 5 Precipitation intensity near Kameoka at number 13 (A: 15,000 seconds later, B: 16,500 seconds later, C: 18,000 seconds later, D: 19,500 seconds later).

4. 環境場指標の時系列変化

本章では、コントロールラン及び40のアンサンブルメンバーの計41のメンバーに対して、環境場指標の時系列変化がどのようなものであるか調べ、線状対流系が発生するメンバーと発生しないメンバーとの間で分岐が存在するかを探る。具体的には、CAPE、水蒸

気フラックス、700hPaと925hPa間の鉛直シアを求める。また、領域平均はFig. 6に示す領域にした。

CAPEの41メンバーの時系列変化をFig. 7に示す。Fig. 7から、計算開始10000秒後付近でCAPEが減少しているメンバーが一定数存在する一方、CAPEが高い値を維持しているメンバーも存在し、分岐が発生している様子が見てとれる。

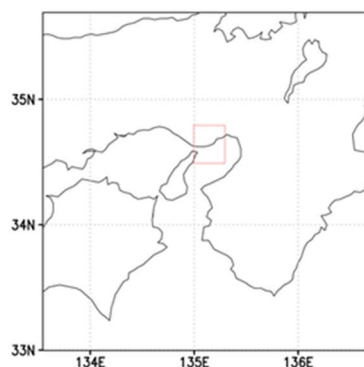


Fig. 6 Area where the average environmental field index is calculated.

これらについてより客観的な分岐点の抽出のため、k-means++法を用いて分岐点の判定を行った。具体的には、各時刻の41メンバーのCAPEの領域平均の値(1次元データ)をk-means++法で二つのクラスに分けた後、シルエットスコアを求めた。各時刻のシルエットスコアを図4-7に示す。計算開始約9000秒後でシルエットスコアが増加し始めて、約10000秒後でピークに達している。その後、一時的に減少したのち10800秒後に再び増加を始めて、約14000秒後でピークに達している。Fig. 7のCAPEの時系列データを見ると、計算開始約10000秒後でCAPEが2000(J/kg)以上のメンバー(以下、上側のメンバー)と2000(J/kg)以下のメンバー(以下、下側のメンバー)で分岐している。その後、上側のメンバーのうちのいくつかのメンバーにおいてCAPEが減少し、約14000秒後でCAPEが下側のメンバーと合流している様子が見て取れる。シルエットスコアの増加はこの2回の分岐を表していると考えられる。シルエットスコアが一時的に小さくなったのは、上側のメンバーのうちのいくつかのメンバーが減少し始める時、上側のメンバーと下側のメンバーの間あたりに位置していたためであると考えられる。このシルエットスコアが二回目に増加し始めた10800秒後を、CAPEの分岐が発生した時刻とした。また、水蒸気フラックス、700hPaと925hPa間の鉛直シアで同様の分岐が見られた。分岐が始まる時間は、700hPaと925hPa間の鉛直シア・CAPE・水蒸気フラックスの順に、6900秒後・

10800秒後・11700秒後であった。

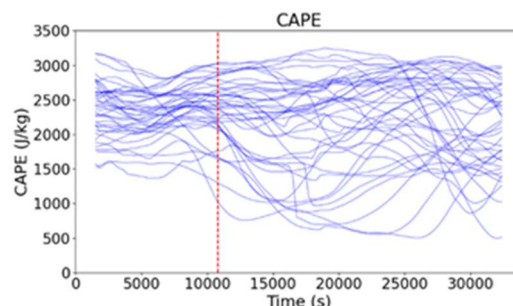


Fig. 7 Time series changes in the 41 members of CAPE (the red line indicates the start time of the bifurcation)

(The time when the linear convection system of the control run occurred was between 15,000 and 32,400 seconds).

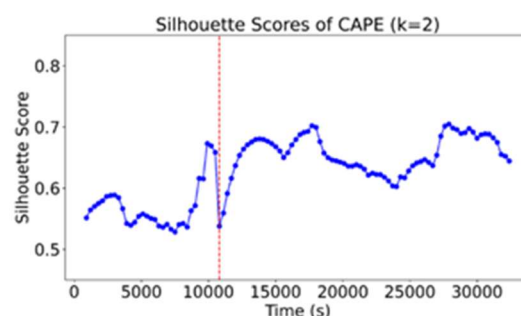


Fig. 8 Time series changes in CAPE silhouette scores (red lines indicate the start time of bifurcation).

5. 分岐と線状対流系の発生の対応

続いて、これらの環境場指標の分岐が線状対流系の発生・不発生とどの程度対応しているのかを調べる。まず線状対流系の発生・不発生と積算雨量の関係について詳しく述べ、その後環境場指標と積算雨量の分岐の対応を調べることにする。

5.1 線状対流系の発生と積算雨量の関係

線状対流系の発生・不発生を客観的に判断するために、41メンバーにおける5分間積算雨量をFig. 9の領域平均をとって比較した。対象領域をFig. 9で示す領域にした理由としては、線状対流系が発生したケースの多くにおいて対象領域で強い降雨が見られたためである。計算開始後12300秒後から計算終了(計算開始32400秒後)までの積算雨量のFig. 9の領域平均を、線状対流系の発生・不発生の判断材料として求

めた．求めた積算雨量が多い上位5メンバーのうち一つがコントロールランであり，残りの4メンバーの降水の様子をFig. 10に示す．Fig. 10から分かるように，上位のメンバーでは線状の降水帯が亀岡付近で確認できる．線状対流系の特徴である停滞性が積算雨量の増加に寄与していることが考えられ，求めた積算雨量の大小によって線状対流系の発生・不発生を判断することとした．

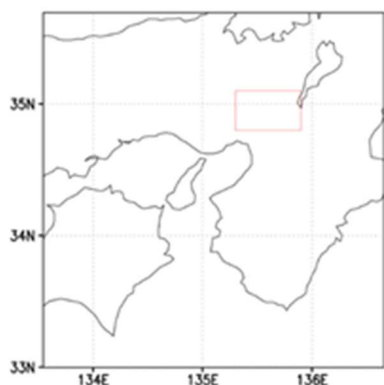


Fig. 9 Area where the average cumulative rainfall was calculated (red frame).

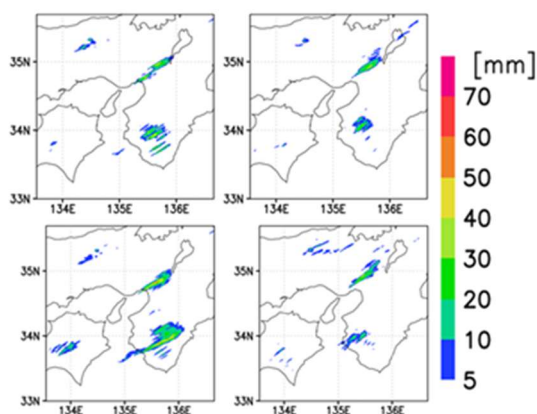


Fig. 10 Spatial distribution of hourly accumulated rainfall 18,000 seconds after the start of calculation for the top five members with the highest accumulated rainfall, excluding the control run.

5.2 各指標の分岐と積算雨量の対応

4章で分岐が確認できた指標について，その分岐が線状対流系の発生・不発生との対応を調べる．そのために，分岐に対応するようなクラスタリングをk-means++法を用いて行い，それらのクラスタごとに，積算雨量を比較する．分岐に対応するようなクラスタリングについては，以下の通りに行う．

1. 計算開始 900 秒後から 15000 秒後までの各指標

の値を多次元ベクトルとして，41 の多次元ベクトルを k-means++法でクラスタリングする．計算開始 15000 秒後までとしたのは，分岐発生以降の情報を入力すると，分岐に対応した適切なクラスタリングができなくなると判断したためである．また，この時のクラスタ数 k の値については， $k=3\sim 11$ のうち，シルエットスコアが最も大きくなった値とした．

2. それらに対して，多くのメンバーで雨量の増加が見られ始めた計算開始 15000 秒後から，計算が終了する 32400 秒後までの合計の雨量を，Fig. 9 の平均をとり，箱ひげ図で比較する．

計算開始900秒後から15000秒後までのCAPEの値を41メンバーでクラスタリングした時のシルエットスコアをFig. 11に示す．シルエットスコアが最大値をとるのがクラスタ数 $k=6$ の時であることが分かる．よって， $k=6$ とした．

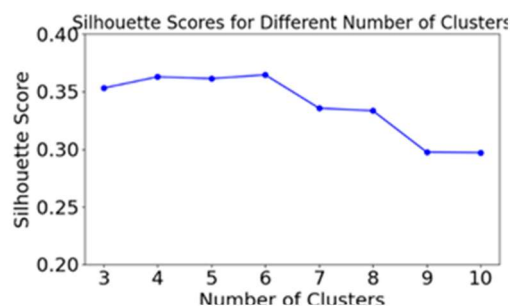


Fig. 11 Silhouette scores for each CAPE cluster.

CAPEの時系列変化を $k=6$ でクラスタリングした図をFig. 12に示す．CAPEが大きい値をとるメンバーがクラスタ1，クラスタ4，クラスタ6に分類されている．その内，クラスタ4には特にCAPEが大きいメンバーが分類されている．クラスタ1とクラスタ6に関しては，分岐が発生する9000秒までは，クラスタ1の方がクラスタ6よりCAPEが大きい，9000秒以降はあまり違いが見られない．クラスタ2には計算開始直後からCAPEが小さいメンバーが分類されており，クラスタ3に分岐を境にCAPEが減少したメンバーが分類されている．クラスタ5には計算開始直後高い値をとり，その後すぐ減少するという，外れ値が分類されている．

Fig. 12で分類したクラスタごとの積算雨量の箱ひげ図をFig. 13に示す．外れ値は白丸で表記した．CAPEの時系列変化における外れ値が分類されているクラスタ5は除いている．CAPEが大きいメンバー（クラスタ1，クラスタ4，クラスタ6）には積算雨量

が多いメンバーが多数あるものの、積算雨量が少ないメンバーもあり、散らばりが大きい。分岐を境にCAPEが減少したメンバー(クラスタ3)は、積算雨量が比較的少なく散らばりも小さい。また、計算開始直後からCAPEが低いメンバー(クラスタ2)は、分岐を境にCAPEが減少したメンバー(クラスタ3)より一層積算雨量が少ない。同様に、水蒸気フラックス、700hPaと925hPa間の鉛直シアでも積算雨量との対応が見られた。

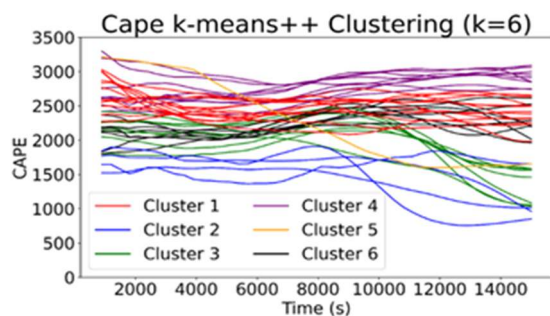


Fig. 12 Figure showing CAPE time series changes clustered at k=6.

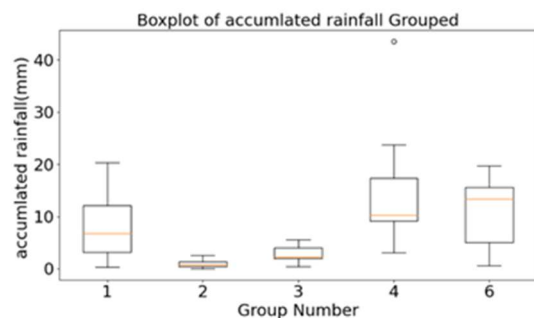


Fig. 13 Box plot of cumulative rainfall for each CAPE cluster.

5.3 複数の環境場指標の組み合わせ

CAPEの大小による分岐だけでは線状対流系の発生したメンバーを抽出できなかった。そのため、鉛直シアによる分岐、CAPEによる分岐、水蒸気フラックスの分岐の3つの分岐を組み合わせ、単一の指標では見られない傾向を調べる。具体的には、鉛直シアの分岐で二つのグループに分けた後に、それぞれのグループをCAPEの分岐で二つのグループに分け、その後水蒸気フラックスの分岐で二つのグループに分ける。これによって、計8つのグループに分けることができる。CAPE及び水蒸気フラックスの分岐に関しては、分岐後に値が高い値をとるものを上側、分岐後に値が低い値をとるものを下側にしている。鉛直シアの分岐に関しては、比較的時変動が小さいものを上側、時変動が大きいものを下側にしてい

る。

この分岐に従い、8つのグループに分けたものを Fig. 14に示す。鉛直シアによる分岐、CAPEによる分岐、水蒸気フラックスによる分岐を、左から順に赤と青の矢印で表している。赤矢印は上側への分岐、青矢印は下側への分岐を表す。丸内の左側にそのグループに分類されたメンバーのうち積算雨量が全体で上位5番目以内のメンバー数、丸内の右側にそのグループに分類されたメンバー数の合計を表す。 Fig. 14から、鉛直シアの変動が小さいメンバーは、一つを除きすべてのメンバーでCAPEが大きい値をとる。その中で、水蒸気フラックスが大きいメンバーは、積算雨量が多い傾向にあることが分かる。また、CAPEが大きいメンバーについて考えると、鉛直シアの変動が小さく水蒸気フラックスが小さいグループには、上位5番目以内のメンバーが分類されないが、鉛直シアの変動が大きいグループには、水蒸気フラックスが小さいグループに上位5番目以内のメンバーが分類されている。このことから、鉛直シアの変動が大きい場合水蒸気フラックスが小さくても線状対流系ができやすく、鉛直シアの変動が小さい場合水蒸気フラックスが小さいと線状対流系ができにくい可能性があることが分かる。

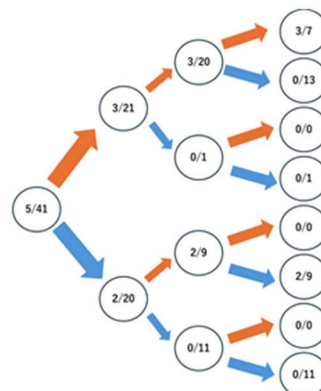


Fig.14 Diagram showing the branching of eight groups based on vertical shear, CAPE, and water vapor flux.

(Red arrows indicate upward branching, while blue arrows indicate downward branching.)

6 まとめ

本研究は、線状対流系の発生・不発生が小さな初期摂動によって分岐する可能性が指摘されてきた一方で、環境場がどのように分岐し、それが発生・不発生に結びつくのかについて未解明である点に着目した。目的は、環境場指標の時系列比較から分岐点を

特定することである。

対象は、雲解像モデルCReSSによる2012年亀岡豪雨の再現実験およびBGM法で作成された初期擾動をもつ40メンバーのアンサンブル予報（計41メンバー）である。各時刻の環境場指標を算出し、時刻ごとに比較した。クラスタリングにはk-means++法を用い、シルエットスコアによって客観的に分岐を抽出した。

その結果、CAPE、水蒸気フラックス、700–925hPa鉛直シアの3指標で分岐が明確に確認された。これらと線状対流系発生の対応を検証するため、発生・停滞しやすい領域で積算雨量を算出し、各指標の分岐と比較した。CAPEが高値を維持するメンバーは降水量が多く、分岐後にCAPEが減少するメンバーは降水量が少ない傾向があった。ただし、CAPEが高くても降水量が少ない事例も存在し、CAPE単独では発生の判別は困難であった。

3指標を組み合わせた分類では、鉛直シアの時間変動が小さい場合には水蒸気フラックスが大きいと降水量が多く、小さいと降水量が少ない傾向があった。一方、鉛直シアの時間変動が大きい場合にはCAPEが大きいと降水量が多く、小さいと降水量が少ない傾向があった。これらの結果から、鉛直シアの変動の大小が水蒸気フラックスやCAPEの影響の受け方を変え、線状対流系の発生に関与している可能性が示唆された。

今後は、今回見出した分岐の要因、特にCAPEの分岐発生メカニズムの詳細解析や、他の環境場指標も含めた包括的な検討を行い、偶然性・カオス性の観点も踏まえた分岐点特定を進める予定である。

謝 辞

本研究は、JSPS科研費24H00291、22K18870、および、JST ムーンショット型研究開発事業(JPMJMS2283)の助成を受けて行われたものである。

参考文献

- 石岡恒憲（2000）：クラスター数を自動決定するk-meansアルゴリズムの拡張について．応用統計学，Vol. 29, 3, pp. 141-pp. 149.
- 大野哲之・山口弘誠・中北英一（2024）：線状対流系豪雨の組織化に先行する大気場のマルチフラクタル的変動，土木学会論文集，Vol. 80, 10号.
- 小野田崇・坂井美帆・山田誠二（2011）：初期値設定法の違いによるk-means法の性能比較，第27回ファジィシステムシンポジウム，pp. 231-236.
- Arthur, D. , Vassilvitskii, S. (2006) : k-means++: The advantages of careful seeding, In Proc. 18th annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, pp. 1027-pp. 1035.
- Bluestein, H and Jain, M. (1985): Formation of mesoscale lines of precipitation: Severe squall lines in Oklahoma during the spring, J. Atmos. Sci., Vol. 42, pp.1711-1732.
- Jain, A. K. (2010): Data clustering: 50 years beyond K-means. Pattern recognition letters, Vol. 31, 8, pp. 651-pp. 666.
- MacQueen, J. (1967) : Some methods for classification and analysis of multivariate observations, Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, pp. 281-pp. 297.
- Peter J. ROUSSEEUW. (1987): Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis, pp. 53-pp. 65.
- Toth, Z., and E. Kalnay: Ensemble forecasting at NMC (1993): The generation of perturbations. Bull. Amer. Meteor. Soc., Vol. 74, pp. 2317-pp. 2330.
- Tsuboki, K. (2023): High-Resolution Simulations of Tropical Cyclones and Mesoscale Convective Systems Using the CReSS Model. Park, S.K. (eds) Numerical Weather Prediction: East Asian Perspectives. Springer Atmospheric Sciences.

（論文受理日：2025年8月29日）