

- 6) T. Kurtz, G. Mayer-Kress and K. Kaneko: in preparation
- 7) J. Crutchfield and K. Kaneko: in preparation

高次元アトラクタを特徴づける試み(コメント)

京大・基研 池田 研介

北大・薬 松本 健司

Kuramoto-Sivashinsky モデル(以下KSモデル)及びその modified version を試材として、アトラクターの位相空間内での諸性質と波数空間で観測される intermittency の間に成立つ関係を調べている。その中間報告を行いたい。

前回の講演でのべたように、遅延微分モデル(以下DDモデル)の高次元アトラクターは、次の諸性質をもっている。

- (1) リアプノフスペクトルにおけるリアプノフ数の順序を i とする。 $i \geq I_{LE}$ なる i に対して、リアプノフスペクトルと linear fluctuation mode スペクトルが完全に一致するような I_{LE} が存在する。
- (2) リアプノフ成分はリアプノフ数の対数に比例する。換言すれば log scale でみたアトラクターの概形は局所的なリアプノフ楕円の相似である。

(1)(2)の性質から、次の性質が導かれる：

- (3) リアプノフベクトル $(\vec{e}_n, \vec{e}_{n+1}, \dots)$ ($\vec{e}_n$ は n 番目リアプノフ数に対応) で張られた外部分空間 EX_n^L への状態ベクトル $\vec{R}$ への射影 $\vec{R}_n$ の統計的性質は $n \geq I_{LE}$ で特徴的变化を示す。即ちベクトル間の相関が急激に増大する。
- (4) (リアプノフ=フーリエ対応) リアプノフベクトルの順番を i 、フーリエモードの波数とすると、 i と k の間にはある mapping $k = f(i)$ が存在する。 i が増大すると k も増大する。

従って(3)の性質は(4)を通して、波数空間での物理現象に反映される：

- (5) (Intermittency) 波数空間でのバンド(ハイ)パスフィルターを通した時空パターンには次の性質がある：ある特徴的波数 k_d が存在して $k > k_d$ ではバンドパスパターンが間欠的バーストにみえ、間欠性の度合は k に比例する。この領域では異った k でみられるバースト間に強い相関が存在する。 $k_d = f(I_{LE})$ である。

まづKSモデルでも上記諸性質が満たされているか否かがテストされた。

(1)は明確に成立っている。

(2)は怪しい。

しかし(3)は成立っているらしい(完全な詰めはまだ)。

(4)はある値より大きい i に対して成立つ。特に十分大きい i では $f(i) = i$ 。

(5)は明確に成り立っている。従って I_{LE} , k_d が存在ししかも $k_d \approx I_{LE}$ である (DD では

$$k_d/I_{LE} \approx 1.4)$$

$k < k_d$ ではバンドパスパターンの中の相関は相対的に弱く (DD では相関が極めて弱い), この範囲では異なる k の部分で異なるパターンが生成されていることを示唆している。他方 $k > k_d$ ではバンドパスパターンはも早新しいパターンを含まず, $k < k_d$ で作られたパターンを継承しているのみであると考えられる。従って $k_d(I_{LE})$ はフーリエ空間 (リアプノフ空間) でみた時にパターンが形成される “内” と “外” との境界を与えていると考えることができよう。

I_{LE} とリアプノフ次元 D はどう関係しているだろうか? DD モデルでは $I_{LE}/D = 0.65$ が普遍的に見出された。これに対し KS モデルでは I_{LE} は D に較べてはるかに大きく, $I_{LE}/D \approx 2.3$ に達する。このことから物理現象として区別できる “内” と “外” との境界を示す指標として D はあまりアテにならないことを意味している。

波数空間で直接観測できる現象が D と直接関係をもたないことを示す明確な証拠をあげておこう。KS モデルのように空間的一様性をもつ系では, 状態ベクトル $\vec{R}$ を平均の意味で最も有効にとじこめうる直交基底はフーリエモードに他ならない (フーリエモードが相関行列の固有 vector をなす)。今 $\vec{R}$ を大部分 (たとえば 95%) 閉じこめうるフーリエモードの数を $K(t)$ としよう。 $K(t)$ の平均値は D に近い値を示す。intermittent burst が多数発生する所では当然 $K(t)$ が増大する。一見 $K(t)$ が増大すると局所的に定義された $D(t)$ も増大するように考えられる。ところが実測してみると $D(t)$ と $K(t)$ は明瞭な逆相関を示すのである (もっともこの相関の正負はモデルに依存する)。これらの confusing な結果を説明する簡単な見方もないわけではないが, より根底的な理解は今後の課題としたい。

Benard 対流における余次元 2 の遷移

広島大・理 八 幡 英 雄

前回に引き続き直方体容器に入れた流体を, 下から加熱したとき発生する Benard 対流を記