

波と流れの共存場における底面近傍の水粒子速度の特性について

岩垣 雄一・浅野 敏之・岡本 浩

CHARACTERISTICS OF NEAR-BOTTOM WATER PARTICLE VELOCITIES IN WAVE-CURRENT CO-EXISTING FIELDS

By Yuichi IWAGAKI, Toshiyuki ASANO and Hiroshi OKAMOTO

Synopsis

Near-bottom water particle velocities in the fields where waves and currents co-exist are investigated both theoretically and experimentally. A new method is presented for calculating the water particle velocity in the turbulent boundary layer in a wave-current co-existing field. A boundary layer thickness δ_w in the co-existing field is expected to be variable with the water particle velocity of waves relatively to the current velocity. In this method, the boundary layer equation is solved as a free boundary problem by treating δ_w as an unknown boundary value. Several characteristics of the turbulent boundary layer such as the friction factor, friction velocity, boundary layer thickness and so on are calculated by this method, and the effect of the wave-current velocity ratio on them is discussed.

In addition, near-bottom velocities are measured by a laser-doppler velocimeter in the current-only field, wave-only field and wave-current co-existing field, and the results are compared with the theoretical ones.

1. 緒 言

沿岸海域においては波浪とともに、波浪が誘因となって生じる海浜流が存在する。したがってそこでの底質の移動機構を解明するためには、波と流れの共存場における底面近傍の流体の挙動を明らかにする必要がある。また海浜流の発生理論を精密化する上でも、波と流れの共存場における底面摩擦力についての正確な評価が不可欠である。

本研究は上記の課題を解明するために、波と流れの共存場における乱流境界層方程式の新しい解法を提示するとともに、底面近傍の水粒子速度をレーザードップラー流速計を用いて測定し、実験的検討を加えたものである。

波と流れの共存場においては、底面近傍には一般に乱流境界層が形成されると考えられる。振動流場や波動場における乱流境界層を取扱った研究として、梶浦^(1),2) や野田^(3),4) の研究が挙げられる。彼らの研究に共通するのは、境界層を内層・中間層・外層の3層に分割していることである。ここで内層は層流底層と呼ばれ、実際にもそこでの流れは層流状態であると考えられるが、中間層と外層に区分したのは物理的な観点よりも、むしろ理論の取扱以上の理由のためであろうと思われる。すなわち、このように区分しないと、外層の外縁において水粒子速度が非粘性解と一致すること、せん断応力が0となること、の2つの条件を満足させることができないからである。

波と流れの共存場における乱流境界を取扱った研究には、Grant-Madsen⁽⁵⁾ の研究とその精密化を行った田中・首藤^(6),7) の研究がある。これらの研究の問題点は、共存場における波動境界層の外縁を、定常流や波

動場の知見を準用して、最初から定まった位置にあると仮定していることにある。Grant らは境界層を一層モデルとしているため、上述の 2 つの境界条件を両方満足することはできず、またその外縁位置については、波動場における梶浦の考え方をそのまま用い、流れによる変化を無視している。田中ら⁷⁾は梶浦にならって中間層と外層の区分を導入しているが、梶浦のこの考え方はそもそもは定常流における Mellor-Gibson⁸⁾等の知見を波動場に準用したものである。両者の研究の目的は、波と流れの構成条件の変化による共存場の乱流境界層の特性の変化を解明することにあつたのであるから、このように定常流の知見をそのまま共存場に導入することは疑問に思われる。さらに両者の研究では境界層方程式における移流慣性項を考慮していないという問題点も存在する。

本研究では上記の問題点を踏まえ、しかもより簡明な形で解が得られるように、従来の研究とは異なる新しい取扱いによって、この問題を解くことにした。これは上記の 2 つの条件を満足する境界層外縁位置を未知数とする、未定境界値問題として解く方法であつて、そのためにダイナミックプログラミングの分野で用いられている不変埋込み法^{9),10)}を用いた。この理論から境界層厚、摩擦係数等の水理量を計算し、その特性を検討した。

一方、共存場における乱流境界層内の水粒子速度を測定した例としては、Bakker-van Doorn^{11),12)}、Kemp-Simons¹³⁾等の研究があるのみで、実験的な知見も不十分な現状である。本研究では水槽底面に人工粗度を付けて、底面近傍の水粒子速度をレーザードップラー流速計により測定し、その水理特性を実験的に明らかにした。また、上述の理論的取扱いから得られる計算値を、実験値と比較することにより、この取扱い方法の妥当性を検討した。

2. 波と流れの共存場の水粒子速度に関する従来の研究

従来、波と流れの共存場における水粒子速度の理論的研究は、まず流れの流速分布を与えておいて、それに共存する波動解を求めるという手法のものが多く、そこでは流れによる波の変形についての考察が主として行われ、波が流れに与える干渉効果は全く無視されていた。この波が流れに及ぼす干渉効果を取り上げたものに Lundgren¹⁴⁾の研究がある。彼は共存場における渦動粘性係数が、流れのみの場合と波のみの場合の和で表わされると仮定して、流れの流速成分についての計算式を導き、波の成分が流れの成分に比べて大きくなると、流れの流速が小さくなることを示した。しかし、彼の渦動粘性係数に対する仮定は、その物理的意味から考えて、正しいとは言えないものであつた。

Grant-Madsen⁵⁾は波と流れの共存場における乱流境界層方程式において、共存場の摩擦速度 u_* を波と流れの成分の両方の表示式に含ませることにより、波と流れの共存下における水粒子速度を理論的に導いた。この研究は、波から流れおよび流れから波への相互干渉を考察した最初の本格的な研究であり、その考え方の概略を示すと以下の通りである。

共存場における流れ成分は、一方向流であつて乱れは完全に発達しているとみなされるため、渦動粘性は水深のほとんどの部分を占めると考えられる。一方、波動成分による渦動粘性は、水底付近の比較的薄い層に限定される。したがって、底面近くでは、せん断応力は流れと波の両者の非線型な結合によって形成されると考えられる。波動境界層より上方では、波動成分は近似的にポテンシャル流れとみなして良く、一方、流れ成分は波動境界層の存在によって動力学的な抵抗が増加し、流れが単独で存在する場合より、流速が小さくなると考えた。

彼らは移流項が無視できるとして、一次のオーダーの乱流境界層方程式を用いて理論展開を行った。その際、渦動粘性係数は、底面からの距離に比例すると仮定し、上述の考えに基づいて、波動境界層の内と外で摩擦速度を区別した。そして波と流れのそれぞれに対する方程式を導き、最終的に、流れに対しては波動境界層内外で勾配の変化する対数分布を示す解を与え、また波動に対しては複素ベッセル関数を含む解を与えている。しかしその表示式に含まれる摩擦速度や摩擦係数、粗度高さ等の水理量は、いくつかの関係式で結ばれており、これらの諸量を求めるためには、関係式がすべて満足されるまでくり返し計算を行う必要があ

る。その計算過程は非常に複雑で、またいくつかの不明な点がある。

田中・首藤⁶⁾は Grant-Madsen の理論の定常流成分の代表流速の定め方についての不明な点を修正し、彼らの理論をより使いやすい形に整理した。またその第2報といえる論文⁷⁾において、境界層を外層と内層の二層に分けたモデルを提案し、Grant-Madsen の理論の精密化を行っている。

Grant-Madsen および田中・首藤の研究の問題点の1つは、どちらも境界層方程式において移流慣性項を無視している点である。彼らの理論は流れの流速 U が小さい場合に限定されると考えられる。波と流れの共存場の問題においては、移流慣性項中の $U\partial u/\partial x$ の項は局所慣性項 $\frac{\partial u}{\partial t}$ と同じ一次の項とみなすことができる。共存場における波動のポテンシャル解は $U\partial u/\partial x$ の項を考慮して得られるものであり、境界層方程式はその外縁においてこれと接続するものであるから、 $U\partial u/\partial x$ を含めて解析することが一貫した考え方である。

問題点の第2は、波動境界層厚 δ_w の設定についてである。Grant-Madsen は波動場の知見をそのまま準用しており、流れによる変化を無視している。

境界層外縁においては、その物理的意味から、せん断応力が0となることと、水粒子速度が非粘性解と一致することの2つの条件が必要である。さらに底面においては non-slip 条件が要求される。乱流境界層の方程式は z に関する2階の偏微分方程式であって、3つの境界条件をすべて満足させることはできない。境界層外縁での2つの条件をともに満足するのは、 δ_w を適切に設定した場合であるが、それを試行錯誤によって求めるのが従来の多くの取扱いである。共存場においては、 δ_w の位置によって、波のみならず流れの外縁流速も変化し、それに伴って u^* 等の諸量も変化するので、上記の試行錯誤の過程は複雑になる。

波動場において梶浦²⁾や野田^{3),4)}は乱流境界層の最外部に外層を設けたモデルを用いているが、これは境界層外縁で両者を同時に満たすための手段とも考えられる。田中・首藤⁷⁾は梶浦と同様、Mellor-Gibson⁸⁾の定常流に対する平板乱流境界層の知見から、境界層を渦動粘性係数が底面からの距離に比例する内層と一定とする外層に分けているが、両者の境界面の高さが波と流れの構成比によって変化することを無視していることに変わりはない。さらにこのような境界層の多重構造を共存場に導入すると、波と流れの相互干渉の効果がはいるため、方程式はきわめて複雑となる。

本研究では以上の問題点を踏まえ、渦動粘性係数の設定等の基本的な考え方は Grant-Madsen にしたがうが、共存場の乱流境界層方程式の解法において、新たな取扱いを試みた。すなわち境界層外縁位置を未知量とする未定境界値問題として解く方法で、この解法には不変埋込み法と呼ばれる手法を適用した⁹⁾。この方法は非線型2点境界値問題を解くにあたって、問題をまず欠落初期値を求めることに帰着させた後に、元の方程式を初期値問題として解く考え方であって、Bellman¹⁰⁾によって現在の形まで数学的に確立されたものであり、日野⁹⁾が詳しく紹介している。

3. 未定境界値問題としての乱流境界層方程式の解法

3.1 基礎方程式

渦動粘性係数 ε を Grant-Madsen にない、波動境界層の内外で区別して次式で与える。

$$\varepsilon = \kappa |u^*| z \quad z > \delta_w \dots\dots\dots (1)$$

$$\varepsilon = \kappa |u_{cw}^*| z \quad z < \delta_w \dots\dots\dots (2)$$

ここに κ はカルマン定数、 u^* , u_{cw}^* はそれぞれ流れおよび共存場の摩擦速度、 δ_w は波動境界層の厚さである。波動境界層内のせん断応力は、次式で示される波と流れのせん断応力 τ_w , τ_e の和で表わされる。

$$\tau_w = \rho \kappa u_{cw}^* z \frac{\partial u}{\partial z} \dots\dots\dots (3)$$

$$\tau_e = \rho \kappa u^* z \frac{\partial U}{\partial z} \dots\dots\dots (4)$$

また共存場の摩擦速度 u_{cw}^* は底面せん断応力の一周期間の最大値 $\tau_{cw,max}$ で与える。すなわち、

$$\tau_{cw, max} = \tau_c + \tau_{w, max} = \rho u_{cw}^{*2} = \rho \kappa u_{cw}^* z \frac{\partial(u+U)}{\partial z} \Big|_{max} \dots\dots\dots (5)$$

式(4)より波動境界層内の流れの流速分布として次式が得られる。

$$U = \frac{u_c^{*2}}{\kappa u_{cw}^*} \ln \frac{z}{z_0} \quad z < \delta_w \dots\dots\dots (6)$$

ここに z_0 は積分定数で、完全粗面のときには粗度高さに等しくなる。以下では便宜的に粗度高さと称しておく。波動境界層外縁位置における流れの流速 U_p は上式において $z = \delta_w$ と置けば求まる。すなわち、

$$U_p = \frac{u_c^{*2}}{\kappa u_{cw}^*} \ln \frac{\delta_w}{z_0} \dots\dots\dots (7)$$

波動境界層の外部領域における流れの流速分布は、式(1)から次式で表わされる。

$$U = \frac{u_c^*}{\kappa} \ln \frac{z}{\delta_w} + U_p \quad z > \delta_w \dots\dots\dots (8)$$

次に波動成分について考える。

波と流れの共存場における1次のオーダーの境界層内の運動方程式は次式のようなである。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_w}{\partial z} \quad z < \delta_w \dots\dots\dots (9)$$

境界層外縁においては次式が成立する。

$$\frac{\partial u_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial u_p}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_p}{\partial x} \dots\dots\dots (10)$$

ここに添字 p は境界層外縁での諸量を表わす。境界層近似より圧力 p は z 方向には変化しないものと考えた。したがって、式(3), (9), (10)から波動成分に対する境界層内水粒子速度を与える式として、次式が得られる。

$$\frac{\partial(u_p - u)}{\partial t} + U_p \frac{\partial u_p}{\partial x} - U \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_w}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa u_{cw}^* z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (11)$$

3.2 境界層方程式の解法

境界層内での波動成分 u を次式で表現する。

$$u = A(z) \cos(kx - \sigma t) + B(z) \sin(kx - \sigma t) \dots\dots\dots (12)$$

ここで k は波数, σ は角周波数, A, B は z のみの関数である。境界層外縁 $z = \delta_w$ での流れの流速 U_p は式(7)で与えられるが、波動成分 u_p は次式で表わされる。

$$u_p = \hat{u}_p \cos(kx - \sigma t) = \frac{H}{2} (\sigma - kU) \frac{\cosh k\delta_w}{\sinh kh} \cos(kx - \sigma t) \dots\dots\dots (13)$$

ここに H は波高, h は水深である。

式(13)において、波動の水粒子速度の振幅 $\hat{u}_p$ は、流れを一様流と仮定した時の共存場のポテンシャル理論から求めている。式(7), (12), (13)を式(11)に代入し、 $\sin$ の項と $\cos$ の項とに分けて整理すると、それぞれ次式を得る。

$$(\sigma - kU_p) \hat{u}_p - (\sigma - kU) A + \kappa u_{cw}^* B' + \kappa u_{cw}^* z B'' = 0 \dots\dots\dots (14)$$

$$(\sigma - kU) B + \kappa u_{cw}^* A' + \kappa u_{cw}^* z A'' = 0 \dots\dots\dots (15)$$

ここに ' は z に関する微分を表わす。

いま ξ, η を次のようにおく。

$$\xi = \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} A' \\ B' \end{pmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

上式を用いると、式(14), (15)は次式のようなになる。

$$\frac{d\xi}{dz} = \eta, \quad \frac{d\eta}{dz} = D\eta + E\xi + F \dots\dots\dots (17)$$

ここに

$$D = \begin{pmatrix} -\frac{1}{z} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{z} \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sigma - kU}{\kappa u_{cw}^* z} \\ \frac{\sigma - kU}{\kappa u_{cw}^* z} & 0 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\sigma - kU_p}{\kappa u_{cw}^* z} \hat{u}_p \end{pmatrix} \quad (18)$$

式(17)の境界条件は次式のようになる。

$$z = z_0 \quad \text{で} \quad \xi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$z = \delta_w \quad \text{で} \quad \xi = \begin{pmatrix} \hat{u}_p \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{\eta} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

ここで δ_w は未知量であり、式(20)は未定境界条件である。

式(17)は次式の特性曲面の式となっており、次式がこの問題の不変埋込み方程式となる。

$$\frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \xi}{\partial \bar{\eta}} (D\bar{\eta} + E\xi + F) = \bar{\eta} \quad (21)$$

式(17)は線形であるから、 ξ は次式のように表わすことができる。

$$\xi(z, \bar{\eta}) = G(z)\bar{\eta} + H(z) \quad (22)$$

式(22)を式(21)に代入して整理すると、

$$\frac{dG}{dz} + GD + GEG = I \quad (23)$$

$$\frac{dH}{dz} + GEH + GF = 0 \quad (24)$$

ただし $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ である。

また境界条件式(19)は次式となる。

$$G(z_0) = 0, \quad H(z_0) = 0 \quad (25)$$

式(25)の条件から式(23), (24)を解けば、 $G(z)$ と $H(z)$ を求めることができる。

式(22)を変形すると次式のようになる。

$$\bar{\eta}(z) = G^{-1}(z) \{ \xi(z) - H(z) \} = G^{-1}(z) \left\{ \begin{pmatrix} \hat{u}_p(z) \\ 0 \end{pmatrix} - H(z) \right\} \quad (26)$$

結局、式(26)が0となるような z が δ_w に相当し、これが求めるものである。この得られた δ_w を用いて、 $z = \delta_w$ の点における境界条件式(20)で逆に $z = z_0$ まで式(17)を解けば、目的とする解が得られる。

さて、共存場の摩擦速度 u_{cw}^* は式(5)で定義されるが、式(6)を用いて変形すると次式のようになる。

$$u_{cw}^{*2} = \kappa u_{cw}^* z_0 \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_0} + u_{*2}^2 \quad (27)$$

上式は u_{cw}^* についての2次式であり、 $\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_0}$ がわかれば u_{cw}^* は求めることができる。しかし $\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_0}$ は解として得られるものであって未知量である。したがって上述の手法によって、境界層内の波動解を求めるためには、まず u_{cw}^* に適当な値を仮定し、未定境界値問題を解いて $\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_0}$ の値を求め、これを式(27)に代入して次のステップの u_{cw}^* を計算する。この手順を u_{cw}^* の値が十分収束するまでくり返すことになる。

3.3 計算手順

次に上記の取扱いによる、共存場の水粒子速度の算出方法について説明する。流れのみの場合の流速分布から、平均流速 $\bar{U}$ 、摩擦速度 u_* 、粗度高さ z_0 を求める。これに周期 T 、波高 H の波が重なった場合を考える。まず境界層厚 δ_w 、共存場の摩擦速度 u_{cw}^* を適当に仮定し、第1回目の計算を行う。境界層外縁における流れの成分 U_p 、波動成分 $\hat{u}_p$ は式(7), (13)で、境界層内の定常流速 U は式(6)で与えられるから、式(18)の D, E, F は計算することができる。 $G(z), H(z)$ についての式(23), (24)を境界条件の式(25)のもとに解き、すべての z に対する G, H の値を求めてしまうと、式(26)により $\bar{\eta}(z)$ が求まる。式(16)の $\bar{\eta}$ の定

義より、波動によるせん断応力の一周期間の最大値 $\tau_{w,max}$ は、

$$\tau_{w,max} = \rho \kappa u_{cw}^* |\bar{\eta}| \dots \dots \dots (28)$$

で与えられる。波動境界層厚 δ_w は物理的には $\tau_{w,max}=0$ となる高さと考えられるが、実際には z が無限大でない限り、波動のせん断応力は0とならない。ここでは δ_w として $\tau_{w,max}$ が底面でのせん断応力の最大値 $\tau_{w,max}|_{z=z_0}$ に比べて無視しうほどの小さくなる高さと定義する。今回の計算では $\tau_{w,max}$ が $\tau_{w,max}|_{z=z_0}$ の0.01倍となる高さを境界層外縁位置とした。この値を変化させると、 δ_w の値は当然変化するが境界層方程式の計算を開始する位置が異なるだけであるから、境界層内部の水粒子速度やせん断応力には全く影響しない。以上のように δ_w が求まると、その点における $u(=0)$ と $\frac{\partial u}{\partial z} (\approx 0)$ の値を初期値として、 $z=z_0$ まで Runge-Kutta 法により解を求めればよい。 $z=z_0$ における $|\bar{\eta}| (=|\frac{\partial u}{\partial z}|)$ の値から式(27)により u_{cw}^* を求める。そして前回に計算した u_{cw}^* との差が十分小さければ、収束したとして計算を終了し、大きい場合は新たに得られた u_{cw}^* を用いて上記の計算をくり返す。なお、流れのみの流速分布が得られなくとも、共存場の流れの平均流速 $\bar{U}$ がわかっておれば、 u_{cw}^* は波動境界層内外の流れの流速分布を示す式(6)、(8)を積分して平均流速を求めることにより、2次方程式の解として次式で与えられる。

$$u_{cw}^* = \frac{-u_{cw}^* \alpha_2 + \sqrt{u_{cw}^{*2} \alpha_2^2 + 4 \bar{U} \kappa u_{cw}^* (h - z_0) \alpha_1}}{2 \alpha_1}$$

$$\text{ただし } \alpha_1 = h \ln \frac{\delta_w}{z_0} - (\delta_w - z_0)$$

$$\alpha_2 = h \ln \frac{h}{\delta_w} - (h - \delta_w) \dots \dots \dots (29)$$

最後に Grant-Madsen の理論は複素ベッセル関数を含むくり返し計算が必要なため、本研究の解法に比べ、数倍の計算時間を要することを付記しておく。

3.4 計算結果および考察

前節までに示した乱流境界層の新しい解法による計算結果の妥当性を検討するために、以下に示す4つの物理量を取りあげ、その特性を検討するとともに、Grant-Madsen の理論による結果と比較した。ここでは摩擦係数 f_{cw} 、摩擦速度 u_{cw}^* 、境界層厚 δ_w 、および底面せん断応力の境界層外縁水粒子速度に対する位相の前進 θ について考察した。ここで摩擦係数 f_{cw} の定義は次式のとおりである。

$$\tau_{cw,max} = \rho u_{cw}^{*2} = \frac{\rho}{2} f_{cw} \bar{u}_p^2 \dots \dots \dots (30)$$

また式(12)より

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial z} &= A' \cos(kx - \sigma t) + B' \sin(kx - \sigma t) \\ &= \sqrt{A'^2 + B'^2} \cos(kx - \sigma t + \theta) \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

であるから θ は次式で与えられる。

$$\theta = \tan^{-1} (B'/A') \dots \dots \dots (32)$$

Table 1 は波のみの場合に、以下に示す2つの計算ケースについて、上記の4つの物理量の計算結果を示したものである。計算条件は両ケースとも水深 $h=30$ cm、波高 $H=10$ cm、粗度高さ $z_0=0.1$ cm と共通で、波の周期 T は CASE-1 が 2 sec、CASE-2 は 1.25 sec とした。表より f_{cw} 、 u_{cw}^* についての著者らの取扱いによる結果は、Grant-Madsen の理論値と良く一致し、 δ_w を求める際の分割をさらに細かくすれば、一致度をもっと良くすることができると思われる。また θ についても両者の間に大きな差は認められない。しかし δ_w については両者の間に大きな差が見られる。Grant らは δ_w として境界層の代表スケール $l = \kappa |u_{cw}^*| / \delta$ の2ないしは4倍に最初から仮定しているのに対し(本計算においては $\delta_w = 4l$)、著者らの取扱いでは δ_w は未定境界値問題を解いた結果として得られるものであり、両者の結果が異なるのは当然である。一方、流れがある場合には、著者らの解析では移流慣性項を考慮しているのに対し、Grant らの理論はこれを考慮できないために結果に差異が生じる。そこで著者らの取扱いにおいて移流慣性項を除去した場合も計

Table 1 Calculated results for characteristic values of the boundary layer in the wave-only field.

(CASE-1: $T=2$ sec, $h=30$ cm, $H=10$ cm, $z_0=0.1$ cm CASE-2: $T=1.25$ sec, $h=30$ cm, $H=10$ cm, $z_0=0.1$ cm)

		f_{cw}	u_{cw}^* (cm/sec)	δ_w (cm)	θ (rad.)
CASE-1	Authors	0.097	5.68	3.15	0.55
	Grant-Madsen	0.098	5.68	2.89	0.52
CASE-2	Authors	0.139	5.58	2.45	0.58
	Grant-Madsen	0.140	5.59	1.78	0.55

Table 2 Calculated results for characteristic values of the boundary layer in the wave-current co-existing field (CASE-1).

		f_{cw}	$ u_{cw}^* $ (cm/sec)	δ_w (cm)	θ (rad.)	$\delta_w/(k u_{cw}^* /\sigma)$
$\bar{U}=30$ (cm/sec)	Authors (1)	0.144	7.13	3.55	0.51	3.91
	Authors (2)	0.154	7.38	3.55	0.54	3.78
	Grant-Madsen	0.156	7.42	3.78	0.51	4.00
$\bar{U}=-30$ (cm/sec)	Authors (1)	0.184	7.35	3.55	0.56	3.79
	Authors (2)	0.168	7.02	3.50	0.54	3.92
	Grant-Madsen	0.169	7.05	3.59	0.51	4.00
$\bar{U}=60$ (cm/sec)	Authors (1)	0.225	9.08	4.15	0.47	3.59
	Authors (2)	0.249	9.55	4.00	0.52	3.29
	Grant-Madsen	0.254	9.65	4.92	0.49	4.00
$\bar{U}=-60$ (cm/sec)	Authors (1)	0.416	9.33	4.10	0.61	3.45
	Authors (2)	0.351	8.55	3.80	0.53	3.49
	Grant-Madsen	0.354	8.62	4.39	0.50	4.00

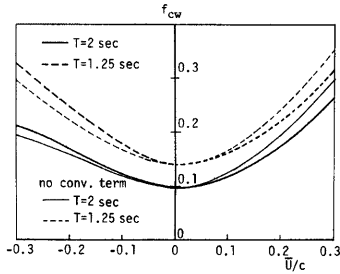
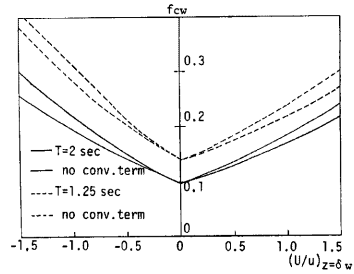
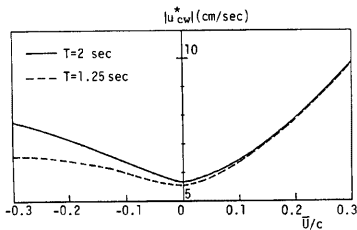
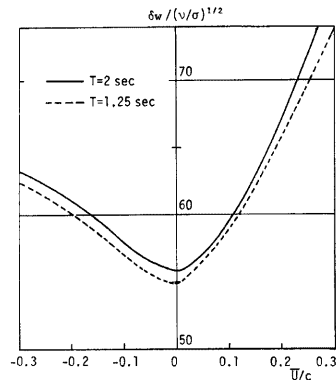
Authors (2) denotes case of "without convection term"

算を行い、CASE-1のデータを用いて3通りの理論計算による結果を示したものがTable 2である。これより移流項を除去した著者らの結果と、Grantらの結果は流れがある場合にも良く一致することがわかる。以上より著者らの取扱いによる結果は、十分な精度で境界層内の水理特性を表現することがわかった。

次に著者らの理論的取扱いから得られる上述の4つの水理特性量の流れによる変化について示す。Fig. 1は摩擦係数 f_{cw} についての結果であり、横軸は流れの断面平均流速 $\bar{U}$ を共存場の1次のポテンシャル解から得られる波速 c で割った無次元量である。順流・逆流を問わず流れの流速が増加すると f_{cw} の値は大きくなる。これは式(30)に示される f_{cw} の定義から考えて当然のことである。すなわち、 f_{cw} は波と流れによる底面摩擦応力と境界層外縁における波だけの水粒子速度の振幅との関係で定義されているために、このような結果になるのである。また $\bar{U}/c$ の絶対値が同じであっても、順流の方が逆流より f_{cw} の値は大きい、これは順流では流れが重なることにより、同じ波高・周期の波でも底面近くの波の水粒子運動が大きくなるのに対し、逆流では逆にこれが小さくなるためであると考えられる。そこで波動境界層外縁における流れと波の水粒子速度の比 $(U/u)_{z=\delta_w}$ で f_{cw} の結果を整理したものがFig. 2である。この場合には順流・逆流によって値はあまり変化せず、対称な曲線に近づくことがわかる。またFig. 1, Fig. 2において細線で示したものは、移流慣性項を除去して計算した結果である。移流慣性項の効果は順流では f_{cw} を減少させ、逆流では f_{cw} を増加させることがわかる。

Fig. 3は摩擦速度 u_{cw}^* に関する結果であり、 f_{cw} と同様の性質を示す。

境界層厚 δ_w について、動粘性係数 ν と角周波数 σ を用いた無次元量 $\delta_w/(\nu/\sigma)^{1/2}$ で整理した結果がFig. 4である。

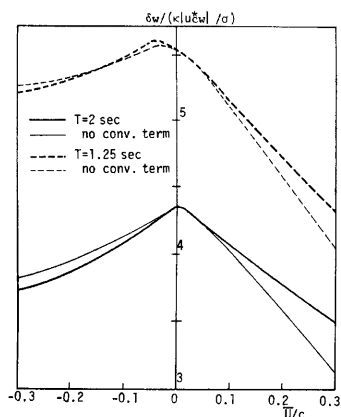
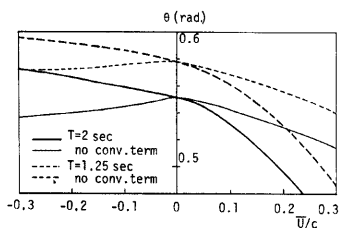
Fig. 1 Friction factor f_{cw} .Fig. 2 Relationship between f_{cw} and wave-current velocity ratio at the top of the boundary layer $(U/u)_{z=\delta_w}$.Fig. 3 Friction velocity u_{cw}^* .Fig. 4 Non-dimensional boundary layer thickness $\delta_w / (\nu/\sigma)^{1/2}$.

また Grant らが境界層の長さスケールとして用いた $l = \kappa |u_{cw}^*| / \sigma$ によって δ_w を無次元化した結果が Fig. 5 である。図から $\delta_w / (\kappa |u_{cw}^*| / \sigma)$ は流れの流速の増加とともに減少することがわかるが、このことから流れによらずこの値を一定と仮定する Grant らの考え方は不適当であるといえる。

Fig. 6 は底面せん断応力の境界層外縁における波の水粒子運動からの位相の先行 θ についての結果である。順流で流れの流速が増加すると、 θ の値が減少するのに対し、逆流では逆に流速の増加とともにわずかなではあるが増加する傾向にあることがわかる。

Fig. 7 は CASE-1 で設定された条件で、流れがない場合の水平方向水粒子速度について著者らと Grant らの理論の計算結果を比較したものである。Grant らの結果は著者らの結果より絶対値が大きいことがわかる。これは著者らの理論における境界条件は境界層外縁で水粒子速度が非粘性解と一致するという条件と、せん断応力が 0 となる条件の両者から求めているのに対し、Grant らは後者の条件のみで、前者の条件は課していないことから、この計算条件では境界層外縁で非粘性解より大きくなってしまったためと考えられる。このように Grant らの理論では境界層外縁で粘性解と非粘性解が一致しない欠点を有するが、著者らの取扱いではこの問題は解消される。

Fig. 8, Fig. 9 は Fig. 7 と同じ計算条件の下で、それぞれ流速 20 cm/sec の順流と逆流を与えた場合の計


 Fig. 5 Non-dimensional boundary layer thickness $\delta_w/(c|u_w^*|/\sigma)$.

 Fig. 6 Phase lead of bottom shear stress relative to water particle velocity at the top of the boundary layer θ .

算結果である。これらの場合も Grant らの結果は著者の結果より絶対値が大きくなる。また図中の細線で示した曲線は著者の理論で移流項を考慮しない場合の結果である。これより移流項を考慮すると、順流では水粒子速度の絶対値を小さくし、逆流では大きくすることがわかるが、両者の差は小さく、最大でも 1 cm/sec に満たなかった。移流慣性項 $U \frac{\partial u}{\partial x}$ と局所慣性項 $\frac{\partial u}{\partial t}$ の比は U/c となるから、移流慣性項の効果が大きいのは U/c が大きい時である。そこで CASE-2 の条件で流れが順流で 80 cm/sec の場合について計算し、移流慣性項の水粒子

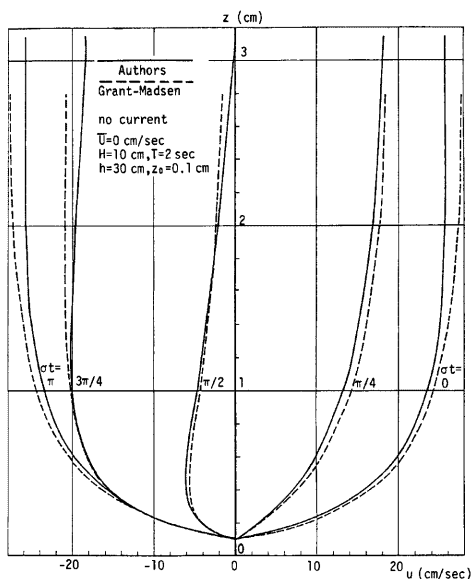


Fig. 7 Distributions of horizontal water particle velocity calculated from authors' and Grant-Madsen's theories (wave-only field).

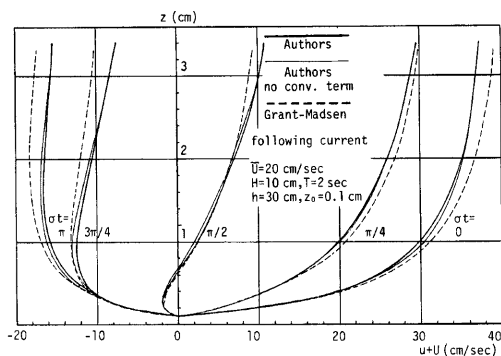


Fig. 8 Distributions of horizontal water particle velocity in the co-existing field (forward current).

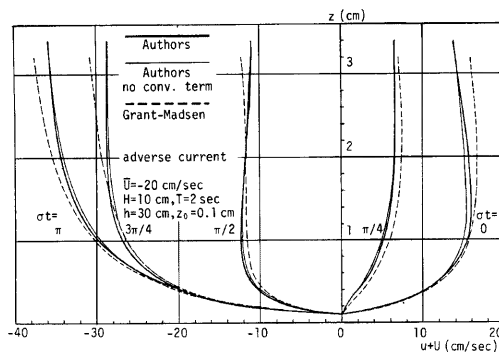


Fig. 9 Distributions of horizontal water particle velocity in the co-existing field (against current).

速度分布に与える効果を調べたものが Fig. 10 である。この場合も移流慣性項を考慮して、結果において最大20%の差しか生じないことがわかる。この差はさらに流れの流速を増加させれば大きくなるが、実際の沿岸海域で生起する流れと波の条件下では、移流慣性項の効果が無視できない場合は少ないであろう。

4. 共存場における底面近傍の水粒子速度に関する実験

4.1 実験装置・方法

実験は長さ 27m, 幅 50cm, 高さ 70cm の循環流発生装置の付いた造波水槽で行った。実験に用いたレーザードップラー流速計は x - z 方向の水粒子速度の測定が可能な前方散乱型のシステムであるが、底面近傍では2成分の測定が困難なため、今回は水平方向水粒子速度のみを測定することにした。また水槽底面全体に2mm角の亚克力棒を15mm間隔で貼りつけた棧粗度板を敷き、波のみの場合でも底面近傍が乱流状態になるようにした。水粒子速度の測定点は造波板より12.5m離れた位置であり、その点の水位変動を測定するため、流速場を乱さぬように注意して容量式波高計を設置した。

実験条件は次のとおりである。水深は30cmと一定で、波の周期は1.67sec、波高は6.3~8.5cmの範囲とした。流れはすべて逆流とし、その流速を3通りに変化させた。水粒子速度の測定は、粗度と粗度の中央において行った。

また鉛直方向にはできる限り底面の近くまで測定を行うことを心がけたが、底面にあったレーザービームの散乱のために、粗度の頂点から1.4mm~1.7mmが限度であり、これを最低点として底面から100mm上方までを測定した。底面近くでは測定点を多くし、各ケースとも全部で21~23点を測定した。実験は波のみ、流れのみ、および共存場について行った。実験条件を Table 3 に、また実験装置の概略図を Fig. 11 に示す。水粒子速度と水位変動の信号は、100Hz でサンプリングを行ってデジタル化した。水粒子速度の記録

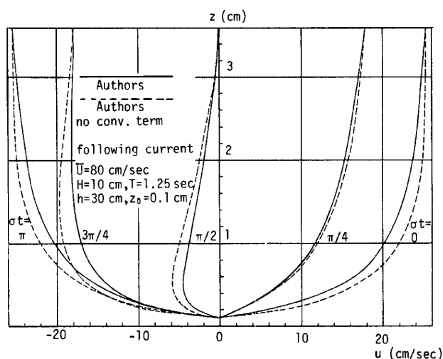


Fig. 10 Effect of convective acceleration term $U \partial u / \partial x$ on wave-component horizontal water particle velocity in the co-existing field.

Table 3 Experimental conditions.

		$\bar{U}$ (cm/sec)	H (cm)	T (sec)	h (cm)
CASE-I	wave-only	0	8.52	1.67	30
	current-only	-20.0	—		
	co-existing	-17.4	7.74		
CASE-II	wave-only	0	7.99	1.67	30
	current-only	-30.3	—		
	co-existing	-25.9	7.49		
CASE-III	wave-only	0	8.22	1.67	30
	current-only	-41.6	—		
	co-existing	-36.7	6.30		

にドロップアウトがないことを確かめ、以降の解析を行った。水粒子速度の位相の決定にあたっては、水位変動波形からゼロアップクロス法を若干修正した方法で一周期分を取り出し、これを32等分した後、各位相について連続する10波程度のアンサンブル平均を行い、それを各位相の水粒子速度とした。

4.2 平均流についての実験結果

Fig. 12 は CASE I ～ III に対する流れのみの場合の流速分布と、共存場の場合には一周期平均流速を平均流としたときの流速分布を示したものである。従来の研究で指摘されているように、波が重畳すると平均流成分に対する水理学的な抵抗が増加するため、流れのみの場合より流速が小さくなることが、いずれの図からも読みとれる。また平均流の流速分布は $z > 4 \sim 8 \text{ mm}$ の領域で、片対数表示のとき直線で表現できるようであるが、それより底面に近いデータはこの直線からはずれるようである。これは後述するよ

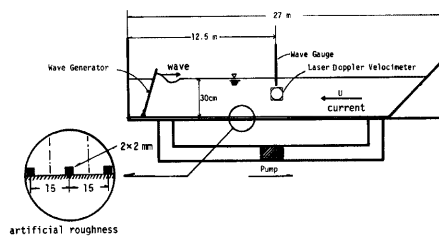


Fig. 11 Experimental apparatus.

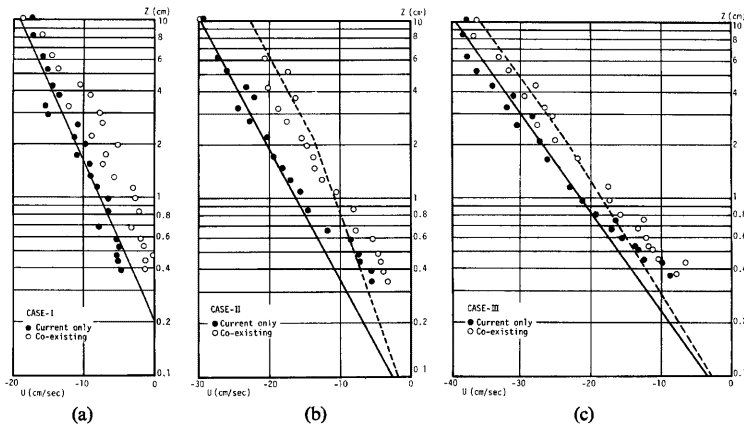


Fig. 12 Distributions of average velocity in the current-only and co-existing fields.