

氏 名	森 本 徹 もり もと とおる
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 508 号
学位授与の日付	昭 和 51 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	On the intransitive Lie algebras whose transitive parts are infinite and primitive (推移的部分が無限次元原始的な非推移的リー代数について)

論文調査委員 (主 査) 教 授 戸 田 宏 教 授 永 田 雅 宜 教 授 楠 幸 男

論 文 内 容 の 要 旨

単純な無限次元リー群の分類は最初 E. Cartan によって行なわれたがその証明には不明な点が多く、その後厳密な定式化と完全な証明が考察されてきた。群が推移的な場合は多くの研究者によって現代的な定式化と分類の証明が完成したが、群が非推移的な場合には明確な定式化もあまり進んでいなかった。Cartan のプログラムによれば、非推移的な単純、無限次元リー群の分類は次のように遂行される。(I) 問題を次の (II), (III) に帰着させる。(II) 軌道への制限が無限次元、原始的な場合の分類 (III) 軌道への制限が有限次元単純リー群である場合の分類。

申請者森本徹は (II) の分類問題を代数的に定式化することによってほぼ完全に解決した。

有限次元 (複素) ベクトル空間 V 上の形式的巾級数環 $F(V)$ は次数によるフィルターづけ $\{F^p(V)\}$ が入り、 $F(V)$ の連続的微分全体 $D(V)$ は $D^p(V) = \{X \in D(V) \mid X \cdot F(V) \subset F^{p+1}(V)\} (p \geq -1)$ を基本的近傍とする位相をもつリー代数となる。 $D(V)$ の閉部分リー代数 A は V のリー変換群に対応するものである。 $A^p = A \cap D^p(V)$, $Gr^p(A) = A^p / A^{p+1}$ とおく。一般に $Gr^{-1}(A) \subseteq V$ とみなされるが、ここで等号の成立していない場合の A は非推移的リー群に対応する。

リー群の軌道に対応するものとして、 A の推移的部分 L が A からあるベクトル空間 V 上の $D(V)$ への準同型の像として構成される。したがって問題は、その推移的部分 L が無限次元かつ原始的であるような $D(V)$ の閉リー部分代数を決定せよという形に定式化されるが、ここで申請者は定式化に幾何学的意義をもたせるために妥当であると考えられる次の正規条件 $(A_1), (A_2)$ を仮定して議論を進める。 (A_1) A の原点を通る (形式的な) 軌道は正則, $(A_2) [V, Gr^p(A)] \subset Gr^{p-1}(A)$ 。

すでに知られている推移的な場合の分類定理によれば、このような L は 6 つの型に分類され、その内 4 つは単純であり ($L' = L$ とおく) 残りの 2 つでは L は余次元 1 のただ 1 つのイデアル L' をもつ。また L を $D(V)$ の推移的部分リー代数, W を有限次元ベクトル空間とすると $L \otimes F(W)$ の完備化は自然に $D(V \oplus W)$ の閉部分リー代数としてうめこまれ $L[W^*]$ であらわされる。このとき本論文の主定理は次のように

述べられる。

A を (A_1) , (A_2) をみたす $D(V)$ の閉部分リー代数で、その推移的部分 L が無限次元かつ原始的なものであるものとすれば、ある有限次元ベクトル空間 W があって、 A は $L[W^*]$ に含まれ $L'[W^*]$ を含むリー代数に同型である。

W の次元は A で定まり、 L が単純な場合は A は $L[W^*]$ に同型である。 L が単純でない場合には、 A は L と W について一意的には定まらず無数にあるが、それらの構造は $L[W^*]/L'[W^*]$ が $F(W)$ に同型で abelian であるので詳しく知ることができる。

申請者は、まづ特異点をもつ Frobenius の定理の形式化を証明することによって推移的部分 L を構成し、 $Gr^p(A)$ に更に細かいフィルターづけ $\Phi^r Gr^p(A)$ を与えられる二重階数リー代数 $A^{p,r} = \Phi^r Gr^p(A) / \Phi^{r+1} Gr^p(A)$ を用いることにより問題を簡略化し、次に推移的部分 L の分類の各型に応じた考察を施すことによって主定理を導いた。

以上のように、申請者森本徹の研究は非推移的無限次元リー群の分類問題における重要な一段階を的確な代数的定式化の下に解決したものである。

論文審査の結果の要旨

申請者森本徹の論文は多様体に局所的に働く連続変換群に関する研究である。このような群の研究と分類は E. Cartan によってなされ、特に単純有限次元リー群の分類はよく知られている。Cartan は単純無限次元リー群についてもその分類を行なったが、その証明に不明な点が多く、以後多くの研究者によって厳密な定式化と完全な証明が試みられてきた。単純無限次元リー群が多様体に推移的に働く場合については、Singer, Steinberg 等によって現代的な定式化が与えられ、その分類の完全な証明は長野、小林、Guillemin, Qulillen, Steinberg 等によって与えられた。しかし、非推移的な場合については、その的確な定式化もあまり進んではいない。Cartan によれば非推移的単純無限次元リー群の分類問題はその軌道への制限が無限次元原始的であるかまたは単純有限次元であるかの二つの場合に帰着させることによって遂行される。

申請者は前者の場合、すなわち軌道への制限が無限次元原始的である非推移的単純リー群の分類問題を代数的なリー代数の言葉で定式化し、この定式化の上に立ってこの場合の分類問題の解答を与えたものである。

リー群に対応する非推移的リー代数 A について、申請者はまづ軌道に対応する推移的部分 L を構成する。 L が無限次元原始的である場合を考え、 L が単純ならば $L' = L$ とし、 L が単純でないならば、すでにえられている推移的な場合の分類結果により L のもつただ 1 つの余次元 1 のイデアルを L' とする。有限次元ベクトル空間 W から標準的に非推移的代数 $L[W^*] \supset L'[W^*]$ が構成される。申請者はこの代数的対象物 A に幾何学的意味を持たせるために二つの正則条件を仮定した上で主定理「 A は $L'[W^*]$ を含み、 $L[W^*]$ に含まれるリー代数に同型である」を証明した。これは A の代数的構造を完全に規定したものであるということができる。

以上のような申請者森本徹の研究結果は非推移的無限次元リー群の分類問題の重要な部分をほぼ完全に

解決したものとして高く評価しうるとともにこの方面の研究の進展に多大の寄与をなすものである。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。