

氏 名	藤 田 收 ふじ た おさむ
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 663 号
学位授与の日付	昭 和 54 年 11 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Sur les systemes de fonctions holomorphes de plusieurs variables complexes (多変数正則函数の系について)

論文調査委員 (主 査) 教 授 楠 幸 男 教 授 溝 畑 茂 教 授 永 田 雅 宜

論 文 内 容 の 要 旨

V を $n+1$ 次元のスタイン多様体とし、 V 上の n 個の正則函数 $f_1, f_2, \dots, f_n$ の系による V から複素 n 次元空間 C^n の中への写像を $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ とする。本論文は主としてこの写像 f 及び f による V の像 D に関する多変数函数論の研究である。

主論文は 2 部からなり、その第 1 部ではまず次の主要定理を証明した。すなわち、

V 上の正則函数の系 $(f_1, \dots, f_n)$ が次の 2 つの条件 (条件 (A_0) という) を満足するものとする；

1) V の各点において、 $f_1, \dots, f_n$ の V の局所座標に関する函数行列の階数は n である。

2) V の像 $D = f(V)$ の各点 y に対してファイバー $f^{-1}(y)$ は解析集合として既約であり、かつ複素平面と解析的同値である。

このとき、 (V, f, D) は f を射影とする D 上の正則ファイバー束となり、その各ファイバーは複素平面と同値であり、構造群は正則一次変換群である。さらに、 D は C^n 内の order $n-2$ の擬凸状域である。

[order $n-2$ の擬凸状域とは普通の擬凸状域より制限の弱い領域で、申請者及び田所が独立に導入した概念である。 D が普通の意味の擬凸状域にならない実例も知られている]

上の主要定理の証明には、西野の基本的補題とクーザン問題に関する Cartan の三環定理の拡張が用いられている。

さて、 $V = C^{n+1}$ のとき、すなわち $f_1, \dots, f_n$ が整函数であって条件 (A_0) をみたすとき、もう 1 つの整函数 f_{n+1} を適当に選んで $(f_1, \dots, f_{n+1})$ が C^{n+1} の automorphism になるための必要十分条件は、 $D = C^n$ であるという結果をえた (定理 1)。これは 2 変数の場合の西野の定理の一般化を与えたものである。

次に、主要定理の V として、特異点のないアフィン多様体を考える。その上の正則函数として V 上の有理函数 (空間の有理函数の V 上への制限) に限定すると像 D は簡単になる。すなわち特に V の 1 次元及び 3 次元のホモトピー群が 0 のとき、条件 (A_0) のもとではつねに $D = C^n$ となり、 V は C^{n+1} と双有理的に解析同値になる (定理 4)。従って上の定理 1 で $f_1, \dots, f_n$ がすべて $x_1, \dots, x_{n+1}$ の多項式ならば条件

(A_0)のもとでつねにある多項式 f_{n+1} を選んで空間の automorphism がえられることになる。

第2部では、条件 (A_0) の1)を除くことを研究している。一般にスタイン多様体 V の場合、もし V 上でクーザン第2問題がつねに解けるならば条件1)は2)から導かれることを証明した。この証明のために申請者は f の critical point(maximum rank でない点)の集合 Σ について一般的な考察を行っている。とくに V の正則写像 f に対して Σ が空でない限りその既約成分はつねに $n-1$ 次元の解析的集合であるという基本的な結果を示し、上の証明を完結している。

参考論文1では、まず解析面の族の正規域が擬凸状であるという岡の結果を2変数から一般の n 変数の場合に拡張している。後半では C^n 内の領域において λ 次元 ($0 \leq \lambda \leq n-2$) の解析的集合の族の正規域を定義し、それが order λ の擬凸状域になることを示した。

参考論文2は、解析面の面積に関する岡の結果を2変数から n 変数に拡張したものである。

論文審査の結果の要旨

2変数整函数の定数面 ($f(x, y)=c$) は一般に複素1次元の解析面となりその既約成分はリーマン面とみなされる。この点に注目して近年西野氏が一連の研究を発表している。申請者の研究は、これらの結果をふまえながら2変数から一般の n 変数の場合への拡張を試みたものであるが、単なる形式的拡張ではなく新しい一般的諸定理や問題を提起した。

主論文の主要定理では、問題を一般化して $n+1$ 次元のスタイン多様体 V 上の正則函数の系を考え、ごく自然な条件 (A_0) のもとに V からその系による写像及びその像領域 D に関する一般的な結果を与えた。 D が必ずしも普通の擬凸状域にならず、申請者が導入した概念を用いて order $n-2$ の擬凸状域になることを見出したことは興味深い。そして $V=C^n$ の場合、条件 (A_0) をみたす n 個の整函数に対してもう一つの整函数を適当に選んでそれらが C^{n+1} の automorphism になるための必要十分条件 ($D=C^n$) を見出した。これは西野による2変数の結果を拡張した一般論として注目すべきものである。申請者は更に上の条件 $D=C^n$ がどういう場合におこるかを追求し、 V がアフィン多様体で、その上の正則函数が空間の有理函数の制限である場合、 V のある幾何学的条件のもとに $D=C^n$ となることを示した。

主論文の第2部では条件 (A_0) の1)を除く一つの十分条件を与えたわけであるが、この目的のために一般にスタイン多様体から C^n の中への正則写像の critical points の集合について研究し、極めて基本的重要な結果を与えた。このほか、第1部第2部を通じて興味あるいくつかの実例を与え今後の問題も示唆している。

以上のように、申請論文は多変数正則写像に関する研究に貢献するところ大であり、その着想、手法とともに高く評価される。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。