

レベルセット法による導体形状最適設計の検討

Study on Optimization Design of Conductor Geometry by Level Set Method

平山浩一 ¹	仲祐輔 ¹	佐藤慎悟 ¹	辻寧英 ²	山崎慎太郎 ³
Koichi Hirayama	Yusuke Tsuduki	Shingo Sato	Yasuhide Tsuji	Shintaro Yamasaki
		西脇眞二 ⁴		
		Shinji Nishiwaki		

北見工業大学¹ 室蘭工業大学² 芝浦工業大学³
Kitami Institute of Technology Muroran Institute of Technology Shibaura Institute of Technology
京都大学⁴
Kyoto University

1 まえがき

レベルセット法はおもに構造分野や画像処理分野で適用されている [1],[2] が, フォトニック結晶におけるバンドギャップの最大化 [3], 逆散乱問題 [4] にも適用されている. 著者らはレベルセット法を導波路伝達問題での最適設計に適用することを検討しており, 誘電体形状最適設計については報告している [5]. 一方, マイクロ波帯では導体形状最適設計も重要であり, 著者らによっても報告されている [6],[7]. ここでは, 有限要素法を用いたレベルセット法による最適設計において, 作製しやすいような滑らかな導体形状の設計を検討している.

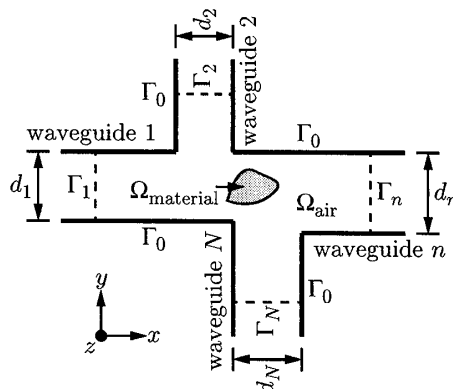


図 1 導波管 H 面回路結合部

2 有限要素法を用いたレベルセット法最適化

(1) 導波管 H 面回路結合部の有限要素法解析

図1に示すような導波管H面回路結合部を考える。ここで Γ_0 は電気壁、 Γ_n ($n=1, 2, \dots, N$)は入出力導波路と結合部との境界を表す。有限要素法を用いると、最終的に次式のような連立一次方程式が得られる。

$$[P]\{\phi\} = \{Q\} \quad (1)$$

ここに ϕ は電界の z 成分 E_z を表し, $\{\phi\}$ はすべての節点での ϕ の値からなるベクトルである. また $[P]$ は有限要素法による行列, $\{Q\}$ は入射波に対応するベクトルである.

上式を解いて境界 Γ_n 上の ϕ の値 $\{\phi_n\}$ が求まると, S パラメータは次式のように与えられる.

$$S_{n1} = -\delta_{n1} + \{g_n\}^T \{\phi_n\} \quad (2)$$

ここで、境界 Γ_1 から振幅 1 の基本モードが入射するとしており、 $\{g_n\}$ は入出力導波路 n の基本モードに関する量からなる既知ベクトルである。 T は転置することを意味し、 δ_{n1} はクロネッカのデルタを表す。

(2) 物体形状の陰的表現とレベルセット方程式

レベルセット法では、レベルセット関数 $w(\mathbf{r})$ を用いて、設計媒質（誘電体あるいは導体）領域 Ω_{material} と背景媒質（空気）領域 Ω_{air} を次式で表現する。

$$\begin{cases} w(\mathbf{r}) > 0 & \text{for } \mathbf{r} \in \Omega_{\text{air}} \\ w(\mathbf{r}) < 0 & \text{for } \mathbf{r} \in \Omega_{\text{material}} \end{cases} \quad (3)$$

設計領域内でレベルセット関数の値が離散的にわかっている場合、補間して $w(\mathbf{r}) = 0$ を解いてその境界を知ることができるので、媒質形状は陰的に表現されている。

レベルセット法では、仮想的な時間 τ を導入し、次式のレベルセット方程式にしたがって、最適化問題における目的関数を最小化するようにレベルセット関数を時間的に変化させることで、設計媒質形状の最適化を行う。

$$\frac{\partial w(\mathbf{r})}{\partial \tau} + V_N(\mathbf{r})|\nabla w(\mathbf{r})| = 0 \quad (4)$$

ここに $V_N(\mathbf{r})$ はレベルセット関数 $w(\mathbf{r})$ の等値線に垂直な「速度」で、媒質形状の時間的な変形の大きさを表すものであり、具体的には目的関数の感度から与えられる.

(3) レベルセット方程式の解

レベルセット関数としては、通常、距離関数を用いられる。距離関数とは、任意の点に対し、設計媒質の外形形状からの距離を対応させるものである。ただし、式(3)にしたがって、設計媒質内部では負の値とするので、符号付き距離関数と呼ばれる。このとき $|\nabla w(\mathbf{r})| = 1$ となるため、ここでは式(4)を用いて、微小時間 $\Delta\tau$ 後のレベルセット関数の値を次式のようにオイラー法で求める。

$$\{w^{(\tau+\Delta\tau)}\} = \{w^{(\tau)}\} - \{V_N^{(\tau)}\}\Delta\tau \quad (5)$$

ここに肩添字は時間を表し, $\{\cdot\}$ は有限要素法における要素の頂点での値からなるベクトルを表す.

(4) 感度の評価

式(5)により, 速度 $V_N(\mathbf{r})$ はレベルセット関数 $w(\mathbf{r})$ の微小変化量 δw と次式で関係づけられる.

$$\{\delta w\} = -\{V_N^{(\tau)}\}\Delta\tau \quad (6)$$

最適化問題において最小化する目的関数 C が, S パラメータ S_{n1} の絶対値の関数として陽に表されるとき, 感度は次式から求められる [7].

$$\delta C = \sum_{n=1}^N \frac{\partial C}{\partial |S_{n1}|} \operatorname{Re} \left(\frac{S_{n1}^*}{|S_{n1}|} \{\Phi_n\}^T [W] \right) \{\delta w\} \quad (7)$$

上式において, δC が常に負になって, 時間 τ とともに目的関数 C が単調に減少するように $\{\delta w\}$ が決定され, レベルセット関数 $w(r)$ が更新されることによって導体形状も変形され, 最適化が進められる.

3 導波管 H 面 T 分岐回路の広帯域最適設計

図2に示すような導波管 H 面 T 分岐回路を考える. ここに導波管の幅は $a = 22.9 \text{ mm}$ とし, $8 \text{ GHz} \sim 12 \text{ GHz}$ において, どのポートから入射しても他の2ポートに等分配されるような導体形状を設計する [8]. 導体形状の設計領域は図2のように設定し, 最適設計のための初期構造は導波管を下側に $d = 5 \text{ mm}$ 拡張した領域に設定して, 左右対称性を保持して導体形状を変形させる. このときの目的関数 C を次式とする.

$$\text{Minimize } C = \sum_{m=1}^9 \left[(|S_{21}^{(m)}| - |S_{31}^{(m)}|)^2 \right] \quad (8)$$

ここに $S_{21}^{(m)}$, $S_{31}^{(m)}$ は m 番目の周波数における透過係数であり, 評価する周波数は 8 GHz から 0.5 GHz 間隔で 12 GHz までの9点とする.

ここでは設計領域の左半分(縦 $a + d$, 横 $a/2$)を縦, 横方向とも M 個の格子に刻み, 格子点でのレベルセット関数 $w(r)$ の値を使って, $w(r) = 0$ の等値線, すなわち導体形状を決定する. さらにスプライン補間をして導体形状を滑らかにするが, 導体形状を表す点の間隔が概ね横方向の格子点間隔になるように, 補間するときのパラメータを調整している.

格子数を $M = 40, 80, 100$ としたとき, 最適設計後の導体形状及び S パラメータを図3に示す. $M = 80$ で, 周波数帯域全体で概ね $|S_{21}| = |S_{31}|$ である結果が得られていることがわかる. なお, この問題では, S マトリクスの対称性とユニタリ性により, 各ポートでの反射電力の下限は入射電力の $1/9$ であることが知られている.

4 むすび

レベルセット法を用いて導波管 H 面 T 分岐回路の導体形状の最適設計を行い, 帯域全体で良好な特性をもつ構造を示した. なお, 数値計算では有限要素法汎用ソフトウェア COMSOL MULTIPHYSICS を利用してプログラムした.

参考文献

- [1] S. Osher and R. Fedkiw, Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces, Springer, New York, 2003.
- [2] 山崎, 西脇, 泉井, 吉村, 日本機械学会論文集 C 編, vol.73, pp.72-79, Jan. 2007.
- [3] C.Y. Kao, S. Osher, and E. Yablonovitch, Appl. Phys. B, vol.81, pp.235-244, July 2005.
- [4] A. Litman and K. Belkebir, J. Opt. Soc. Am. A, vol.23, pp.2737-2746, Nov. 2006.

- [5] K. Hirayama, Y. Tsuji, S. Yamasaki, and S. Nishiwaki, IEICE Trans. Electron., vol.E94-C, pp.874-881, May 2011.
- [6] S. Yamasaki, T. Nomura, A. Kawamoto, K. Sato, and S. Nishiwaki, Int. J. Numer. Math. Eng., accepted for publication.
- [7] 仲, 佐藤, 平山, 辻, 山崎, 西脇, 電気学会研資, EMT-11-97.
- [8] 辻, 新川, 繁沢, 信学論 (C-I), vol.J80-C-I, ppl.168-176, April 1997.

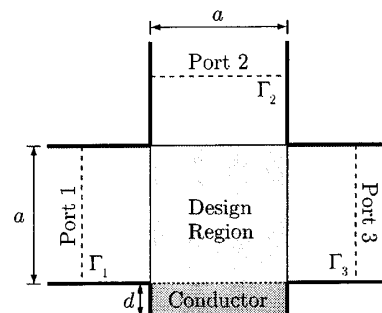


図2 導波管 H 面 T 分岐回路の初期構造

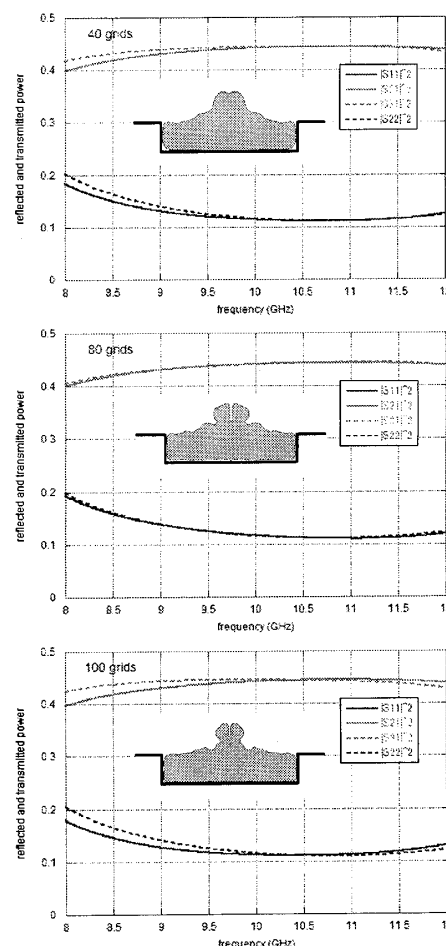


図3 最適化構造に対する入出力特性