

# V 復疑忘答, 評

(3) 討論の集録について、の(c) 講演者→討論者  
 ( 討論の集録について  
 (講演者(南出 成康)に対する討論の再現) )

・質問者(古川) 『最適制御  $u_0$  は可測函数  
 になりますか?』

・講演者(南出)の応答 『最初から可測函数の全  
 体からなるバナッハ空間  $X$  (例えば  $X=L_p$ ) を考  
 えているわけですから、最適制御  $u_0 \in X$  は、その空間の  
 元として当然可測となります。』

・質問者(古川) 『非線型系の場合には、どうなり  
 ますか?』

・講演者の回答 『ここでは線型系の場合しか考察  
 していません。非線型系への拡張も考えておりま  
 す。それは別の機会に又発表したいと思っております。』

(3) 言説論の集録について (b) 言説論者→講演者

講演者(石川)に対する言説論

・質問者(岡田) 『このような内容の論文は初めて伺ったものですか、大変面白そうなことをやられておられるように思います。どのような問題を考察されておられるのか、その問題だけでも理解させて預きたいと思います。もう少し解りやすく説明に預けませんでしょうか?』

## 北川先生御討論への講演者の御返事

[I] 偏微分方程式に変換することのメリットは次のようであると考えます。

カ一には、むだ時間系はその有限の過去までの時間関数を現在の状態として有することを明確にできることであり、

カ二には、入力関数  $u$  と状態  $x$  との陰な関係を表わす偏微分方程式が、半群を用いて解くことができるために、入力  $u$  と状態  $x$  との間の陽な関係が求められるという事。このことはもとのむだ時間系のままて入力  $u(t)$  と状態  $x(t, \cdot)$  との間の関係を求めようとすると、シミュレシカルにしか求められないということと比べますと確かにメリットであると考えられます。

カ三には、このように偏微分方程式に変換することによって最適解の存在と一意性、なほひにその表現を容易に示すことができることであります。これは偏微分方程式を差分近似して準最適解を求めたとき、この準最適解が最適解に収束することを議論するうえで非常に重要な意味を持ちます。このことについては筆者等の文献[4]を御参照下さい。

[II] 入力  $u$  を可微分関数だけに限ったことによって生ずる不都合なことは、レギュレータ問題を考察する場合にはみられません。一般には超関数の意味での微分を考えることによ

って可微分性の仮定は取り除かれると考えます。

### 先生御討論に因る講演者の御返事

また時点を偏微分方程式系に変換しようと、境界条件を通して制御入力が増えらるることになりますので、最適解を求めるときには境界条件の扱いが問題になります。しかしながら最適条件は積分方程式でありますから、これを解くことは解析的にはもちろん不可能でありますし、数値的にも解くことは困難であると考えます。それ故、偏微分方程式を差分近似により常微分方程式に変換して準最適解を求めることで満足することにしようと、境界条件の扱いはまったく容易になります。なおこの準最適解が最適解に収束することは筆者等の文献[4]を御参照下さい。

## 討論の集録

### (I) 質問例

i). 松尾氏の講演された論文に対して :

" 系同定問題を考えておられる以上 , 系の構造はわかっている筈ですが , ここに示されたように , 正味に  $\mathcal{F}$  入り入力を制限することが可能なのでしょうか."

辻 節三  $\mathcal{F}$  入り

ii). 野村氏の講演された論文に対して :

" 論文中の (35), (36) 式をつくるに当り , 境界条件 (6-2) 式はどのように考慮されているのでしょうか."

辻 節三  $\mathcal{F}$  入り

iii). 茅氏の講演された論文に対して :

a) " 対象としている系の次元が 10 程度以下であれば , まづ高次系モデル同定を行ない , 実係系に合わせて決定次元数を少なくしていくという逆の立場もあるのではないのでしょうか."

辻 節三  $\mathcal{F}$  入り

b) " 決定次元数の妥当性の判定基準に用いてある  $M$  の具体的数値はどのようにして定めるものなのでしょうか."

また、仮決定した次元数が不適当な場合、この判定方法でそれが顕著に見い出せるものでしょうか。”

熊丸耕介 より

IV) 深道氏の講演された論文に対して：

- a) “この論文では、時変系に対する収束速度に、時変系自身の収束速度の影響が入っていないように思われますがそれでいいのでしょうか”

辻 節三 より

- b) “確率近似法を具体的に应用してみると、余り収束が早くなくて非常に苦勞した経験がありますが、確率近似法を使える分野にはおのずと判約があるのではないのでしょうか。”

熊丸耕介 より

V) 浅居氏の論文に対して：

“極値が他の離れたセクシオンに移った場合よりも、割合に近い所に移った場合の方が、追従の悪さが後まで残っているように例題ではみうけられますが、これについて著者の見解は如何”

辻 節三 より

vi). 加納氏の講演された論文に対して :

"§3-1 における制御行列  $C$  の決定規範は何か"

辻 節三 より

vii). 田中氏の講演された論文に対して :

"学習というのは、知識や判断力を授ける Teacher なるものがあり、これを受け取った Student は、自然と自分自身の中に知識、判断力を養っていき、これに基づいて事象に対して自分の判定を下し、その結果を Teacher の判定と比較検討していくことにより更に自分の知識、判断力を養っていく姿であると私は考えるが、氏の論文では、Student 自身による判定が考慮されず、これは学習というよりはむしろ教育というべきものではないでしょうか。"

熊丸耕介 より。

## (II) 質問に対する回答

"非線形系状態推定法による系同定" 辻 熊丸 :  
に対して。

i) "本文(2-2.3)式における  $\mu(\hat{x}_{k/k})$  の意味する所は何か" 茅氏 予りの質問

回答 :

$\mu(\hat{x}_{k/k})$  は種々の見方が考えられる。たとえば、非線形関数  $f(x)$  の推定値  $\hat{f}(x)$  を  $f(\hat{x})$  として求めんがための修正項とみる場合、おなわら

$$\hat{f}(x) \simeq f(\hat{x}) + \mu(\hat{x}).$$

また、ここに示す逐次近似法フィルタは、その推定規範として不偏推定値を採用しているが、一般予測値  $\hat{x}_{k+1/k}$  が不偏推定値となるように、 $\mu(\hat{x}_{k/k})$  で補正したとみることもし得る。いずれにしても、この  $\mu(\hat{x}_{k/k})$  なる項は、非線形系状態推定においてここに示した推定法が従来の近似線形化法に比べて、より広い適用性と良好な推定結果をもたらす得た重要な項である。

ii) "例題(4)における、評価関数が未知であるという問題の設定は、どのような物理的背景から生じるものか"

茅氏 予りの質問。

回答：

制御合成に際しては、当初より状態値や操作量の既知関数（たとえば多次形式など）が設計規範として与えられ、それを基にして操作量を決定していくことが普通に行われている。ここで考える未知損失（評価）関数とは、制御の規範ではあるが、操作量の事前合成に用いられる上述の意味の既知関数評価関数ではなく、特定の操作量と状態値が実現しなければ、それに対する損失と効率の具体的数値が把握できない、すなわち制御の過程において学習探索されながらのずと明らかとなり信頼比重が次第に増加していくかごとき、最初は未知の制御規範として用いられる損失関数である。これが静的な場合に対しては、最適化制御における山登り法のように、利得を大にする方向を探索（つまり最大傾斜の途を辿って頂点へできるだけ近く接近させる試行錯誤的方法）が広く用いられている。本論文で考えたのは、状態遷移に動特性を伴っており、いわば動的な山登り問題と考えることができる。このような問題を考えるに当たっては、実現状態値、操作量に対して逐次的に出現した特定の損失値を、単に局所的な勾配探索のみに用いるのではなく、大域的な未知<sup>損失</sup>関数の学習探索にも用い（つまり、極値探索を行えば、動的最適化問題をより一般的な学習問題と

して処理できるものと思われろ。

(Ⅲ) アドバイス

i) "非線形状態推定法による系同定 : 辻, 熊丸" に関して

a). 未知関数を既知の独立関数系で有限項展開近似して, その展開係数を推定することにより未知関数学習を行なう場合, 展開項数の決定規範が重要となる。これに関して参考文献を紹介し置く

北川敏男氏より

b). 極値探索において, 対象を未知関数とみなしてこれを学習していく方法は, 局所的探索には有効であるが, 大域的探索に対しては多大の危険性を伴うので, 初めは, 基本的立場より出発したがより得策であると思われろ。

北川敏男氏より

## 論文クについての質問

- (1) 熊丸(九大工学部)さんより 私が述べたような学習のアルゴリズムでは 先生が一方的で学習と言うよりは教育と呼ばれるものではないかとの質問を受けた。これについては加納先生の講義にありましたように強化(心理学において)を導入することが今後の課題と思われる。
- (2) 工藤(九大理学部)先生からアルゴリズムによって推定されたものによる Bayes risk は実際の Bayes risk に収束するかと言う質問があったが、これについてはとけなかった。
- (3) 北川(九大理学部)先生より Self-learning の criterion についての質問がありましたが、ここでは情報の少ないとき一つの criterion について述べました。

## あいまいオートマトンによる学習制御

成居喜代治      北嶋靖三(講演者)

### 辻節三氏の質問

目的関数の値にノイズが含まれる場合はどうか。

### 講演者の答

シミュレーション実験は標準偏差0.1, 平均値0のノイズがあるものとして行なった。最適点に到達したのちの変動はこのノイズによるものである。他の試行法たとえばファクトリアル法などではノイズにより試行回数が多くなるが, この方法ではノイズによる影響が少ない。

### 中村嘉平氏の質問

試行が失敗したとき, メンバシップ関数を減少させるための係数 $\alpha$ は定数か。

### 講演者の答

試行が成功のときは状態の遷移のメンバシップ関数 $f(n)$ を $f(n+1) = \alpha f(n) + (1-\alpha)$ で増加し, 失敗のときは $f(n)$ はそのままにしておき出力選択のメンバシップ関数 $g(n)$ を $g(n+1) = \alpha g(n)$ で減少させる。このときに用いた $\alpha$ としては $\alpha = 1 - |(I-I)/I|$ により計算される値を用いている。また, ある状態における出力をすべて選択しても失敗であれば, 前述のように $g(n)$

を減少させかつこの状態には最適出力が存在し得ないとして、他の状態からこの状態への遷移のメンバーシップ関数を減少させる。このときの  $f(n)$  の値は  $f(n+1) = \alpha' f(n)$  により決定される。ここでは係数  $\alpha'$  は一定としているが、前述のように現在までに得られた情報から  $\alpha'$  を決定できるように検討中である。

## 論文 9 (加納) について

質問 1. (質問者 辻) 制御過程の係数  $c_{ij}$  のとり方と収斂との関係はどうか。

答 (北川) この問題は初め品質管理の問題として起ったものである。ここでは、分布関数及び特性関数を用いて  $c_{ij}$  による収斂と揺動の問題を論じている。過大の値といつまでも用いるのは分散が大きくなって結果がよくない。一般にはやく収斂させようとするとき分散が大きくなり、両者は適当なところで均衡させねばならない。これらの点の詳しいことは、参考文献(4)に詳しく論じてあるので参照されたい。

質問 2. (質問者 浅居) パターン認識の場合には、目標関数は何う考えられますか。

答 (加納) 只今 工藤さんの言われたように、パターン認識の場合には、判別関数も逐次構成してゆくのであるから、理想的な判別関数が目標関数となる。

質問 3. (質問者 浅居) 確率学習のそのの元としては具体的には何のようにとればよいか。

答 (北川) これはゲーム理論の場合の混合方略にあたる。これと同じに考えればよい。

論文 10 (古川) について

質問 1、(質問者 加納) 時間  $T$  が無限の場合の評価関数の最小値と、時間  $T$  に最適停止を考えたときの最小値とはどのような関係にあるか。

答 (古川) その場合は同じと云える。両者の間にはつぎの様な関係はないと思う。

## 論文(4)についての質疑応答

北川先生の質問

1° よく知られた問題としては、どんな分野の問題がこの一般理論の中に入るのか。

(答) 例えば, dynamic programming problem, Waldの sequential analysis, Chow-Robbins や Shiryaev 等の optimal stopping problem 等がこれに含まれる。

2° もっと adaptive な要素をくみ入れてはどうか。

(答) この論文では system の運動法則が完全に分っていて、かつ complete observation の場合に限定しているが、これは見かけ上 そうなっているだけであって本質的にはそうでない場合も含まれる。すなわち、system の運動法則が部分的にしか分らない、または全く分らない場合、および incomplete observation の場合、またその両方が同時に起った場合等、何らかの意味で unknown factor の有るときは、Bayes 的な適応制御の下での optimization は、しばしばこの論文の型の optimization に帰着させ得る。

3° 連続時間の system で、これと平行した議論が出来るか。

(答) 連続時間の system では、policy を時間に関して piecewise constant なものに限定すると扱いやすいが、policy の admissible class をそれ以上に広げると observation と action とのかね合いで定式化が非常に複雑で、まだ殆んど出来ていない。

## 松尾氏の論文について

久大 北川 敏男

松尾氏の論文において,

$$\begin{aligned}(f|_A g)(t) &= f(t), & t < a \\ &= g(t), & t \geq a\end{aligned}$$

という, いわば継ぎはぎの関数変換が導入され利用されている。 $u = u|_t 0 + 0|_t u$  もこれに類するものがある。

この考えは, 形式的には, いろいろな方向へ拡張できる。

例えば,  $\{f_i(t)\} (i=1, 2, \dots, n)$ ,  $-\infty < t < \infty$  に対して  
分割  $(-\infty, \infty) = \sum_{i=1}^n I_i$ ,  $I_i \cap I_j = \phi (i, j) \neq i$  とし  
とき

$$\begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \dots & f_n \\ I_1 & I_2 & \dots & I_n \end{pmatrix}(t) = f_i(t), \text{ for } t \in I_i$$

( $i=1, 2, \dots, n$ )

によって, 継ぎはぎの関数を定義することもできる。

そんなものが何の役に立つかということとは, 当然疑問であるが, Spline 関数の利用ということも, 微分方程式の数値解法でみるように, 応用があるのは, 制御問題でも注目してよいことであろう。

わたくし自身は, Operational Calculus の問題にとりかかっていたころ, 一種の継ぎはぎ関数の利用を試みた経験がある。Operational Calculus で基本となる

演算は  $Mf(t) = tf(t)$  と  $Df(t) = \frac{df(t)}{dt}$  とである。後者は、移動  $T^\alpha f(t) = f(t+\alpha)$  ( $-\infty < \alpha < \infty$ ) と密接な関係があり、従って filter 論に関連してくる。そこで登場してくる関数は、解析的になべく一般であり、かつ  $|t| \rightarrow \infty$  の状況に制約がないことが望ましい。そういう観点から 組むべき関数が決まってきたわけである。  $n=3$ ,  $f_1(t) = f_2(t) \equiv 0$ ,  $f_3(t) \equiv f(t)$  という場合が役に立つわけがある。

この意味で、松尾氏の論文の手法は同じなものであろうが、 $C^\infty$  制限するのと可逆については、あえてしなは、数子的方法のすゑに、不当に局面を制限しているのではないかと危ぶむものがある。

[1] Kitagawa, T.: The Characterizations of the Fundamental Linear Operations by Means of the Operational Equations, Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ., Ser. A, 1, No. 1 (1940), 1-28.

# 辻節三氏熊丸耕介氏の論文について

九大理 北川 敏男

1. この論文のなかには、次のような統計学的問題がふくまれている。母数  $\theta$  の推定量  $\hat{\theta}$  があるとする。このとき、既知関数型  $f(\cdot)$  について、 $f(\theta)$  の推定値を求めよという問題である。大標本論的というと、 $f(\hat{\theta})$  として  $\hat{\theta}$  が与えられるように想像される。もちろんこの意味には、いろいろの附帯条件が関数型  $f$  についても、 $\hat{\theta}$  についても要請されることになる。ところで、精密標本論として問題とみるようになるか。これについては、十年近く以前に、私どもの研究室で論じてきたことがある。そのうち、Univ. of California, Berkeley の統計学教室でも Neyman 達の研究がある。

それらの研究は、minimum variance, unbiased estimator に関するものであり、当面の辻・熊丸論文にすい役に立つとはいえないように思われるが、しかし、これらの論文にみられる統計学者的用ひは一般には価するよう思われる。

[1] Washio, Y., Morimoto, H. and Ikeda, N.: Unbiased estimation based on sufficient statistics, Bull. Math. Sta-

となる。さてある特定の選点系  $\tau = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  に関連して、正規多項式系  $\{\varphi_u(t; \tau)\}$  ( $u=1, 2, \dots, n$ ) を導入する。2.12

$$\sum_{i=1}^n \varphi_u(t_i; \tau) \varphi_v(t_i; \tau) = \delta_{u,v} = \begin{cases} 1 & (u=v) \\ 0 & (u \neq v) \end{cases}$$

すると

$$\hat{c}_u = \sum_{i=1}^n \bar{y}_i \cdot \varphi_u(t_i; \tau)$$

とあるとき

$$\hat{g}_k(t) \equiv \sum_{u=1}^k \hat{c}_u \varphi_u(t; \tau) \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

はたしかに、 $g(t)$  の推定に用いられるわけであるが、  
という見方がつく。

2.12  $\hat{g}_k(t)$  の suffix  $k$  がどうとらえら  
るか問題がある。なぜそういうことを申すのかとい  
うと  $k$  が大きい程 ようよい推定になるだろう  
と見立つけられぬものもかかるが、事情はそう簡単  
ではない。  $\hat{c}_u$  は推定量であつて、不変な母数とい  
はない。一般に  $\hat{c}_u$  は  $\{y_i\}$  からの変動が  
おりたためである確率である。この様な  
事情のもといは、粗く粗い言い方をすれば、 $k$  が

tistics, 6 (1956), 69-93.

[2] Kitagawa, T.: The operational calculus and the estimation of functions of parameter admitting sufficient statistics, Bull. Math. Statistics, 6 (1956), 95-108.

2. 2の論文において、未知関数の推定問題がとりあつかわれているところで、次のような統計学的問題に直面しているのではないかと思う。それは趣旨を簡単に言いあらわすために、次のような形式で表現しよう。 $\varphi(t)$ ,  $0 \leq t \leq 1$  は未知関数である。2つの関数も推定すために、選定系  $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n \leq 1$  をとり、各  $t_i$  で  $m$  回づつ、測定してしよう。各測定には、互に偶然誤差  $\varepsilon$  が伴うものとしてよう。第  $i$  番関数  $\varphi_i$  における第  $j$  回目の観測値を  $y_{ij}$  としよう。すなわち  $i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m$

$$y_{ij} = \varphi(t_i) + \varepsilon_{ij}$$

となつていよう。

2のとき,  $i=1, 2, \dots, m$  に対して

$$\bar{y}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_{ij} = \varphi(t_i) + \bar{\varepsilon}_i.$$

大さ(たは)推定量と真値との差すなわち偏り (bias) は次第に小さくなる一方、好しがさる 2とも生じる。すなわち他方、2の伴つて分散が次第に大きくなる。そこで偏りを小さくして分散には眼をうつおはさうするが、あるいは偏りが小さくなるのは、分散も小さくなる(なるべし)と思ふは、あまり根據のない想定である。

2の目にはこゝには参考論をあげるのみといふであらう。

[3] Kitagawa, T.: Estimation after preliminary tests of significance, Univ. of California Publications in Statistics, Vol. 3, No. 4 (1963), 147-186.

[4] 北川 敏男: 実験計画法講義, I, 基礎編(1), 培風館(1955), 特に第3章確率化と標本分布, 3.2.8. 直交比較とその分布, 95-104. 就中 101-104における解説参照.

## 茅陽氏の論文について

九大理 北川 敏男

1. 制御理論において模型の問題いさわるとき、普遍的な妥当性よりも、当面の制御目標に関連しての適格性が問わねどという場面によく遭遇する。ふつう両者はさほど鋭く対立的にはとらねないことが多い。普遍的な妥当性さえ確信できているなら、それ以外の特殊な場合にも当然適格なモデルいなるうという想定があめうである。しかし費用、時間、資力、資源等々が有限であり、取ねうシステムが多変量いめと、普遍的な妥当性は、実は觀念上のことではないという事態いなる。茅氏の論文はそうした場面を取扱ひ、こうして現実の制約めといふこの制御問題への接近とい、評価めいめものと思う。

2. 茅氏の論文の数学的な面に関連して一言申し海えたいことは、Richard Bellmanを中心といて開発めいたこの所謂 differential approximationの方法が、2い想起めいめということである。

[1] R. Bellman, H. Kagiwada and R. Kalaba: Quasilinearization, system

identification, and prediction, Memorandum RM-38/2-RR, August, 1963.

[2] R. Bellman, R. Kalaba and R. Sridhar: Adaptive control via quasi-linearization and differential approximation, RM-3928-PR, November, 1963.

[3] R. Bellman, H. Kagiwada and R. Kalaba: Identification of linear systems via numerical inversion of Laplace transforms, RM-4262-PR, August, 1964

2つは 1つは 最初の論文であり、その後成  
書にもまとめられ生べさるる書である。

## 古川氏の論文について

大塚 北川 敏男

離散時間確率的体系に対する最適化問題において、最適停止の問題を取扱うのにあたり、著者は無限和の評価関数を採用することが、現実の問題をよく反映していないことを、研究の発表臭いからかかっているように思われる。私のこの論文に対するコメントは、この発表臭いに関連しての発言である。

この種の問題において、最も大切なことは、決定というからには、決定の方式が具体的に与えられること、では方式のアルゴリズムが与えられるものであることである。次にいかなる知識をも事前前提していないか、また決定過程の進行とともに、どのような情報が加わってくるかという諸臭は、関心を拂うことである。この二臭いに関して言えば、古川氏の論文は、いまだ未解決のように思われる。現実の問題をよく反映しようという著者の趣意は、このような未解決の方面にも貫徹して欲しいと思われる。