

大成算經

卷之十三 求積

卷之十三 中集 求積

關孝和
建部賢明 編
建部賢弘

二〇一三年 小松彦三郎校

大成算經卷之十三 中集

求積

積者謂相乘之總數也形者本計縱橫高相通之總故依形變其理自有隱見矣是以其技皆辯形勢之所原以截盈補虛爲要亦平立各兩矩相具而能施通變之術俗謂之坪積也凡奇形異狀之屬雖無窮審其源則皆歸于方圓之二理然方輒求得故雖變其理自易曉圓速難得故變則有其理隱者是故分平立之二篇與方圓之次序每解其所起以相對之限釋形極而爲求積之法式也

平積

平積者平術之狀也其形直者正縱橫相乘卽得積

一

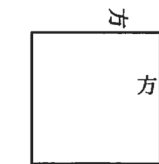
尖者二約而後得積是平積直尖之兩矩也諸形悉本于此而求其積也按古以平積爲量田地之法今解形變截補之要而悉便于術

理是以不必論田疇之段畝也

假如有平方方二尺五寸問積

答曰積六百二十五寸

術曰置自方二尺五寸自乘之得積也

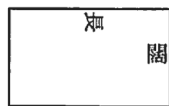


解曰是平形之首也其縱橫各等而不相對故形無大小之極也

假如有直長二尺四寸闊一尺三寸問積

答曰積三百一十二寸

術曰置長二尺四寸以闊一尺三寸相乘得積或長闊均



偏于上下左右或均承于圓規者其形雖異截補之理相同故皆以正長乘正闊得積也

解曰是方有長短也乃縱橫各正故相乘即得全積然其縱橫長短之形自然具而相對則等者爲限故以平方爲形極也

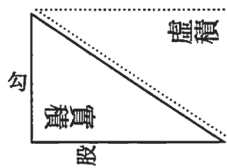
假如有勾股勾二尺八寸股三尺問積

答曰積四百二十寸



術曰置勾二尺以股三尺相乘折半之得積

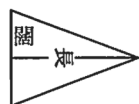
解曰是斜截之半直也勾股相乘得虛實共直積折去虛積一半則得實積故以二爲尖積約法其餘平形求積諸術所爲之變約率之異者皆起于此直尖兩矩也此形勾股相對等者爲限故以半方爲極也



二

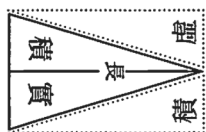
假如有圭長六尺一寸闊四尺四寸問積

答曰積一千三百四十二寸



術曰置長六尺一寸以闊四尺四寸相乘折半之得

積或稍偏于上下者亦同



解曰是勾股兩接之形故長闊相乘爲虛實共直積減去一半即實積也此形兩旁斜日面若長寬四段適合三段闊纂者兩面與闊各

等故其形三角也又長與半闊相對等爲限故以半方爲極形若長少於半闊者謂之半梭凡此形本于勾股故諸角及割圓裁弧之屬皆假此而求之也

積乃五斜者求三件積相并六斜者求四件積相并七斜者求五件積相并各得其積也八斜已此上倣

解曰是三斜兩段之形故求從界上下積相并得積也凡外斜其大小無定處唯隨形之長短號之每稜各有屈伸以合矩爲其限今言縱界故并甲冪與丙冪多於縱界冪者爲上屈少於者爲上伸又并乙冪與丁冪多於縱界冪者爲下屈少於者爲下伸若題中云橫界長則并甲冪與乙冪多於橫界冪者爲右屈少於者爲右伸又并丙冪與丁冪多於橫界冪者爲左屈少於者爲左伸也丙丁斜相對等者爲限故以左作半稜爲極乙丙斜相對等者爲限無形極之名甲乙斜相對等者爲限故以右作圭爲極縱界甲斜相對等者爲限故

四

以上作圭爲極也

右倒

假如有三角每面各二尺四寸問積

答曰積二百四十九寸四分一釐五毫

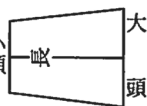
三絲一六強



艸曰別得中徑二尺。七分八釐四毫六絲。九七微強置中徑以面二尺四寸相乘折半之得積

解曰是形圭而其闊與面相均故以中徑乘面折半卽圭積也蓋此古法捷徑之技而非眞之角術是以雖不會諸角通用之理就簡而爲求積一偏之用此形本三面無長短故相對之極亦無之

假如有梯大頭五丈一尺小頭三丈三尺長六丈



五尺問積

答曰積二千七百三十尺

術曰置大頭一五尺加入小頭三三尺共得八尺以長六丈相乘折半之得積者或小頭同其餘簫牆皆等之形此

解曰是圭從稍截去之形乃并大

小頭擬正縱以長擬正橫相乘爲

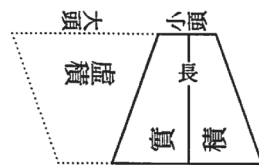
虛實共偏形之直積半之減去虛

積則得實積也此形大小頭相對

均者爲限故以直爲形極又小頭

盡者有尖故以圭爲極長者不論長短故無形

之極限也若大頭狹小頭廣者倒梯謂之簫半



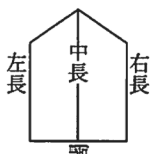
五

梯者謂之牆也

假如有箭翎左右長各九尺二寸中長一

丈二尺闊七尺問積

答曰積七十四尺二寸



術曰置左右長二九尺加入中長二一丈共得二丈二尺二寸

以闊七尺相乘折半之得積闊箭不均者若左右長及

并得積也

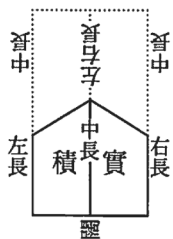
解曰是二牆頭從大相接之形

并左右長與中長擬縱以闊

擬橫相乘爲虛筭實翎之全

直積折去一半卽實積也此形中長與左右長

相對均者爲限故以直爲極形又左右長盡者



爲限以圭爲極闊無長短之界故極限無之若
中狹左右廣者二牆頭自小相接之形謂之箭筈
亦曰箭筈也

假如有鼓上下廣各一尺二寸中廣一尺

九寸通長四尺六寸問積

答曰積七百一十三寸

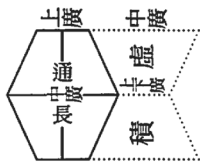


術曰置上下廣二尺加入中廣一尺共得三寸以
通長四尺相乘折半之得積腰鼓亦同若上下長不同者求二梯積相并得積也

解曰是二梯頭從大相接之形乃上下廣與中廣
相并擬正橫以通長通者謂上下相通擬正縱
相乘爲中偏虛腰鼓實各均者也後倣之直積折去一半得實

六

積也此形中廣與上下廣相對
等者爲限故以直爲極形上下
廣盡者爲限則以梭爲極長不
論長短故無形之極限也若中



狹上下廣者二梯頭從小相接之形謂之腰鼓也

假如有三廣上廣三尺五寸中廣二尺四

寸下廣四尺二寸通長六尺四寸問積

答曰積二千寸



術曰置中廣二尺倍之加入上下廣共得一丈二
以通長六尺相乘以四約之得積或中廣多者亦同或中廣偏于

解曰是二梯頭從小相接之形倍中廣添上下廣

擬縱以長擬橫相乘得三偏中上
下之虛實四段直積四約之爲

實積也此形上下廣相對均者

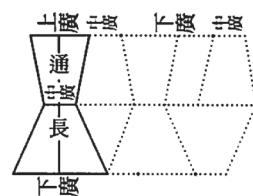
爲限故以腰鼓爲極形中廣不

論長短故以無稜而成梯者爲

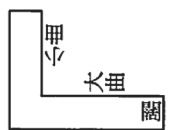
長短之界乃倍中廣少於上下

也在外以中廣盡者爲限則以二圭稍連者爲極

又長無長短之論故形之極限無之



闊假如有曲尺內大曲二尺五寸小曲一尺
闊各八寸問積



答曰積三百四十四寸

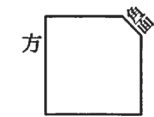
術曰置內大曲二尺加入小曲一尺與闊八寸共得尺四

寸八以闊相乘得積幞頭者求二牆積相并得積也

解曰是二直相接之形故并大曲與闊擬下長
以小曲擬上長相并乘闊卽上下直積也此形
大小曲相對等者爲限故以方稜缺方者爲極
形又小曲盡者爲限則以直爲極闊不論多少
故無極限之形也若兩闊不均者二牆相接之
形謂之幞頭也

假如有抹角方五尺角面六寸問積

答曰積二千四百八十二寸



術曰置方尺五自乘得全方積百二十五寄位

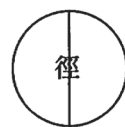
置角面六寸自乘折半之得缺積八寸以減寄位餘

得積二角三角四角者依勾股法求缺積減之或缺

也得積

解曰是方右角截小半方之形乃角面與方斜相對等者爲限故以半方爲極形角面盡者有稜故以全方爲極或雖缺面不均或缺每方者其所號同之

假如有圓徑七尺問積



答曰積三千八百四十八寸三分一寸之

術曰置徑

尺七

自乘以周率

三百五

相乘得

十三萬

七

百

九

千

五

以四箇徑率

四約之得積

圓術得積也

覆月者依半

術得積也

除之不滿法者各以

解曰是角所極而自中心累圭者成此形故周

八

擬圭闊半徑擬圭長求之故以周率

乘圓徑爲因徑率圭闊

乃二箇

則爲因徑率

四段圭積以

四箇徑率除之即得全圓積也此形

徑乃二箇

圭長

則爲因徑率

四段圭積以

四箇徑率除之即得全圓積也此形

無相對故極限亦無之

乃求積者恃

以事理之速

爲要不必擇究術之精粗與數之疎密故圓術

皆以常率求之其餘變形之屬或直乘周積法

或收去不盡也是以

答數各有微差矣



假如有環外周一丈五尺內周六尺三寸

問積

答曰積一千四百七十四寸六分五釐

術曰外周一丈五尺自乘得五萬二千

寄位內周六尺

自乘得三百九十九寸以減寄位餘百三十八寸五分

術曰外周

一丈五尺

自乘得

五萬二千

寄位

內周六尺

自乘得

三百九十九

寸以減

寄位餘

百三十八

寸五分

以

術

曰

外周

一丈五尺

自乘得

三寸自乘得

六千九百

九十九寸

以減

寄位餘

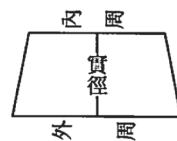
百三十八

寸五分

以

徑率相乘以四箇周率除之得積 又置外周內
減內周餘八尺七寸寄位內外周相并共得二丈一尺三寸
以寄位相乘得一百三十八千五以徑率相乘以四箇
周率除之亦得積

解曰是內外各圓故前術者外圓積內減虛圓
積餘爲實積後術者伸形而爲梯求之乃內外
周相減乘徑率爲因周率二箇實徑
梯長 又外周擬大頭內周擬小頭
相并以二箇梯長相乘爲因徑率四
段梯積故以四箇周率除之也此形
內外圓相等同徑爲限故以全圓爲極形若內
徑盡者爲限者亦以全圓爲極也



九



積 假如有火塘方面三尺圓徑一尺七寸問

答曰積六百七十三寸四百五十二分

術曰置方面三尺自乘得方積九百寄位 置圓徑

七寸自乘得二百八十九以周率相乘以四箇徑率除

之得數以減寄位餘得積錢者先求圓積內減方積餘得積也

解曰一名火爐是內圓外方故方積內減圓積
餘卽實積也此形圓徑方面相對等者爲形極
又圓徑盡者爲限則以全方爲極也若內方外
圓者謂之錢也



假如有帶直圓長徑一尺短徑七寸問積

答曰積五十九寸四百五十二分

術曰置長徑一尺內減短徑一尺餘三寸以短徑相乘得
 二十寄位 短徑自乘得九寸以周率相乘以四
 箇徑率除之爲圓積加入寄位得積

解曰是圓正中夾直之形以長短徑差乘短徑
 爲中直積并兩端之半圓積得全積也此形長
 短徑相對等者爲限故以全圓爲極形也

假如有側圓長徑三尺短徑一尺三寸問



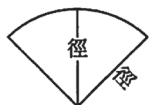
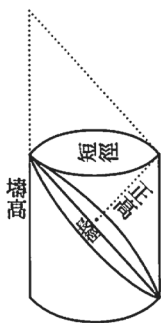
積

答曰積三百〇六寸二百二十六分

術曰置長徑三尺以短徑一尺三寸相乘得三十九寸以周
 率相乘以四箇徑率除之不滿法者各半之得積
 解曰是全圓欹側而所成圓壙從上至斜截之

十

則其面卽此形也壙徑
 爲短徑斜高爲長徑壙
 徑與壙高相乘以斜高
 除之得側圓壙之正高
 以之除圓壙全積即側圓壙積則截面平積是卽側
 圓積也此形長短徑相對等者爲限故以全圓
 爲形極也



積

答曰積九十九寸

術曰置灣

一尺八寸以徑一尺相乘折半之得積

若與中

旁徑不均者先求弧積
 而後并圭積得積也

解曰是圓自中心至兩旁截之形也中徑與旁
徑各等故灣擬圭闊中徑擬圭長相乘折半得
積也此形灣與半圓周相對等者爲限故以半
圓爲極也



假如有車輞外灣二尺內灣一尺二寸闊
各八寸問積

答曰積一百二十八寸

術曰內外灣相并共得三寸以闊八相乘折半之
得積若左右與中闊不均者先求大

解曰是扇承規而截扇之形故左右中三闊各
等是故伸而成梯求之上灣擬大頭下灣擬小
頭闊擬梯長得積也此形外灣與半周相對均

十一

者爲限乃闊乘圓周法與內
外灣差等者是也故以半環爲形極
又內灣盡者爲限則以扇爲極也

假如有弧矢二寸弦八寸問積

答曰積一十一寸一分八釐二毫三絲



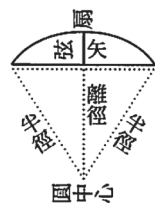
八
強微

艸曰別得圓徑一尺背九寸二置背以圓徑相乘
得九分七釐二毫九絲五二強置圓徑內減倍矢
釐九毫五絲二強寄位置圓徑內減倍矢寸四
餘爲離徑寸六以弦八相乘得寸四十以減寄位餘以
四約之得積

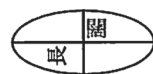
解曰是圓從邊截之形也自中

心至兩端假二條之長則其形

成扇半徑爲扇長故背徑相乘



爲四段扇積又弦擬圭闊離徑擬二箇圭長相
乘爲四段虛圭積以之減四段扇積餘四約之
得弧積也此形矢與半弦相對均者爲限以覆
月即半圓也爲形極也



假如有欖闊二寸長六寸問積

答曰積八寸一分七釐五毫。五五強微

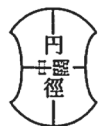
艸曰別得圓徑一尺背六寸四置背內減長六寸餘
以圓徑相乘得釐四寸一分一釐五毫加入長闊相乘二寸十
共得數折半之得積若闊上下不均者求大

解曰兩弧相接之形故半闊爲矢長爲弦求一
片弧積倍之得積也此形長闊相對等者爲限

十二

故以全圓爲極形也

假如有錠圓徑一尺中闊二寸問積



答曰積三十三寸八分一釐。三絲

艸曰別得虛弦八寸虛背九寸置半圓周
以圓徑一尺加入虛弦共得內減倍虛背餘五分
以中闊二寸相乘得六寸十分加入寄位共得數折半之
得積若中闊與上下闊不均者求大小虛弧

解曰是圓兩旁缺二欖之形故全圓積內減二
虛欖積即得積也此形圓徑與中闊相對均者
爲限故以全圓爲形極又中闊盡者爲限則以
虛欖兩背與圓中心相合爲極也



假如有眉上灣九寸下灣五寸中廣一寸

問積

答曰積

若

艸曰別得實圓徑虛置上灣內減虛弦餘以實圓

徑相乘加入倍廣與虛弦相乘數共得數寄位

置下灣內減虛弦餘以虛圓徑相乘以減寄位餘

以四約之得積

解曰是弧內缺弧之形故求實弧積內減虛弧積餘卽眉積也此形虛弦與下灣相對等者爲限故以全弧爲形極又虛矢中廣和與實圓半徑相對等者爲限故上灣與實圓半周均者爲極也

十三

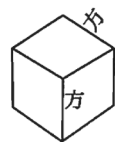
立積

立積者立起之狀也上下同形者曰壙上小下大者曰臺上銳者曰錐有刃者曰楔周旋者曰環此五者悉冒于平形而立形全備矣乃壙者以下面平積乘正高卽得積錐者三約而後得積是立積壙錐之兩矩也其餘所爲皆起於此相通于平積之兩矩而用之各隨形勢推變而求之得積也

假如有立方每面一十九尺

答曰積六千八百五十九尺

術曰置方面九一十再自乘之得積



解曰是立形之始壙之首也縱橫高各等故方

面自乘爲平面積又乘方面也卽高則得全積也

此形無長短高下故相對之極限無之

假如有方堡壘方面七寸高一尺二寸問

積



答曰積五百八十八寸

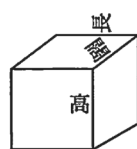
術曰置方面七寸自乘得四十九寸又以高一尺二寸相乘得

積若壘形傾者亦如此以下面

解曰是上下方無大小而各均故曰壘方面自乘爲下一面方積乘高得全積也此形高不論長短故無相對之極限也

假如有直堡壘長八寸闊五寸高一尺問

積



答曰積四百寸

術曰置長八寸以闊五寸相乘得四十寸亦以高一尺相乘

得積其餘諸形堡壘也

解曰求積相乘之理同于前此形長闊相對等

者爲限故以方壘爲形極又高無長短之界故

極限無之也凡立形之屬大率高不論長短故

之極限故悉略之也

假如有方錐下方一尺五寸高二尺問積

答曰積一百五十寸



術曰置下方一尺五寸自乘得二十二寸以高二尺

相乘得數是方壘以錐法三約之得積倒若錐尖傾

法以約之得積乘正高以錐

解曰立方數是方壘內從上四角至下四角而

斜分四線則有上下四

旁六箇之方錐

各以方錐面

又爲二故方錐

自乘

以錫高即二箇

相乘爲

方錫積亦爲二段方錐

積六箇也以二約之則方冪與錐高相乘者即

爲三段方錐積故以三爲錐積之約法是立積

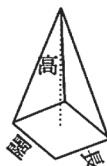
錫錐之兩矩也其餘諸形之變術約法等皆由

斯而起也此形方與高不相對故極限無之

假如有直錐長一尺一寸闊五寸高二尺

四寸問積

答曰積四百四十寸



十五

術曰置下長一寸以闊五寸相乘得五寸亦以高二

相乘得數以三約之得積其餘諸形錐求積者皆如此

解曰長闊相乘爲下面直積以之乘高爲直錫

積以錐法約之得錐積其餘諸錐皆以錫積三

分之一爲錐積也此形長闊相對等者爲限故

以方錐爲極形也

假如有方臺上方七尺下方一丈一尺高

一丈五尺問積

答曰積一千二百三十五尺



術曰上方七尺自乘得四十九尺下方一丈一尺自乘

上下方相乘得七十三尺三位相并又以高一丈一尺相乘

得數以錐法三約之得積若形傾倒者乘正高

解曰是方錐從尖截去之形

故求虛錐高乃依報截術求之

中篇并臺高爲虛實錐高求虛

實共總錐積又以上方爲虛

錐方求虛積以之減總錐積餘各省上下方差

得實積卽方臺積也此形上下方相對等者爲

限故以方壙爲形極又以上方盡者爲限則上

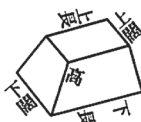
銳故以方錐爲極也

假如有直臺上闊三寸上長五寸下闊四

寸下長九寸高六寸問積

答曰積一百四十九寸

術曰倍上長五寸加下長九寸以上闊三寸相乘得七寸



十六

倍下長九寸加上長五寸以下闊四寸相乘得九寸二位

相并共得數以高六寸相乘得數以約法六寸約之得

積亦倍上闊加下闊以上長相乘得五寸十倍下

闊加上闊以下長相乘得九寸十二位相并共得數

以高相乘以約法約之得積

解曰是直錐從銳截之形

或依長闊之廣狹楔故求

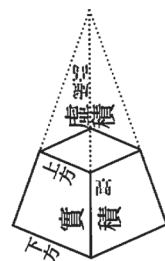
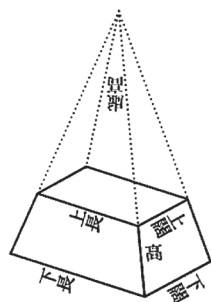
自刃截者亦成此形故求

虛錐高或求於縱或求於

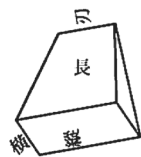
積者亦有并臺高爲虛實

總高如前求虛實共總積內減虛錐積餘省上

下差求虛高於橫者省上下長差也即臺積也其



其理速易曉也此形上闊與上長相對則等者爲限故以上作方爲極上下闊相對則等者爲限故以左右旁面作直爲極乃臺之四旁面各梯形故如此若上闊盡者爲限則上長作刃故以楔爲極又上下長相對則等者爲限故以前後旁面作直爲極下闊與下長相對則等者爲限故以下作方以極也



假如有楔縱一尺二寸橫七寸刃三寸長二尺五寸問積

答曰積七百八十七寸半

術曰置縱二尺一寸倍之加刃三寸共得數以橫七寸相乘又以長五尺二寸相乘得數以約法六約之得積若

十七

刃橫者置橫倍之加刃以縱相乘又以長相乘得數以約法約之得積或刃却廣于縱橫者或傾倒者皆同之

解曰是直臺接高之形故刃有縱有橫皆如直

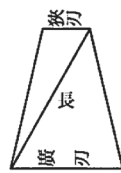
臺積求之乃刃縱者無上橫加減相乘得楔積

也此形縱橫相對則等者爲限故以下作方爲

極又縱與刃相對則等者爲限故以前後旁面

作直爲極乃楔形前後面如梯左右旁如圭故也若刃盡者上銳

故以直錐爲極也



假如有兩刃楔廣刃一尺狹刃七寸長一尺五寸問積

答曰積一百七十五寸

術曰置廣刃一尺以狹刃七寸相乘又以長五尺相乘

得數以約法 六約之得積 或上刃却多者或

解曰是楔 從兩旁缺直錐之

形故借狹刃于下為楔橫以

廣刃為縱求楔積內減左右

虛錐積 半狹刃為錐橫廣刃為縱以餘即兩刃

楔積也此形廣狹刃相對等者為限是形極也

假如有莪麥每面一尺問積

答曰積一百一十七寸八分五釐一毫

一三 強微



術曰置每面尺一五自乘得數為實以七十二為廉
法開平方除之得積

解曰是每面斜高同數之三角錐故依三角法

十八

面冪四分之三為中徑冪 即直牆橫

冪面冪一段為面冪 縱即直牆面

冪三分之二為錐高冪 高即直牆

故三位相乘則面五乘冪六段

者為一十二段直牆積冪亦為四十八段三角

牆積冪然以牆積三分之一為錐積故即為四

百三十二段三角錐積冪依遍約法約之得面

五乘冪一段者七十二段莪麥積冪也

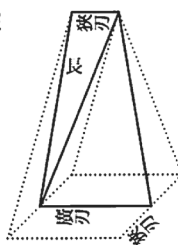
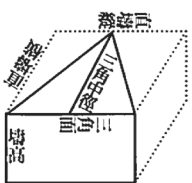
假如有切籠每方一尺問積

答曰積二千三百五十七寸。二釐二

毫六絲 強微



術曰置每方尺一五自乘以五十乘之為實以九為



廉法開平方除之得積

解曰是方塙四旁左右前後接直錐之

形乃方為塙面斜為高又方作直

塙而求之然旁所有之直錐四難

作塙形則若錐積三因故舊形三倍

而全成直塙為十二方塙三箇直錐一

形乃方五箇為縱方一箇為橫斜

也籠積各自乘則方冪二十五段為

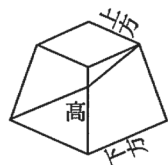
縱冪方冪一段為橫冪方冪二段為高冪三位

相乘為一段直塙積冪故即方五乘冪五十段

者是九段切籠積冪也

假如有方臺上方六寸下方九寸高五寸從右上

十九



角到左下角斜截之間上下積

答曰 上積九十六寸

下積一百八十九寸

術曰先求上積者置下方九倍之加入上方五共

得四寸以上方冪六寸相乘亦以高五寸相乘得數

為實并上下方共得五寸以錐法三相乘得數為

法除之得上積 先求下積者置上方倍之加入

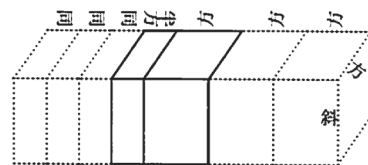
下方共得二尺五寸以下方冪八寸相乘又以高相乘

得數為實以前法除之得下積

解曰借上方於臺外作大形之方臺乃二箇上

方上下方和從其方斜到下角截之則其形為

大半方錐上方大為高以之求大錐積為虛實



共積亦左右旁有小半方

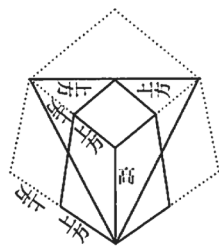
錐各以上方為錐方上方

除之得數以之求小錐積

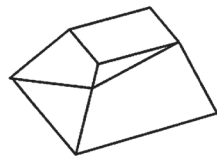
倍之為左右虛積以減虛

實共積餘為上積以之減

方臺全積餘即下積也



假如有直臺上闊六寸上長一尺下闊九寸下長一尺五寸高一尺二寸從右上角到下左角斜截之間上下積



答曰 上積三百八十四寸

下積七百五十六寸

術曰先求上積者上闊纂上長纂相乘倍之得千七

二十

寸二百 上闊纂上長下長相乘三之得二萬六千上

闊上長纂下闊相乘三之得二萬六千 上闊上長

下闊下長相乘四之得三萬二千 四位相并共得

數以高相乘為實上下闊和一尺與上下長和二

寸五相乘得三百七十五寸以直臺約法六相乘得數為法

除之得上積 先求下積者上闊纂下長纂相乘

得八千一百一十寸 上闊上長下闊下長相乘倍之得六千

寸二百 上闊下闊下長纂相乘三之得三萬六千四

上長纂下闊纂相乘得八千一百一十寸 上長下闊纂下長

相乘三之得三萬六千四 下闊纂下長纂相乘倍

乃得三萬六千四 六位相并共得數以高相乘為

實以前法除之得下積

解曰借上長闊於臺外爲大形之直臺二箇上闊爲上大長上下闊和爲下大長從其闊上下長和爲下大長斜到下角截之則其形爲大半直錐上大闊爲錐橫上大半直錐長爲錐縱臺高爲高以之求大錐積爲虛實共積又左右旁有小半直錐各上闊爲錐橫上長與錐高相乘以上下長和除之爲右錐高上闊與臺高相乘以上下闊和除之爲左錐高小錐積相并爲虛積以減虛實共積餘爲上積以之減直臺全積餘卽下積也

假如有圓堡壙徑五尺高七尺問積

答曰積一百三十七尺四百五十二分之二百一



二十一

術曰置徑尺五自乘以高尺七相乘亦以圓周率相乘得數以四箇圓徑率除之不滿法者命之得積傾或積乘正高得積

解曰是方壙積乘圓積法得全積也每形全圓者皆如此先求方積而後乘圓法則變爲圓積故錐臺及立圓等悉倣之此形徑高各無相對極限也



假如有圓錐下周七尺一寸高四尺八寸問積

答曰積六尺四寸一分八釐四毫

術曰置下周七尺一寸自乘以高四尺八寸相乘又以徑率相乘得數以一十二箇周率除之得積或尖傾者及圓形所者

變之諸錐等皆以下面積
乘正高以約法約之得積

解曰下周者因周率錐徑也自乘爲因周率冪
錐徑冪乘高爲因周率冪方墻積乘徑率變爲
因周率四段圓墻積故周率四因又乘錐法三
而除之得積也其餘圓之屬題中雜言周徑者
皆推此理而可解之此形亦徑高互不論多少
故無形之極限也



四寸問積

答曰積四十八寸_{之八}千_{二千}。二千_{三百}三十分_一

術曰上徑三寸自乘以周率冪相乘得萬_四千_一百_三十_一
五寸下周五寸自乘以徑率冪相乘得七_萬三_千十_百

二十二

五。二十上徑下周相乘以周率相乘又以徑率相
乘得千_一百_八十_萬。五_寸三位相并又以高_四相乘
得數爲實周徑率相乘又以一十二乘之得數爲
法除之_{不滿法各以六十約之有畸者皆如得積}
或上傾者同之其餘圓變之故每術不註之也
如前起於錐積求之則其理最易曉也皆

解曰求積之理前同此形上下徑相對等者爲
限故以圓墻爲極又以上徑盡者爲限則有尖
故以圓錐爲極也



假如有立圓徑三尺問積

答曰積一十四尺_{尺二百二十六分}

術曰置徑三尺再自乘得七_尺以周率相乘得數以
六箇徑率除之得積

解曰是立起六面之圓從半徑界上下而累圓臺則成此形也

上下積各適合于二圓錐故以

上下矢乃半徑準兩錐高以弦乃圓

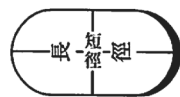


準中錐徑并左右旁弦準旁錐徑仍圓徑自乘爲中錐徑冪上下矢與圓徑相乘倍之爲旁錐徑冪二數相并乘錐高又乘圓積法以錐法三約之得上二圓錐積倍之卽全立圓積也此形無相對故形極亦無之

假如有長立圓長徑七尺短徑五尺問積

答曰積九萬一千六百二十九寸三十百

九分寸之二
百六十九



二十三

術曰置短徑五尺自乘得二千五百以長徑七尺相乘亦

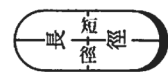
以周率相乘得數以六箇徑率除之得積矮立圓者長徑

自乘以短徑相乘亦乘周率以六箇徑率除之得積也

解曰是徑長緯短之立圓而其形如鷄卵也亦徑短緯長而其形團變者謂之矮立圓各如全立圓求其積也兩形皆長短徑相對等者爲限故各以全立圓爲極形也

假如有帶堡圓長徑四尺一寸短徑一尺

問積



答曰積二千九百五十八寸三分一寸

術曰置長徑四尺一寸三之得內減短徑一尺餘一丈一寸

以短徑冪相乘亦以周率相乘得數以一十二箇

徑率除之得積

解曰是從立圓正中接圓堡壘之形故求立圓與圓壘之兩積相并得積也此形長短徑相對均者爲限故以全立圓爲極也

假如有球缺矢二寸弦八寸問積

答曰積五十四寸之三百三十九分



術曰弦八寸自乘三之得一百一十二寸以矢相乘亦

四之得六十二寸二位相并共得一百一十八寸以周率相乘以二十四箇徑率除之得積多或矢却

同徑者亦

解曰是立圓從頂截之形故如全圓形求兩圓錐積相并即缺積也此形矢與半弦相對等者

二十四

爲限故以半立圓爲極形也

假如有圓截籠徑各一尺問積

答曰積九百六十五寸。六釐八毫九



四

艸曰別得立圓徑一尺四寸置切籠徑一以一十

五乘之得內減八之立圓徑餘以切籠徑冪相乘

又以周率相乘得數以一十二箇徑率除之得積

解曰是立圓六旁上下左右前後均截去之形故以截

籠徑冪二段爲全立圓徑冪求積是虛實共積也又以

切籠徑減立圓徑餘半之爲缺矢以切籠徑爲

弦求得缺積六之是虛積也以減立圓積餘即切籠

積也此形無相對故形極無之



假如有圓環內周六尺一寸外周八尺一寸問積

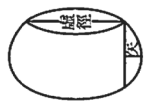
答曰五百六十五寸

術曰置外周一尺八寸減內周一尺六寸餘二尺為二箇輪通周自乘得寸四百寄位并內外周共得一丈二寸四為二箇中心周以寄位相乘又以徑率相乘得數以三十二箇周率除之得積其餘諸形環皆求中心也環積

解曰是圓牆回旋而作輪之形故以輪徑擬牆徑以中心周擬正高以面積乘高得積諸環皆如此依其形牆術求之也

假如有外正弧環矢二寸虛徑一尺一寸高八寸

二十五



問積

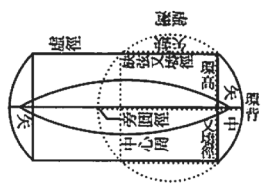
答曰積四百四十三寸七三七九一

加入倍矢寸四得內減旁圓徑餘以弧積相乘六之得寸三百三十五寄位置高寸八再自乘之得寸一百

寸二加入寄位共得數以立圓積法五分二相乘得積若并矢與虛徑乘矢得數適合于環半高算者虛灣與環背兩規相合故即立圓旁環也

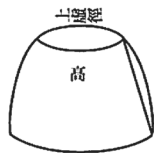
解曰是弧牆周旋之形以虛灣

合于環背之規者為界而起於立圓旁之環求之以旁圓徑即為立圓徑求得積以環高減旁徑餘半之為立圓缺矢旁徑內



減倍環矢餘爲缺弦求得缺積倍之爲上下缺
 積又以缺弦爲墻徑以環高爲墻高求得圓墻
 積并上下缺積以之減全立圓積餘爲立圓旁
 周之弧環積此積適合于環高再自乘以弧積
 除之亦以圓周法四三箇一六除之環是立圓旁得內
 減缺弦餘爲二箇中矢加入虛徑是即環之以
 圓周法相乘爲環中心周乃擬弧以弧積面積環
 相乘得環積也此形正弧故環高必等倍矢與環高
 相對均者爲限故以半圓環爲極又虛徑盡者
 爲限則以上下銳者爲極也乃立圓積法及圓
 用之要令乘除易爲也其餘圓積法及矢不盡而
 背等之諸數有畸零者皆收去而所用各不超
 于五位是故所求
 積悉有微差矣

二十六



假如有外偏弧環上虛徑四寸下虛徑七
 寸六分旁圓徑一尺高二寸六分問積

答曰積一十寸。一九七一

艸曰別得旁離徑九寸四分八六九弦三上下虛徑

相并得寸一六分以旁弦相乘得八三六六寸六以減

倍高與旁離徑相乘數餘以弧積相乘三之得十二

寸。六三。四寄位旁弦再乘高相乘得八寸十

二。八內減寄位餘以立圓積法相乘得數爲實以

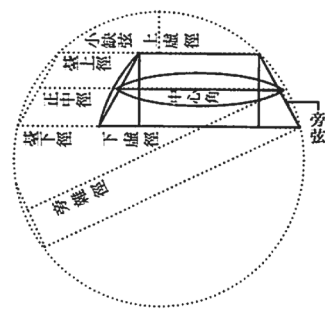
旁弦除之得積乃并上虛徑三乘一段上虛徑

一。一六段下虛徑乘環高相乘八段下虛徑乘

虛徑一六段適相乘于一并上下虛徑乘八段高相乘旁圓

解曰是傾弧周旋之形如前起於立圓旁之偏

環求之以旁圓徑卽爲
立圓徑離徑與環高相
乘以旁弦除之爲立圓
缺內圓臺正中徑內減
上下虛徑半差餘爲立
圓小缺弦亦爲圓臺上



徑以之加上下虛徑差爲大缺弦亦爲圓臺下
徑以環高爲臺高求得圓臺積以上下虛徑半
差乘離徑以旁弦除之加環高以之減旁圓徑
餘半之爲小缺矢求得積又以環高加小缺矢
爲大缺矢求得大缺積得內減小缺積與圓臺
積餘爲立圓旁周之偏弧環積
此積適合于旁
弦與環高及

二十七

立圓積法相
乘之數也
以弧積與圓周法重除之
是立圓
偏弧
環之中
得內減上缺弦餘加入上虛徑爲環中
心徑
若徑求者置旁弦再乘
六段弧積除之得中心徑也
以圓周法相
乘亦以弧積相乘得偏環積也此形上下虛徑
相對均者爲限故以正弧環爲極又依旁圓心
之所在背規屈伸而雖環上稜與背中互有高
低之異不爲變故旁弦與圓徑相對等者爲限
而以半圓環爲極
乃每解必圖旁圓于右故并
段環高四段少於上虛徑一
段下虛徑與旁
圓徑環高相乘四段於上虛徑相乘二段與旁
圓心在左故規伸而環稜高背中心自低多於上
圓心在右故規屈而環稜低背中心却高也
若以上稜合爲限者無虛徑故以上銳窠之二
形爲極也
并下虛徑環高相乘一段與環高四段少

左環上稜高故有銳多於者
心在于右環上稜低故有窳

假如有內正弧環矢二寸虛徑一尺一寸
高八寸問積



答曰積三百二十九寸一四二八一四

術曰別得旁圓徑一尺弧積置虛徑一尺內減倍

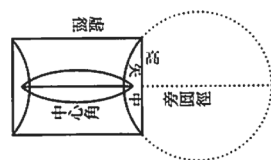
矢四餘是中也虛加入旁徑共得七寸以弧積相乘

六之得寸一千一百四十寄位置高八寸再自乘之

得五百一以減寄位餘以立圓積

法相乘得積

解曰是弧墻內旋之形如外環
起於立圓旁環求之以旁徑爲
立圓徑仍環高再自乘以立圓



二十八

積法相乘得立圓旁周之外弧環積以弧積與

圓周法各除之是外環中心徑以減旁徑餘爲內弧中

矢加虛徑得內減倍矢餘是內環中心徑以圓周法相

乘爲內環中心周又以弧積相乘得內弧環積

也此形正弧故弦與環高相等旁徑多於虛徑則倍矢與

虛徑相對均者爲限故以兩旁背相合爲極旁

徑少於虛徑則倍矢與環高相對均者爲限以

半圓環爲極也



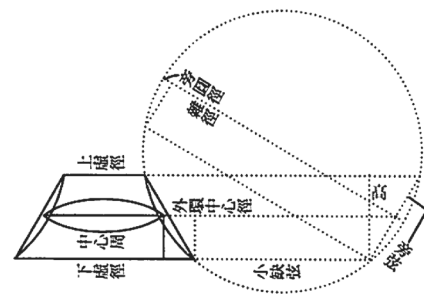
假如有偏內弧環上虛徑四寸下虛徑七
寸六分旁圓徑一尺高二寸六分問積

答曰積九寸六一八五三二

艸曰別得旁離徑九寸四八六九弦三上下虛徑

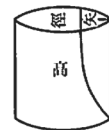
相并得寸一尺一以旁弦相乘得八二十六寸六加入
 倍高與旁離徑相乘數以弧積相乘三之得四一百
 寸。三。一。寄位 旁弦再乘冪高相乘得寸八十二
 八。九。以減寄位餘以立圓積法相乘得數爲實以旁
 弦除之得積

解曰是偏弧周旋之形如外
 偏環起于立圓旁環形乃倒求
 之以旁徑爲立圓徑以離徑
 乘環高以旁弦除之得內減
 上下虛徑半差餘爲缺小弦
 又旁弦冪環高相乘以立圓
 積法相乘得數以弧積與圓



二十九

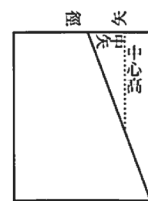
周法各除之是倒偏外得內減缺小弦餘以減
 下虛徑餘爲環中心徑以弧積與圓周法各相
 乘得偏內環積也此形上下虛徑相對均者爲
 限故以內正弧爲環極又據旁圓心之上下雖
 環中虛徑與上虛徑互有廣狹不爲變故旁弦
 與圓徑相對等者爲限而以半圓環爲極乃上
 徑半差多於還高者圓心在于環高之上故規
 伸而虛徑上狹中廣少於者圓心在于環高之
 下故規屈而虛若以兩背相合爲限者以稜合
 離之二形爲極也稜合者無上虛徑故有銳而
 有鱗而作刃乃下虛徑多於倍環高者背
 上稜合而中離少於者背合而離也
 假如有圓壙徑一尺高一尺二寸從上矢二寸至
 下徑右旁斜截之間截積



答曰截積五十四寸一七五
 解曰別得離徑六寸八分二厘五絲置弧積以
 離徑相乘得六十七寸八分二厘五絲六之得數以減弦

再乘冪五百一十二寸餘以高相乘爲實以十二箇矢
 爲法除之得截積乘若從半徑斜截之者以牆徑冪

解曰是伸弧環而去中之弧墻
 則兩旁適作此形故起於立圓
 旁環求之弦再自乘以六段弧



積除之得內減離徑餘半之得中矢
 以墻高相乘以截矢除之得中心高以弧積相
 乘得截積也
 若題云上下矢差除之爲虛實共高相
 如前求虛實共積又以墻高減共積餘即截積也
 高求得虛積以之減虛實共積餘即截積也

三十



假如有圓臺上徑一尺下徑二尺高一尺
 二寸從上徑左旁至下徑右旁斜截之問
 截積

答曰截積五百七十四寸四一六

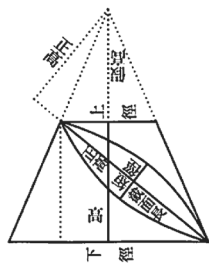
解曰別得離徑六寸八分二厘五絲置弧積以
 離徑相乘得六十七寸八分二厘五絲六之得數以減弦
 再乘冪五百一十二寸餘以高相乘爲實以十二箇矢
 爲法除之得截積乘若從半徑斜截之者以牆徑冪

解曰臺形本起于錐故不論

所截之斜直皆假高于上作

圓錐求之凡圓錐直截者上

形作圭面之圓若通截起於面



高以上下徑差除之得假高是虛弧錐高也并上下半徑差與矢爲下闊自之加臺高冪共得數開平方除之得截面長以之乘下徑以下闊除之得側圓長徑以下徑冪乘矢以下闊除之得數開平方除之得側圓短徑下徑臺高矢相乘以上下徑差與截面長相乘數除之得側圓闕錐正高以截面長乘側圓短徑以長徑除之爲假矢短徑爲假圓徑依弧術求假弧積以長徑相乘以短徑除之得側圓闕積以正高相乘三約之得側圓錐積是虛實共積又以上弧積乘假高三約之得虛弧錐積是虛積也以之減虛實共積餘卽截積也若題中云上下矢者從上下矢應截面之

三十二

準而至下以斜高與截面長所交爲界以下矢乘臺高以上下矢差除之得下虛高加臺高得虛實共臺高以虛高乘上下徑差以臺高除之下下徑得虛下徑以上下徑差乘下矢以倍上下矢差除之加下矢自之加虛高冪共得數開平方除之得虛面長以之乘虛實共高以虛高除之得虛實共面長於是假圓錐於上如前求諸數而側圓闕錐積內減上虛弧錐積得虛實共截積亦下側圓闕錐積內減中虛弧錐積得下虛積以之減虛實共積餘卽截積也其截矢上下均者截面長與斜高同準也乃以截面長乘闊取三分之二得截面積也若下矢多者不論所截之斜正其形

稜之闊爲假半離徑以減球半徑餘爲截中矢
 亦爲假球缺矢以球徑相乘亦以圓周法相乘
 得假球缺頂冪積以截中矢與球徑依弧法得
 截面兩弦假背及假弧積置截面兩弦再自乘
 以六之假弧積除之得中心徑半之內減假半
 離徑爲中心矢依弧法求中心背以截_下上面矢
 乘徑緯半離徑以假半離徑除之得數以減截
 中矢餘爲旁小矢依弧法求截旁背以之乘中
 心矢以截中矢除之得旁心背加截旁背共得
 數以球缺頂冪積相乘爲實并假背與中心背
 爲法除之得截冪積以球半徑_是相乘三約
 之爲錐積寄位又以截面_上徑矢依弧法求截

三十四

面弧積以徑緯半離徑爲兩弧錐高以截面弧
 積相乘三約之得數倍之爲上下兩弦錐積以
 減寄位餘卽截積也



假如有球缺矢_干若_干弦_干若_干從右旁截下矢_干若_干

上斜矢_干若_干問截積

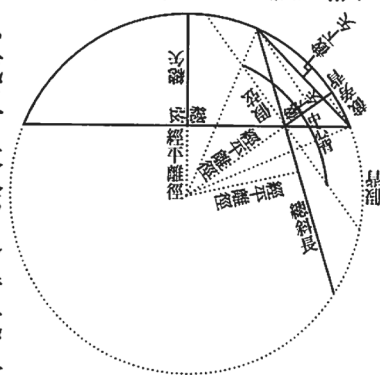
答曰得截積

括術繁多故略之



解曰并總矢冪與總半弦冪以總矢除之得全球
 徑內減倍總矢餘半之爲徑半離徑以截面下
 矢減總半弦餘自之加徑半離徑冪開平方除
 之得假半離徑_{是自截面兩稜至球心之長}以減球半徑餘
 爲截中矢亦爲假球缺矢求得頂冪積又依弧

法求假弦及弧積置假弦再自乘以六之假弧積除之得中心徑半之內減假半離徑餘爲中心矢依弧法求中心背并球半徑冪與截斜矢



冪內減假半離徑冪餘以截斜矢除之得截斜總長自之以減球徑冪餘四約之開平方除之得緯半離徑以截斜矢相乘加入下矢與徑半離徑相乘數以假半離徑除之得數自之又截矢冪內減下矢冪餘半之以假半離徑除之得數自之二位相并爲旁小弦冪以減球徑冪餘

三十五

開平方除之得數以減球徑餘半之爲旁小矢依弧法求截旁背以中心矢相乘以截中矢除之得中心旁背加截旁背以假球缺頂冪積相乘以假背與中心背相并數除之得截旁冪積以球半徑_{是錐高}相乘三約之得錐積寄位以截斜矢與總斜長_{乃擬圓徑}依弧法求得上截面弧積以緯半離徑_{是左高}相乘三約之得左弧錐積又以截下矢與總弦_{擬圓徑}依弧法求得下截面弧積以徑半離徑_{是右高}相乘三約之得右弧錐積二位相并共得數以減寄位餘即截積也

假如有十字環外徑一尺輪徑各一寸問積

又以圓積法相乘得圓壙積是虛也輪徑是實乘輪半徑三約之得斜截左右共積是虛也以之減圓壙積餘爲丙一所積是實也四之得丙總積

以輪徑爲圓壙徑正徑以

小背爲緯灣徑以輪半徑

爲高是圓壙緯徑上下均承圓規之形也輪

徑冪以輪半徑相乘又以圓積法相乘得圓壙

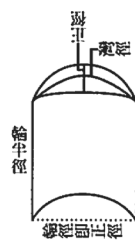
積是虛實從其正徑半應

灣徑之準截左右而作刃

其左右形上下各同規故伸之則作從壙半徑

左右斜截之狀是求積者同輪

徑冪乘輪半徑三約之得



三十七

截去左右虛積以減圓壙積得刃壙積是亦虛實共積

再從其刃正至下左右至

兩旁徑緯各承圓規而回

截之則其餘爲丁一所之形是又徑緯同規故

從全圓之心與小背之兩

旁應準而至外徑作缺環

而後伸形則爲兩面傾之圓壙從上下各半徑

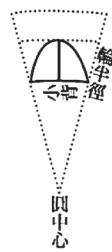
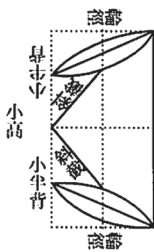
至半小高兩斜截之狀輪徑

爲正徑小乃輪徑冪乘小

背爲小高之得回截之虛積

以減刃壙積餘爲丁一所積四之得丁總積

以輪徑爲上正徑又下徑以小背爲上灣徑以



小矢爲高乃上徑正緯灣
而上下者大牆以平正之圓
高上者大牆以平正之圓
牆從半徑斜截之狀下者小
狀是戊一左之全形也乃



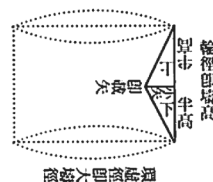
倍輪徑以減外徑餘得環虛徑爲大牆徑以輪徑

爲高以小矢爲截矢從半

高上下斜截之則成戊上

形故以六段小弧積除輪

徑再乘冪得中心徑以減



環虛徑乃大餘半之得數以減小矢餘爲中矢

以輪徑乃牆相乘以小矢除之得中心高以小

弧積相乘得大牆從半高上下截積是戊上

又以輪徑爲小牆徑以小矢爲高從半徑左右

三十八

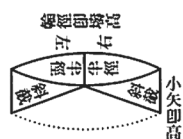
斜截之則成戊下形故以

輪徑乃小冪乘小矢乃小

三約之得小牆從半徑左

右截積是戊下二位相并爲戊一所積四之得

戊總積五積相并得全環十字積也



假如有全球徑一尺問冪積



答曰冪積三百一十四寸
八 分一百一十三

術曰置徑尺一自之以圓周率相乘得三萬五千
實以圓徑率除之得冪積

解曰界于半徑視圓錐之中心

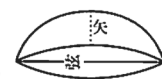
徑爲錐徑球求半球積準錐積



三之準塙積以錐高即球半徑除之得圓面平積即
為半球冪積倍之得全徑冪積

假如有球缺矢一寸弦六寸問頂冪積

答曰頂冪積三十一寸一百一十三分



術曰置矢一寸自乘四之加入弦冪六寸共

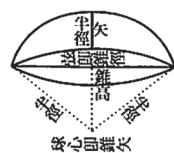
得四十以圓周率相乘得一萬四千為實以四箇

圓徑率除之得頂冪積

解曰從缺面至球中心接于

圓錐乃球心為尖弦為錐徑

高求三段錐積亦求球缺積



三之相并共得數準塙積以錐高乃半除之得

錐面平積即為頂冪積也