

洪水流出計算の総合化に関する一考察

石 原 安 雄・小葉竹 重 機

STUDY ON SYNTHETIC FLOOD HYDROGRAPH

By Yasuo ISHIHARA and Shigeki KOBATAKE

Synopsis

We have been studying the formation process of a hydrograph of storm runoff, using a set of unit basins and the stream net which connects these unit basins. In the first part of this paper, we describe the roles of the unit basins and the stream net in the runoff process and the propagation of errors included in a calculated common hydrograph from unit basins. The result is that the errors included in a common hydrograph from unit basins are attenuated through the stream net, and the relative error of peak discharge at the basin outlet becomes 60-90% of that of the common hydrograph. In the second part, we describe synthetic flood hydrograph from a unit basin. The Tank model is used for the convenience of calculation, in which the first tank seems to simulate the occurrence stratum of surface flow, the second tank of prompt interflow and the third tank of delayed interflow. From the examination of 5 river basins, we obtained that the value of corresponding parameter for each basin, except L_1 , L_2 , L_3 , F_3 shown in Fig. 6, becomes same.

1. ま え が き

われわれは洪水時の雨水流出過程を、雨水の山腹斜面での変形過程を含む小流域における流出過程、すなわち単位流域内の流出過程と、それらの単位流域を結合している河道網系における洪水の伝播・合流過程とから成り立つものと考えて研究を進めてきた。いま河道網系における洪水の伝播・合流過程を単純な流れ過程と線形合流過程で表現すると、単位流域の結合状況は一種の集中面積図で表わされることになり、流域末端からの流出ハイドログラフは、この修正集中面積図と、単位流域からの流出ハイドログラフとのたたみ込積分で与えられることになる。この考え方を用いて洪水ハイドログラフの計算、あるいは降雨域の移動がハイドログラフの波形に及ぼす効果などを考察した結果⁽¹⁾⁽²⁾、洪水予報というような応用水文学的な立場からいえば、この方法によって十分な精度で流出量の算定が行えることが明らかとなった。

そこで、こうした一連の基礎的研究の実用化、あるいは広い意味での流出計算の総合化を目的として、前述の手法の中における単位流域と河道網系の各々の役割と、それに基づく単位流域の洪水流出計算法の総合化を検討したものが本文である。

すなわち、どのような流出計算法を用いても、実際のハイドログラフとの間には若干の差異が生ずるが、単位流域の流出計算の際に生じたこの誤差が、河道網系の伝播・合流過程においてどのように伝播するかを明らかにした上で、総合化の難易を考慮して単位流域からの流出計算モデルを設定し、このモデルのパラメーターの値の総合化を試みたものである。

2. 単位流域からの流出量算出誤差の伝播

2.1 河川流域における洪水流出過程の表現

(1) 河道網系における伝播・合流過程

いま洪水流出計算を行おうとする流域について、これをある基準で小流域に分割し、分割された個々の流

域を単位流域と定義すれば、雨水の運動の場としての流域の構造は、これらの単位流域群とそれらを結合する河道網系によって表現される。この河道網系における洪水の伝播・合流過程を単純なおくれと重ね合わせによって近似できるものとする、流域末端での洪水ハイドログラフ $Q(t)$ は、単位流域からの流出ハイドログラフ $q(t)$ と単位流域の位置と大きさを表現している修正集中面積図 $A(t)$ とのたたみ込み積分で与えられることになる。

$$(q * A)(t) = Q(t) \quad (1)$$

荒川流出試験地において (1) 式の仮定を検討した例³⁾を再録したものが Fig. 1(a), (b) である。すなわち、荒川流域全体 (4.42km²) の中に試験地 (0.18km²) が設定されており、両図とも右上に修正集中面積図が示されている。また、ハイドログラフは、実測ハイドログラフから立上りの流量で水平分離によって求めたものを使用した。さらに、10分間を時間単位の 1 とし、ハイトグラフ、修正集中面積図、及びハイドログラフはそれぞれの積分値が 1 となるように規準化して図示されている。なお、図中 $Q_{ob}(t)$ は全流域に対する実測ハイドログラフ (水平分離によって分離したもの) を試験地との流域面積比と規準化する前の $q(t)$ の体積で割ったものであって、 $Q_{ob}(t)$ の積分値は必ずしも 1 とはなっていない。

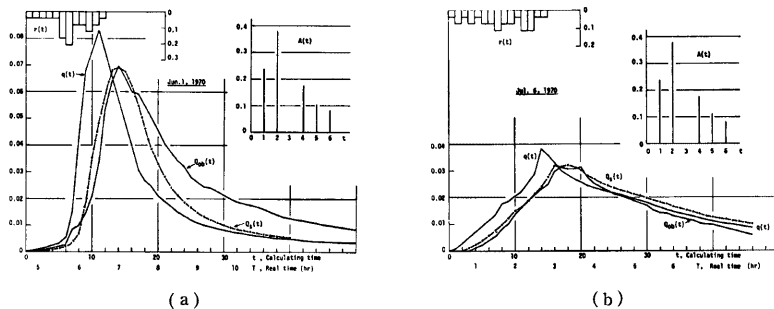


Fig. 1. (a), (b) The computational example of the resultant hydrograph $Q_s(t)$ from the whole basin by the use of the hydrograph $q(t)$ from the specified unit basin and the use of the modified time-area-concentration diagram $A(t)$. $Q_{ob}(t)$ is observational hydrograph.

単位流域からの規準化されたハイドログラフ $q(t)$ と規準化集中面積図 $A(t)$ を用いて (1) 式によって算出した規準化洪水流出ハイドログラフが $Q_s(t)$ であって、 $Q_{ob}(t)$ と $Q_s(t)$ はかなりよい一致をみせており、(1) 式の仮定がほぼ成立していることを示している。

(2) 単位流域における流出過程

単位流域においては、斜面要素と河谷要素を考慮することによって、かなり厳密に雨水流出の物理的過程を表現できるようになった。すなわち、高樟らは表層 (A 層) の役割に着目して斜面における流出過程を説明することに成功し⁴⁾、さらに、著者らは荒川試験地の観測結果に基づいて多層モデルによる表現を行った⁵⁾。したがって、本研究においても本来はこれらの流出モデルによって単位流域からの流出ハイドログラフを算定することを考えるべきであろう。

しかし、斜面における雨水の流出過程は、本質的に非線形性であり、しかも人力である降雨量と出力である流出量が等しくなく、雨水が流域内に残留するという特性を有している。そのために、上述したような純粋な物理モデルに含まれるパラメーターの同定には多くの観測値を必要とするものである。そこで、本研究では、できるだけ上述の特性が考慮されており、しかもパラメーター同定が容易な流出モデルを採用して、こうした近似のための誤差評価を行ったうえで、洪水流出モデルに関する総合化を考えることとしたので

ある。

さて山腹斜面に対する荒川モデルは Fig. 2 の (a) に示すようにいわゆる多層モデルであって、流出過程は概略、雨水は表層から下層へと土湿量を増加させながら（貯留量を増大させながら）浸透し、それと同時に各層の境界面上では飽和水帯が形成されて斜面に沿う流れが生じ、これが河谷に集っていわゆる流出水となると説明することができる。すなわち、鉛直方向には貯留・浸透過程であり、斜面方向には伝播・変形過程である。しかもこの両過程は本質的に関連しており、一方を先行的に確定することはできない。こうしたことを考慮して、Fig. 2 の (b) で示したタンクモデルについてみると、鉛直方向の貯留・浸透過程

はかなり忠実に表現されており、斜面方向の伝播・変形過程は貯留型変換過程とおくれ過程（このおくれ過程は、各流出孔からの流出量の合計を一定の時間遅らせるもので、Fig. 2 の (b) の構造図には現われていない）で置きかえられていると考えることができよう。さらにタンクモデルは実用的にかなり多用されており、パラメーター同定法もほぼ確立されているので、以下では直列多段のタンクモデルによって単位流域からの流出ハイドログラフの算定を行うものとして検討を進める。

2.2 単位流域からの流出波形に含まれる誤差の伝播

単位流域からの流出ハイドログラフの算定に誤差があった場合に、(1) 式が成立するとして、これが全体の流域末端のハイドログラフにどのように現われるかについて検討する。この場合あくまで実際の河川流域で起る現象の範囲内に限っており、一般的に (1) 式について論ずる必要はないことは明らかである。

ところで、Fig. 1(a), (b) の例でもわかるように、 $q(t)$ はガンマ分布に、 $A(t)$ は二項分布に近い場合が多く、

$$q(t) = \frac{\beta^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha+1)} t^{\alpha} e^{-\beta t} \quad (2)$$

$$A(t) = \binom{n}{t} p^t (1-p)^{n-t} \quad (3)$$

と与えられたとすると、 $Q(t)$ はガンマ分布で近似することができ、その母数 α_* , β_* は

$$\alpha_* = \frac{(\mu_q + \mu_A)^2}{\sigma_q^2 + \sigma_A^2} - 1 \quad (4)$$

$$\beta_* = \frac{\mu_q + \mu_A}{\sigma_q^2 + \sigma_A^2} \quad (5)$$

となり、ピークの位置 t_p と大きさ Q_p は次式で与えられることになる。（付録参照）

$$t_p = \mu_q + \mu_A - \frac{\sigma_q^2 + \sigma_A^2}{\mu_q + \mu_A} \quad (6)$$

$$Q_p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\mu_q + \mu_A}{\sigma_q^2 + \sigma_A^2} \right) \left\{ \frac{(\mu_q + \mu_A)^2}{\sigma_q^2 + \sigma_A^2} - 1 \right\}^{-1/2} \quad (7)$$

ここに、 μ_q , μ_A は各々 $q(t)$, $A(t)$ の平均値、 σ_q^2 , σ_A^2 は各々 $q(t)$, $A(t)$ の分散である。

ところで、実際の流域における実際の洪水について、このような取扱いを行うことができるかどうかについて、Fig. 1(a), (b) の例を用いて検討を加えた結果が Fig. 3(a), (b) である。

一般に $q(t)$ は、ピーク付近の波形は尖鋭であるにも拘わらず、全体の分散は大きな値であって、波形全体をガンマ分布で近似することは一般的には困難である。またこの分散をそのまま用いて (4), (5) 式を計

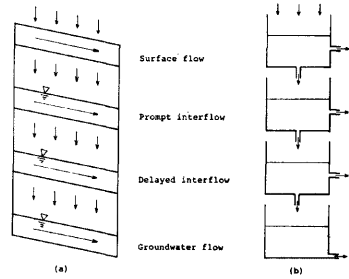


Fig. 2. (a) is the runoff model of slope process in Ara experimental basin and (b) is the Tank model.

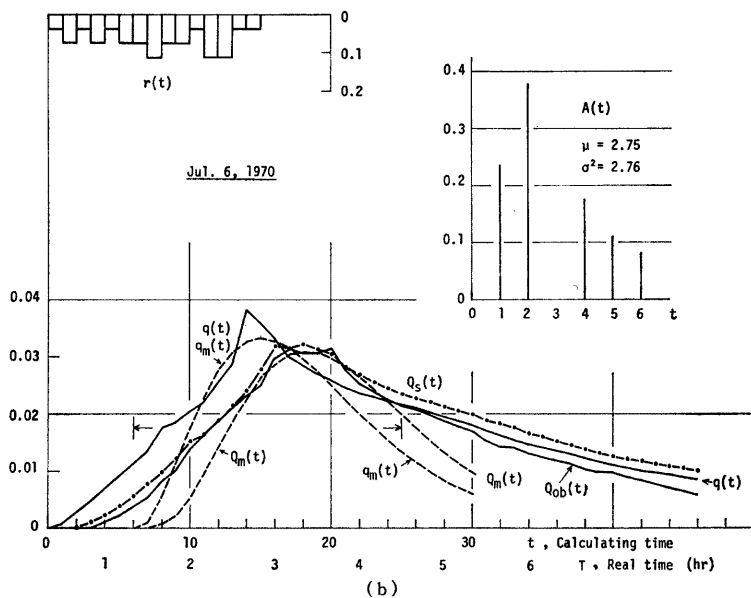
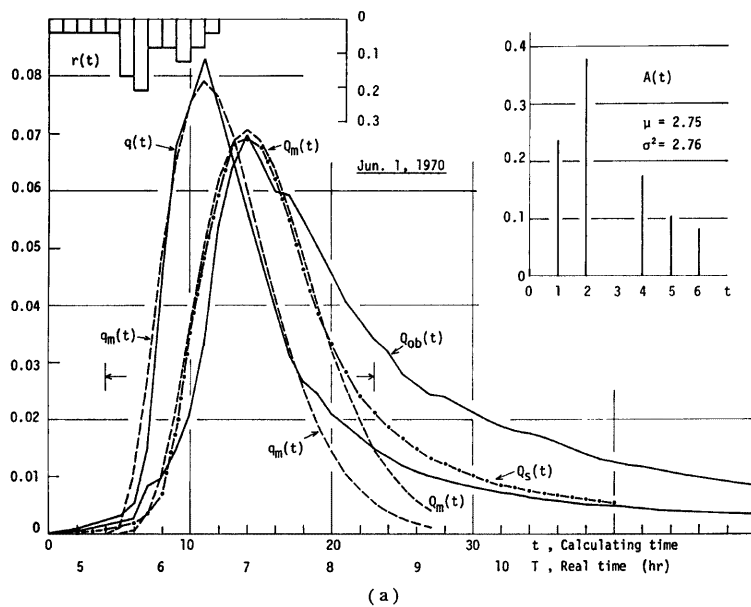


Fig. 3. (a), (b) The comparison between $Q_s(t)$ in Fig. 1 and $Q_m(t)$ which is expressed by gamma distribution having the parameters of equa. (4) and equa. (5).

算しても、得られる $Q(t)$ の波形は実際の波形と全く異なったものとなる。

そこで、 $Q(t)$ のピーク付近の波形にのみ着目するとすれば、 $q(t)$ の波形としてはピークを含んで、伝播時間（最遠単位流域から下流端までの雨水の伝播時間、すなわち $A(t)$ の横軸の長さ）の3倍程度の期間を考えれば充分であると考えられる。

Fig. 3(a), (b) においてこの $q(t)$ の対象区間を矢印で示しているが、この期間内の $q(t)$ をガンマ分布で近似し（図中破線で示す $q_m(t)$ ）、このガンマ分布の平均値と分散を用いて (4), (5) 式を計算し、得られた $Q(t)$ の波形を示したものが破線の $Q_m(t)$ である。ただし、 $A(t)$ については二項分布による近似は行わないで、もとの平均値 (2.75) と分散 (2.76) を用いて (4), (5) 式の計算を行っている。得られた $Q_m(t)$ はピーク付近の波形に関しては厳密値 $Q_s(t)$ に対して良い近似を与えていることがわかる。

したがって、実際の洪水において、 $q(t)$ 全体の波形はガンマ分布によって表現されない場合でも、ピーク付近の波形だけについては、これをガンマ分布で近似することが可能で、(2)～(7) 式の取扱いができることになる。

ただし、 $A(t)$ についてはとくに二項分布による近似を行う必要がない場合が多く、このような場合には、もとの分布の平均値と分散をそのまま用いて (4), (5) 式を計算してもよいようである。これは前述のように、 $q(t)$ の波形として、伝播時間の3倍程度の期間内の波形を考えるため、一般に $A(t)$ の平均値と分散は、 $q(t)$ の平均値、分散よりは小さく、 $Q(t)$ の波形への影響は $q(t)$ ほど大きくないためと考えられる。

以上のことから、少なくともハイドログラフのピーク付近の波形を対象とするならば、実際の洪水に対して (2)～(7) 式のような取扱いが行えることがわかったので、これらの式を用いて誤差の伝播について考察を行う。

いうまでもなく、ある時刻 t_0 に $q(t)$ 上に生じた δ の変化は、下流端では $\delta \cdot A(t-t_0)$ の変化となって現われるが、ここではこのような偶然誤差の伝播ではなく、流出計算上現われ易い一種の系統誤差、すなわち波形全体の形に若干の誤差が含まれる場合に、それがどのように伝播するかについて検討を行う。

伝播の様子をみるものとして、ピークの位置とその大きさの変化をとり上げることとする。

いま $q(t)$ の平均値、分散が各々 μ_q, σ_q^2 だけ変化したとすれば、 $q(t)$ のピークの位置 t_{pq} と $Q(t)$ のピークの位置 t_{pQ} のもとの位置からのずれは各々次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta t_{pq} &= \left(\mu_q + \varepsilon_\mu - \frac{\sigma_q^2 + \varepsilon_\sigma}{\mu_q + \varepsilon_\mu} \right) - \left(\mu_q - \frac{\sigma_q^2}{\mu_q} \right) \\ &= \varepsilon_\mu - \frac{\varepsilon_\sigma}{\mu_q + \varepsilon_\mu} + \frac{\varepsilon_\sigma \cdot \sigma_q^2}{(\mu_q + \varepsilon_\mu) \mu_q} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$\Delta t_{pQ} = \varepsilon_\mu - \frac{\varepsilon_\sigma}{\mu_q + \mu_A + \varepsilon_\mu} + \frac{\varepsilon_\sigma (\sigma_q^2 + \sigma_A^2)}{(\mu_q + \mu_A + \varepsilon_\mu) (\mu_q + \mu_A)} \dots\dots\dots (9)$$

(8), (9) 式において μ_q と σ_q^2 とはほぼ同じ order であり、 $\varepsilon_\mu, \varepsilon_\sigma$ は各々 μ_q, σ_q^2 の 10^{-1} の order であるとするれば、(8), (9) 式の第二項以下の和は第一項に比べて小さく、

$$\Delta t_{pq} \approx \Delta t_{pQ} \dots\dots\dots (10)$$

となる。すなわち、 $q(t)$ の平均値、分散の変化によって生じた $q(t)$ のピークの位置のずれは、ほぼそのまま $Q(t)$ のピークの位置のずれとなって現われることがわかる。

つぎに同様の $\varepsilon_\mu, \varepsilon_\sigma$ の変化による $q(t), Q(t)$ のピークの大きさの変化について考察を行う。

各々の変化率 v_q, v_Q は、

$$\begin{aligned} v_q &= \frac{\Delta q_p}{q_p} = \frac{\left(\frac{\mu_q + \varepsilon_\mu}{\sigma_q^2 + \varepsilon_\sigma} \right) \left\{ \frac{(\mu_q + \varepsilon_\mu)^2}{\sigma_q^2 + \varepsilon_\sigma} - 1 \right\}^{-1/2}}{\left(\frac{\mu_q}{\sigma_q^2} \right) \left(\frac{\mu_q^2}{\sigma_q^2} - 1 \right)^{-1/2}} - 1 \\ &= \left(1 + \frac{\varepsilon_\mu}{\mu_q} \right) \left(1 + \frac{\varepsilon_\sigma}{\sigma_q^2} \right)^{-1/2} \left(1 + \frac{2\mu_q \varepsilon_\mu + \varepsilon_\mu^2 - \varepsilon_\sigma}{\mu_q^2 - \sigma_q^2} \right)^{-1/2} - 1 \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$v_q = \frac{dQ_p}{Q_p} = \left(1 + \frac{\varepsilon_\mu}{\mu_q + \mu_A}\right) \left(1 + \frac{\varepsilon_\sigma}{\sigma_q^2 + \sigma_A^2}\right)^{-1/2} \left\{1 + \frac{2(\mu_q + \sigma_A)\varepsilon_\mu + \varepsilon_\mu^2 - \varepsilon_\sigma}{(\mu_q + \mu_A)^2 - (\sigma_q^2 + \sigma_A^2)}\right\}^{-1/2} - 1 \dots (12)$$

となる。

ここで $\delta_v = v_q/v_q$ とおくと, $\delta_v < 1$ ならば $q(t)$ に生じたピークの大さきの変化は減衰し, $\delta_v > 1$ ならば増幅されると考えてよい。

いま Fig. 3(a) の場合 ($t=4.0$ を原点として $\mu_q=8.89$, $\sigma_q^2=16.71$) について, $a=\varepsilon_\mu/\mu_q=\varepsilon_\sigma/\sigma_q^2$ として v_q, v_q の値を計算した結果が Fig. 4 の実線である。またこの時の δ_v を求めたものが Fig. 5 の実線であって, Q_p の変化率は q_p の変化率の70~80%程度になることがわかる。

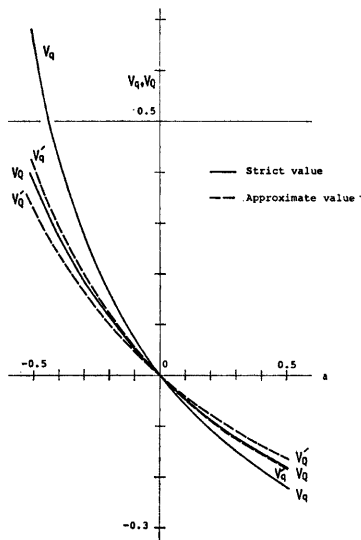


Fig. 4. Computational results of equa. (11) and equa. (12) using $a=\varepsilon_\mu/\mu_q=\varepsilon_\sigma/\sigma_q^2$. Broken lines are computational results of equa. (14) and equa. (15) which are approximations of equa. (11) and equa. (12).

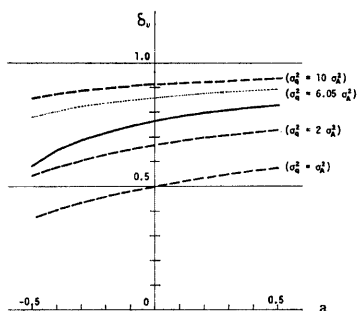


Fig. 5. The ratio of v_q to v_q which are shown in Fig. 4.

ここで, さらに一般的な δ_v の変化の様子をみるために, (7) 式の最後の項において1を無視すれば,

$$Q_p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (\sigma_q^2 + \sigma_A^2)^{-1/2} \dots (13)$$

となり,

$$v_q = \left(1 + \frac{\varepsilon_\sigma}{\sigma_q^2 + \sigma_A^2}\right)^{-1/2} - 1 \dots (14)$$

と表わせる。 v_q もこれと同じ表現にすれば

$$v_q = \left(1 + \frac{\varepsilon_\sigma}{\sigma_q^2}\right)^{-1/2} - 1 \dots (15)$$

となって, σ_q^2 と σ_A^2 の関係さえ与えれば δ_v の値が計算できることになる。

(13) 式の表現はわれわれが河川流域における流出過程を一次元多段過程として表現し, さらに中心極限

定理を用いることによって得た解⁹⁾と形式的に一致する。

この近似は $\mu^2 \gg \sigma^2$ でなければ成り立たないが、(14), (15) 式のように比の形で扱う場合には一般的な傾向をみることはできると考えて、(14), (15) 式を用いて Fig. 4 の実線に対応するものを計算した結果が、Fig. 4 に示す破線である。またこの時の $\bar{\theta}_0$ が Fig. 5 に点線で描かれており、実線の厳密値に比べて大きい値となることがわかる。

このような性質があることを認識した上で、全体の傾向を見るために (14), (15) 式を用いて、 $\sigma_q^2 = \sigma_A^2$, $\sigma_q^2 = 2\sigma_A^2$, $\sigma_q^2 = 10\sigma_A^2$ の 3 case について $\bar{\theta}_0$ を求めた結果が Fig. 5 の破線である。

ところで、いまだ下流端における洪水のピーク付近の波形を決定するのは、 $q(t)$ の波形によってももちろん異なるが、Fig. 3 (a), (b) における考察結果からも、 $q(t)$ のピークを含んで伝播時間の 2～3 倍程度の期間であると考えられる。このような期間の $q(t)$ の分散は、通常 $A(t)$ の分散の 2～10 倍程度になると予想される。

Fig. 5 から、このような場合の Q_p の変化率は q_p の変化率の 60～90% であると考えられる。

以上の考察から、平均値と分散の変化によって $q(t)$ の波形全体が変化する場合、それによって生ずるピークの位置のずれは、ほぼそのまま下流端に現われ、ピークの大きさの変化率は下流端において q_p の変化率の 60～90% 程度になる、ということが明らかになった。

3. 単位流域の流水流出解析

3.1 タンクモデルの構造と流域分割

前章で述べたように、単位流域における流出計算にはタンクモデルを用いることにしたが、採用したタンクモデルの構造は Fig. 6 に示すようであり、洪水流出計算用のタンクモデルとしては最も一般的な構造と思われる。図中□印で囲んである部分は結果的に、すべての流域で同一の値を用いることができたものである。ただし、第三段目のタンクは、遅い中間流の発生場に相当する部分であって、洪水流出への寄与は比較的小さいとして、最初からこの部分の構造は変化させないことにした。この部分の構造は菅原がタンクモデルの自動化⁷⁾の中で出発モデルとして用いている構造の三段目のものを、そのまま流用している。

流出解析を行う流域は、筑後川・小平流域、江の川支川馬洗川・南畑敷流域、木津川・月ヶ瀬流域、長良川・美濃流域、石狩川支川夕張川・清幌橋流域の 5 流域である。

単位流域への分割には、1/200000 の地勢図を基礎としたが、地勢図の河道の定義が若干あいまいであるため、流域分割した際に極端に面積の差がある場合には 1/50000 の地形図で補完を行った。また 5 流域について、分割された単位流域の平均の面積が、ほぼ同程度になるような考慮も払われている。

3.2 筑後川・小平流域

筑後川小平流量観測点の上流域を示したものが Fig. 7 で、面積 533km² の流域を図に示すように 37 個の流域に分割した。この分割に基づく修正集中面積図 $A(t)$ は Fig. 8 で、時間間隔は 20 分である。伝播速度

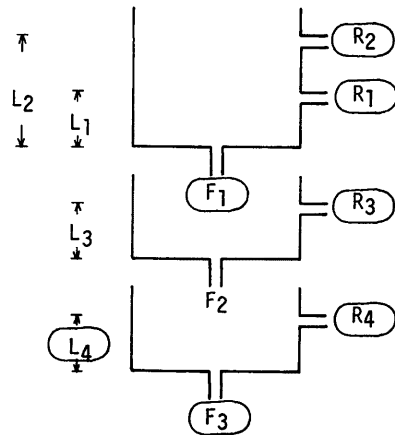


Fig. 6. Explanation of parameters of the Tank model used in this paper. The parameters enclosed with circle become same value for each river basin.

タンクからの計算流出流量に遅れを与える前述のいわゆる「時間遅れ」(ここでは TL という記号を用いることにする)は、この流域については 0 hr である。

得られた計算ハイドログラフが Fig. 10(a), (b), (c) の破線であって、実測流量は実線で示してある。いずれもてい減の部分において計算値の方が大きいのは、三段目のタンクの構造によるものと思われる。

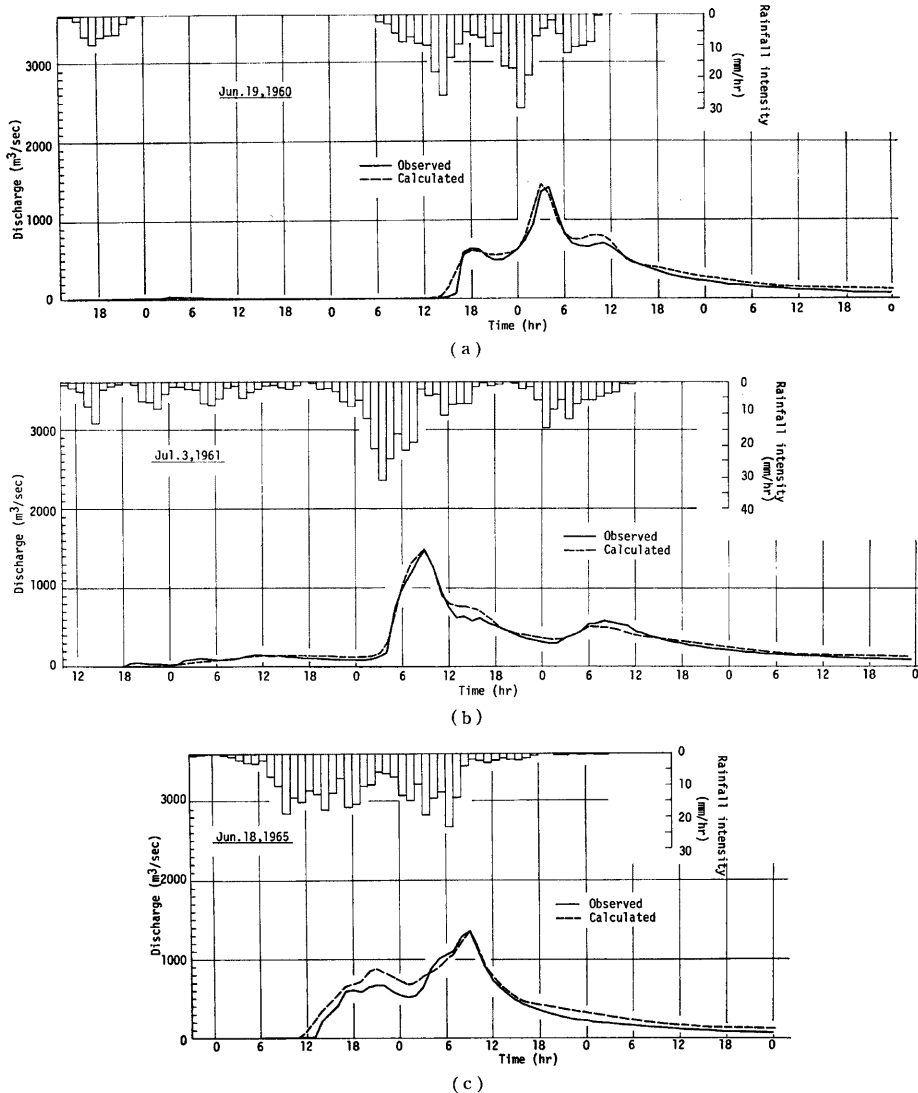


Fig. 10. Comparison between observed and calculated hydrographs.

3.3 江の川支川馬洗川・南畑敷流域

馬洗川南畑敷流量観測点の上流域を示したものが Fig. 11 で、面積 644km^2 の流域を図に示すように40個の流域に分割した。 $A(t)$ を求めるのに必要な洪水の伝播速度は、南畑敷地点の流積・流量曲線の勾配から求めた値を、全河道区間に対して用いることにした。多くの洪水例についてその平均的な勾配は 4.18m/sec となり、この値を用いて求めた $A(t)$ が Fig. 12 である。ただし後で示す計算例のうち昭和47年5月の洪水

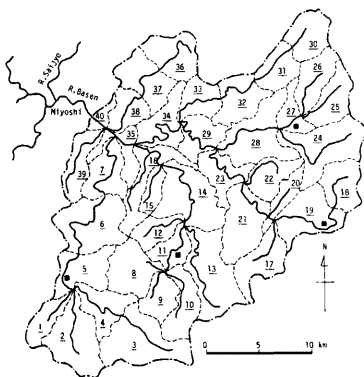


Fig. 11. The map of the basin of Minamihatajiki which is one of the watergauge stations of River Basin. The basin is divided into 40 unit basins shown by broken lines.

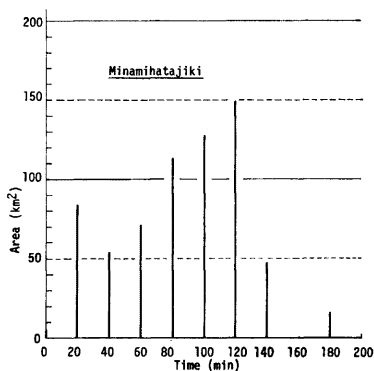


Fig. 12. The modified time-area-concentration diagram at Minamihatajiki.

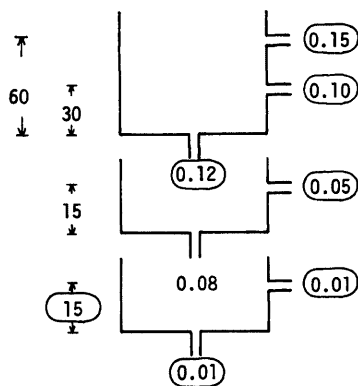


Fig. 13. The Tank model for Minamihatajiki basin.

については、流積・流量曲線の勾配は 2.75m/sec となっており、平均的な値よりかなり小さくなるので、この洪水については 2.75m/sec を用いて $A(t)$ を求めている。雨量は Fig. 11 の中で■印で示す4カ所の算術平均で与えた。タンクモデルの構造は Fig. 13 であって、「時間遅れ」 TL は 1hr である。なお、 $A(t)$ の時間間隔、雨量の単位、タンクモデルの計算時間単位、計算方法などは、すべて筑後川の場合と同じであって、以後の他の流域においても同様である。

計算結果と実測値を示したものが Fig. 14(a), (b), (c) である。このうち (b) は昭和47年の7月豪雨のものであって、計算値と実測値の不一致は、雨量の与え方の問題なのか、タンクモデルの構造の変化なのか、あるいは下流側での大貯留または大きな河床変動による $H \sim Q$ 曲線の変化であるのか、原因ははっきりしない。

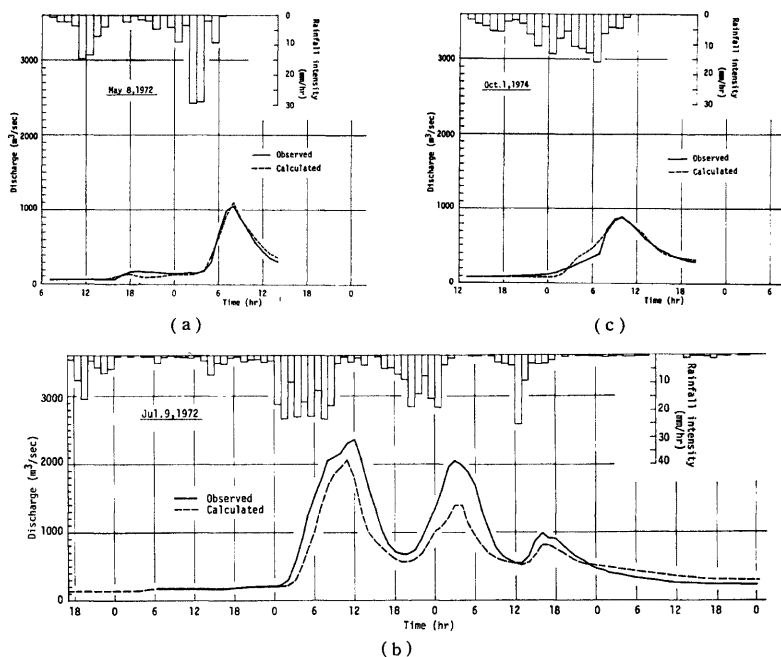


Fig. 14. (a), (b), (c) Comparison between observed and calculated hydrographs.

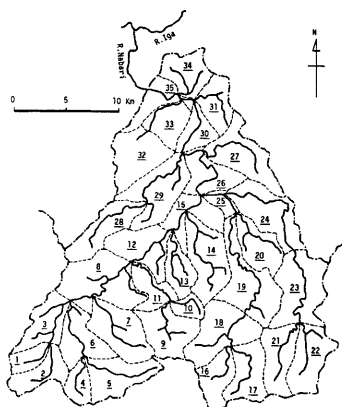


Fig. 15. The map of the basin of Tsukigase which is one of the watergauge stations of River Kizu. The basin is divided into 35 unit basins shown by broken lines.

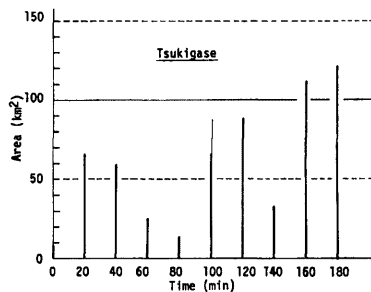


Fig. 16. The modified time-area-concentration diagram at Tsukigase.

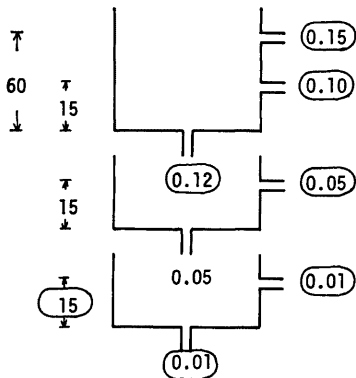
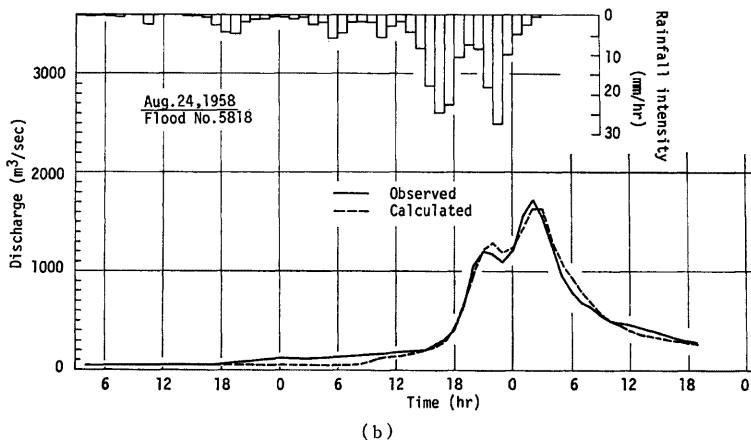
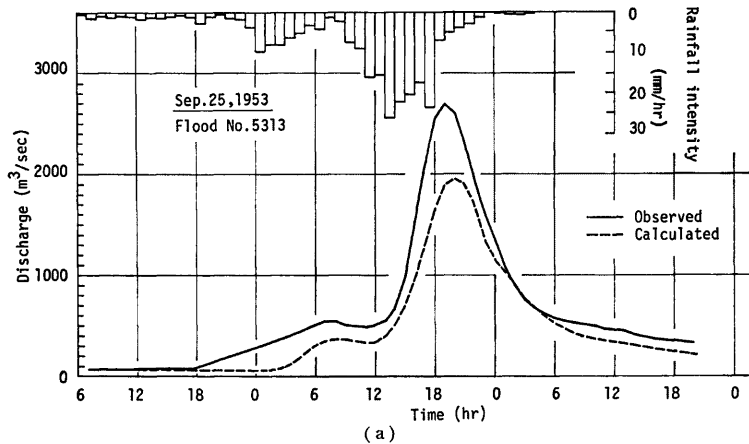


Fig. 17. The Tank model for Tsukigase basin.

3.4 木津川・月ヶ瀬流域

木津川の名張川流域に、高山、室生、青蓮寺の各ダムが建設される以前の洪水資料を用いて、月ヶ瀬流量観測点の上流域について検討を行う。この流域を示したものが Fig. 15 で、流域面積は 615km^2 、分割個数は35個である。 $A(t)$ は Fig. 16 に示すようであって、伝播速度は木津川流域の多くの流量観測点における流積・流量曲線の平均的勾配から定めた、 4.00m/sec という値を用いている。雨量は淀川流域の洪水資料のうち、名張川流域平均雨量として整理されているものを用いた。タンクモデルの構造は Fig. 17 に示すようになって、「時間遅れ」 TL は 1hr である。



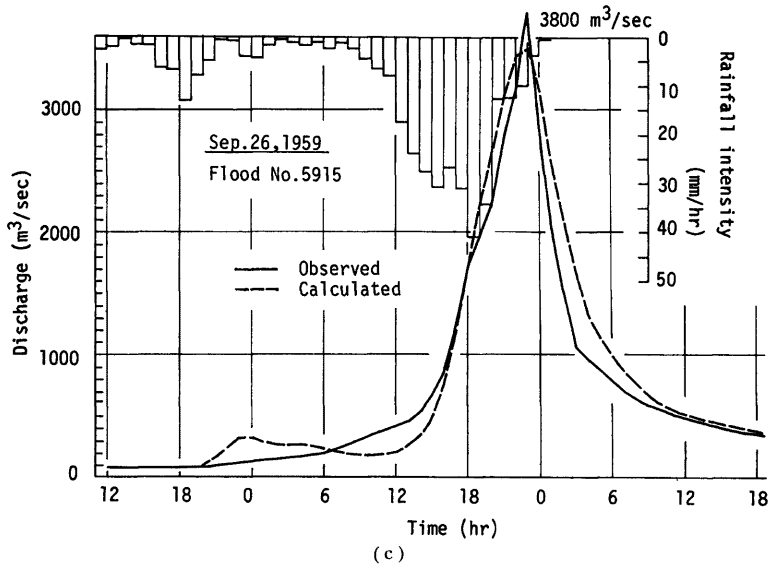


Fig. 18. (a), (b), (c) Comparison between observed and calculated hydrographs.

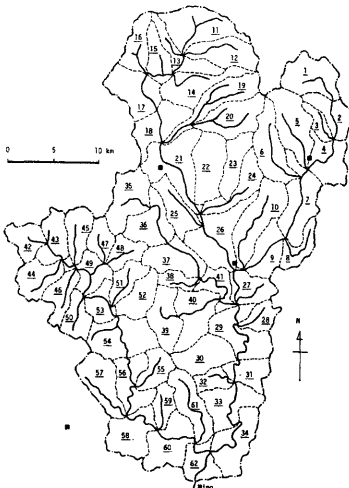


Fig. 19. The map of the basin of Mino which is one of the watergauge stations of River Nagara. The basin is divided into 62 unit basins shown by broken lines.

計算結果と実測値を示したものが Fig. 18(a), (b), (c) である。このうち (a) の5313洪水の計算値と実測値の不一致は雨量に問題があると考えられる。

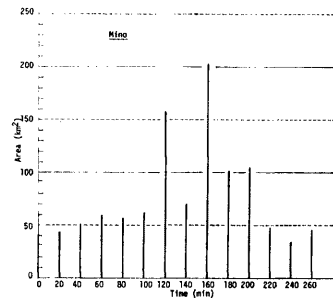


Fig. 20. The modified time-area-concentration diagram at Mino.

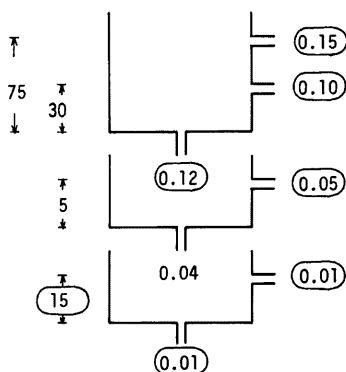


Fig. 21. The Tank model for Mino basin.

3.5 長良川・美濃流域

長良川美濃流量観測点の上流域を示したものが Fig. 19 であって、面積 1076km^2 を 62 個の流域に分割した。A(i) は Fig. 20 に示すようであって、伝播速度は、稻成地点と美濃地点の実測ハイドログラフのピークの平均時差から求めた 4.17m/sec という値を用いた。雨量は Fig. 19 の中で ■ 印で示す 4 地点の算術平均で与えた。タンクモデルの構造は Fig. 21 に示すようであって、他の流域の定数と比較して、二段目のタンクの初期損失量に相当する L_3 が小さい値となっている。この流域に対する「時間遅れ」 TL は 1hr である。

計算結果と実測値を示したものが Fig. 22(a), (b) で、(b) 図において 7 月 12 日の 0 時から 6 時までの間は欠測となっている。

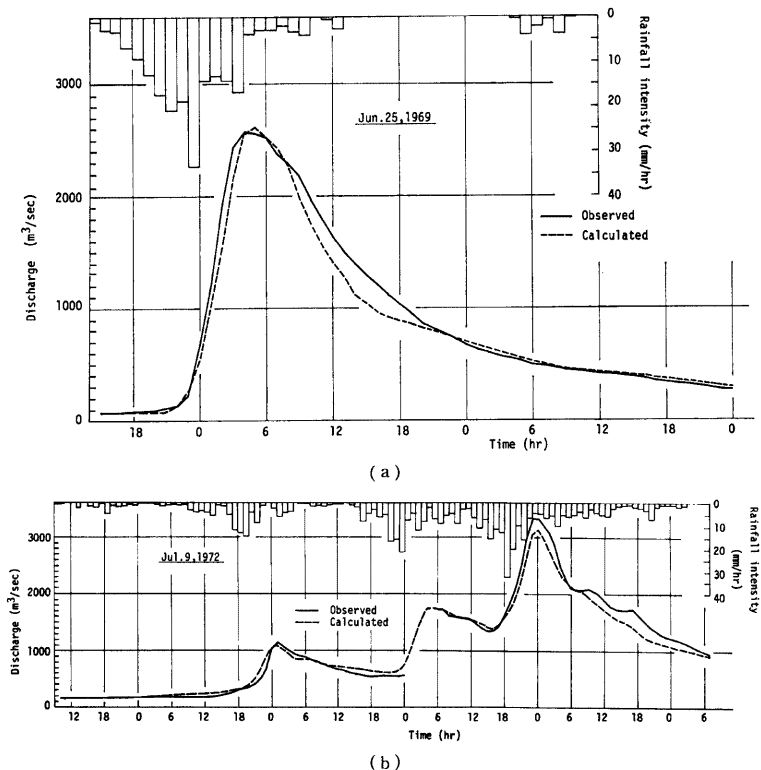


Fig. 22. (a), (b) Comparison between observed and calculated hydrographs.

3.6 石狩川支川夕張川・清幌橋流域

石狩川支川夕張川清幌橋流量観測点の上流域を示したものが Fig. 23 である。このように上流に大夕張ダムを有するが、昭和50年の8月豪雨の際の高水速報に大夕張ダムの放流記録があるので、これを用いて次のような解析を行った。

まず、大夕張ダムの下流域 685km^2 について、Fig. 23 に示すように40個の流域に流域分割を行い、つぎに、山地河道での伝播速度を 4.0m/sec 、平地河道での伝播速度を 2.5m/sec と仮定して、 $A(t)$ を求めた。これが Fig. 24 である。雨量は Fig. 23 の中で■印で示す2地点の算術平均を用い、タンクモデルは Fig. 25 の構造のものを用いた。タンクからの流出量に与える「時間遅れ」 TL は 2hr である。

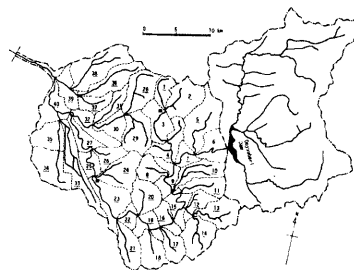


Fig. 23. The map of the basin of Kiyohorobashi which is one of watergauge stations of River Yuubari. The basin is divided into 40 unit basins shown by broken lines.

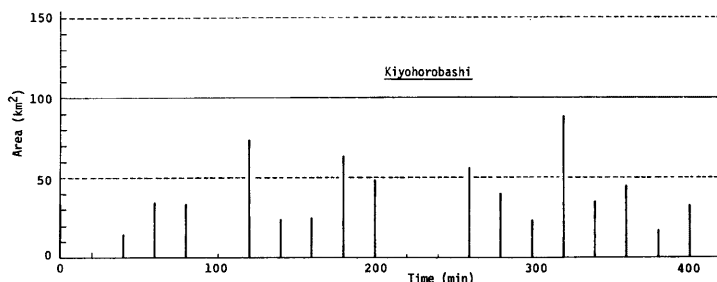


Fig. 24. The modified time-area-concentration diagram at Kiyohorobashi.

これらの雨量、タンクモデル、 $A(t)$ を用いて、まず大夕張ダム下流域について計算を行い、つぎにこの計算値に、清幌橋地点の初期流量から大夕張ダムの初期放流量を引いた値、すなわち下流域部分だけをとり出した時の初期流量、を加えたものを求め、これを大夕張ダム下流域からの計算流出量とした。つぎにこの計算流出量に大夕張ダムからの放流量を前述の伝播速度で伝播させて加えたものを、清幌橋地点における計算ハイドログラフとした。

計算結果と実測値を示したものが Fig. 26 で、図中、実線は実測値、破線は計算値、点線は大夕張ダムからの放流量を加える前のダム下流域の 685km^2 からの計算流出量である。

実測値と計算値を比較すると、ほぼ満足できる結果である。

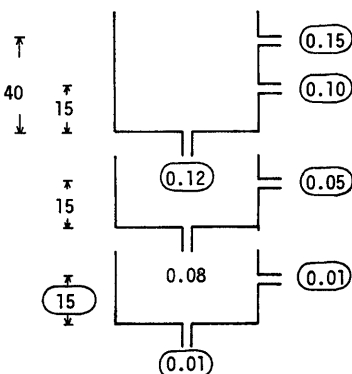


Fig. 25. The Tank model for Kiyohorobashi basin.

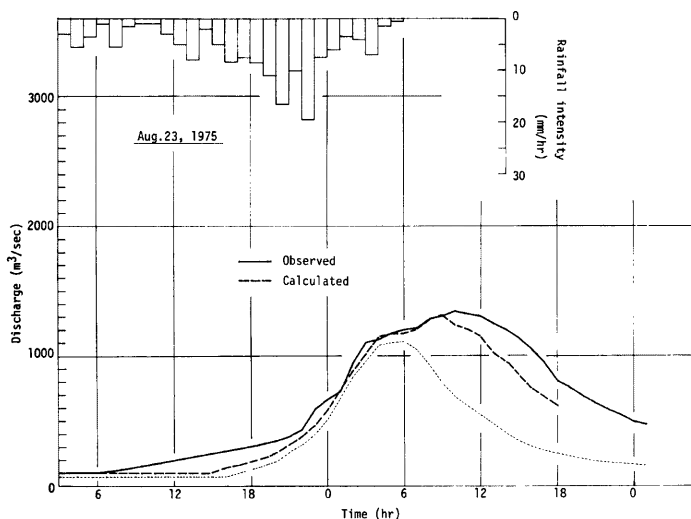


Fig. 26. Comparison between observed and calculated hydrographs.

3.7 ま と め

以上の5流域における計算の諸元を一括して表にしたものが **Table 1** である。

これらの5流域については、いわゆる初期損失量的なものと、二段目のタンクの浸透孔の大きさを除けば、他の構造は全く同じものを用いても、計算結果は実測値に対して良好な一致を示すことがわかった。もちろん、タンクモデルの解は唯一性がなく、他の構造でも充分、あるいはこれ以上の結果が得られると思われるが、ここで示した構造で多くの流域の計算が行えるといえる。

このことは、流域を単位流域に分割すれば、単位流域ごとに洪水流出機構が多少相異していても、河道系における伝播・合流の平均化の効果のため、その平均的なハイドログラフが推定できればよいこと、また、この平均的なハイドログラフを生み出す流出モデルは流域ごとに大差ないことを意味しているものと考えられる。

したがって、流域によって異なる値となる初期損失量的なものと、二段目のタンクの浸透孔の大きさとが、流域のある特性と対応づけられれば、流出計算の総合化へ大きく一步前進できるわけである。

実際問題として、この二つのパラメーターはどちらも第一義的には地質と関係があると考えられるので、まずは地質との関係をさらに多くの流域において検討が必要があると思われる。

もちろん、この二つのパラメーター以外のパラメーターについても、さらに多くの流域において検討を行う必要があることは言うまでもない。

また、「時間遅れ」 TL については、**Table 1** からは初期損失量的なものが大きな値となる時は TL は小さな値となる傾向がうかがえるが、さらに多くの流域について検討を加える必要がありそうである。いずれにしても、「時間遅れ」については、前述のように、単位流域内における斜面方向の伝播・変形過程を近似的に表現するための一要素と考えられるので、その物理的な説明は困難である。

河道における洪水波の伝播速度に関しては、**Table 1** からもわかるように、山地河道に対しては第一次近似として、4.0m/sec 程度の値を用いればよいことがわかる。ただし、馬洗川南畑敷流域におけるように、他の洪水の場合と大きく異なる場合もあり、事例を増してさらに検討を加えたい。

Table 1. The values of parameters used in the calculations.

Name	Drainage area (km ²)	Number of basins	Average area of basins (km ²)	L_1 (mm)	L_2 (mm)	L_3 (mm)	L_4 (mm)	F_1 (hr ⁻¹)
R. Chikugo Kohira	533	37	14.4	40	75	15	15	0.12
R. Basen Minamihatajiki	664	40	16.6	30	60	15	15	0.12
R. Kizu Tsukigase	615	35	17.6	15	60	15	15	0.12
R. Nagara Mino	1076	62	17.4	30	75	5	15	0.12
R. Yuubari Kiyohorobashi	685 (1115)	40	17.1	15	40	15	15	0.12

Name	F_2 (hr ⁻¹)	F_3 (hr ⁻¹)	R_1 (hr ⁻¹)	R_2 (hr ⁻¹)	R_3 (hr ⁻¹)	R_4 (hr ⁻¹)	TL (hr)	ω (m/sec)
R. Chikugo Kohira	0.08	0.01	0.10	0.15	0.05	0.01	0	3.78
R. Basen Minamihatajiki	0.08	0.01	0.10	0.15	0.05	0.01	1	4.18 (2.75)
R. Kizu Tsukigase	0.05	0.01	0.10	0.15	0.05	0.01	1	4.00
R. Nagara Mino	0.04	0.01	0.10	0.15	0.05	0.01	1	4.17
R. Yuubari Kiyohorobashi	0.08	0.01	0.10	0.15	0.05	0.01	2	4.0* 2.5*

* assumption

4. む す び

われわれがこれまでに行ってきた、単位流域を基本単位とする洪水流出システムの考え方の、流出計算法としての実用化、あるいは総合化に関して考察を行ってきたが、得られた成果を要約すれば次のようである。

- 1) 単位流域を結合する河道網系において、単位流域からのハイドログラフに含まれる誤差は、ピークに関して10～40%減衰する。
- 2) 単位流域の流出計算にタンクモデルを用いる場合、多くの流域において、初期損失量的なものと二段目のタンクの浸透孔の大きさを除けば、他のパラメーターの値は同じものを用いてもよいことがわかった。
- 3) 河道における伝播速度としては、洪水を対象とする限り、第一次近似としては4.0m/secを用いることができそうである。

以上の成果については、今後さらに事例を加えて検討を行うが、とくに流域によって異なる値となる二つのパラメーターについては、流域の地質との関係を求め、流出計算の総合化に向けて研究を進めたい。

最後に、資料を提供して頂いた九州地方建設局、中国地方建設局、近畿地方建設局、中部地方建設局、北海道開発局の関係者の方々に深甚の謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 石原安雄・小葉竹重機：洪水ハイドログラフの形成過程に関する研究，京都大学防災研究所年報，第 18 号 B, 1975, pp. 425-435.
- 2) 石原安雄・小葉竹重機：降雨の時空間分布がハイドログラフの波形に及ぼす効果について，土木学会第 31 回年次学術講演会講演概要集，1976, pp. 157-158.
- 3) 石原安雄・小葉竹重機：小流域と大流域からの流出の相互関係，京都大学防災研究所年報，第 17 号 B, 1974, pp. 471-478.
- 4) 石原藤次郎・石原安雄・高埴琢馬・頼 千元：由良川の出水特性に関する研究，京都大学防災研究所年報，第 5 号 A, 1962, pp. 147-173.
- 5) 石原安雄・小葉竹重機：荒川流出試験地における水収支について (2)，京都大学防災研究所年報，第 15 号 B, 1972, pp. 321-331.
- 6) 石原安雄・小葉竹重機：河道系における洪水の集中過程，第 10 回災害科学総合シンポジウム講演論文集，1973, pp. 235-238.
- 7) 菅原正巳：タンク・モデルの自動化 (I)，水利科学，No. 115, 1977, pp. 48-63.

付 録

いま $q(t)$ と $A(t)$ がそれぞれガンマ分布と二項分布によって次式のように表わされるとする。

$$q(t) = \frac{\beta^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha+1)} t^{\alpha} e^{-\beta t} \dots\dots\dots (付 1)$$

$$A(t) = \binom{n}{t} p^t (1-p)^{n-t} \dots\dots\dots (付 2)$$

ガンマ分布と二項分布に従う確率変数の和の分布を，ガンマ分布によって近似する場合の問題を考える。すなわち厳密解 $Q(t)$ と近似解の二次モーメントまでを一致させることによって近似解の定数を定め，誤差評価は三次モーメントの差で表わすことにする。(確率変数の和に関しては，例えば，室田他，「水分量の和に関する統計的研究」，土木学会論文報告集，No. 223, 1974, pp. 23-31)

まず，近似解のガンマ分布の母数 α_* , β_* は，

$$\left. \begin{aligned} \alpha_* &= \frac{\left(n p + \frac{1+\alpha}{\beta}\right)^2}{n p(1-p) + \frac{1+\alpha}{\beta^2}} - 1 \\ \beta_* &= \frac{n p + \frac{1+\alpha}{\beta}}{n p(1-p) + \frac{1+\alpha}{\beta^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (付 3)$$

となる。

つぎに厳密な和を表わす分布の積率母関数を $M(\theta)$ とすれば，

$$M(\theta) = (1-p + p e^{\theta})^n \left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^{-(1+\alpha)}$$

であり，三次モーメントは

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^3 M(\theta)}{d\theta^3}\right)_{\theta=0} &= \left(n p + \frac{1+\alpha}{\beta}\right)^3 + 3 \left(n p + \frac{1+\alpha}{\beta}\right) \left\{ n p(1-p) + \frac{1+\alpha}{\beta^2} \right\} \\ &\quad + n p(1-p)(1-2p) + \frac{2(1+\alpha)}{\beta^3} \dots\dots\dots (付 4) \end{aligned}$$

で与えられる。またガンマ分布の積率母関数を $m(\theta)$ とすれば，三次モーメントは，

$$\left(\frac{d^3 m(\theta)}{d\theta^3}\right)_{\theta=0} = \frac{(1+\alpha_*)(2+\alpha_*)(3+\alpha_*)}{\beta_*^3} = \left(np + \frac{1+\alpha}{\beta}\right)^3 \\ + 3\left(np + \frac{1+\alpha}{\beta}\right)\left\{np(1-p) + \frac{1+\alpha}{\beta^2}\right\} + \frac{2\left\{np(1-p) + \frac{1+\alpha}{\beta^2}\right\}^2}{np + \frac{1+\alpha}{\beta}} \dots\dots\dots (付5)$$

で与えられる。したがって相対誤差 δ_r は (付4) 式と (付5) 式との差

$$np(1-p)(1-2p) + \frac{2(1+\alpha)}{\beta^3} - \frac{2\left\{np(1-p) + \frac{1+\alpha}{\beta^2}\right\}^2}{np + \frac{1+\alpha}{\beta}}$$

と、(付4) 式との比によって表わされる。

δ_r の変化の様子を調べたものが Fig. 27 である。この図はガンマ分布あるいは二項分布のいずれか一方の母数を固定しておいて、他方の母数を変化させた時の様子を表わしたものである。縦軸は相対誤差 δ_r 、横軸は α 、または n である。実際の洪水を対象とする場合のように、(付1) 式の α の値が 5.0 程度より大きく、 β が 1.0 より小さいと、相対誤差 δ_r は 0.5% 以下になる。すなわち、 $q(t)$ 、 $A(t)$ がそれぞれガンマ分布、二項分布によって表わされ、 α 、 β の値がこのような範囲の場合には、 $Q(t)$ はガンマ分布によって近似的に表わされることになる。

結局、 $Q(t)$ は (付3) 式の母数をもつガンマ分布で近似的に与えられ、そのピークの位置と大きさはそれぞれ、

$$t_p = \frac{\alpha_*}{\beta_*} \dots\dots\dots (付6)$$

$$Q_p = \frac{\beta_* \alpha_*^{\alpha_*}}{\Gamma(\alpha_* + 1)} e^{-\alpha_*} \dots\dots\dots (付7)$$

で与えられることになる。

ガンマ関数の漸近展開に関する Stirling の公式、

$$\Gamma(\alpha) = \alpha^{\alpha-1/2} e^{-\alpha} \sqrt{2\pi} \left(1 + \frac{1}{12\alpha} + \frac{1}{288\alpha^2} - \frac{139}{51840\alpha^3} \dots\dots\dots\right)$$

によれば α の値が 5.0 程度の値になればカッコ内の第二項以下は無視しても、それによる誤差は 1% 程度であるから、上式のカッコ内を 1 として、これを (付7) 式の Q_p に用いれば

$$Q_p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \beta_* \alpha_*^{\alpha_*-1/2} \dots\dots\dots (付8)$$

となる。(付3) 式の α_* 、 β_* を (付1)、(付2) 式の各々の平均値 μ_q 、 μ_A 、分散 σ_q^2 、 σ_A^2 で表わすと

$$\left. \begin{aligned} \alpha_* &= \frac{(\mu_q + \mu_A)^2}{\sigma_q^2 + \sigma_A^2} - 1 \\ \beta_* &= \frac{\mu_q + \mu_A}{\sigma_q^2 + \sigma_A^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (付9)$$

であるから、 t_p 、 Q_p は

$$t_p = \mu_q + \mu_A - \frac{\sigma_q^2 + \sigma_A^2}{\mu_q + \mu_A} \dots\dots\dots (付10)$$

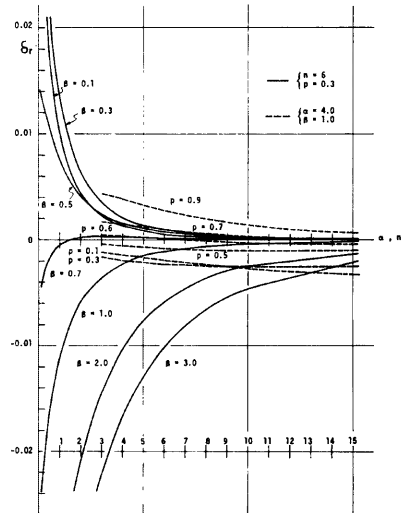


Fig. 27. Relative error.

$$Q_p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\mu_q + \mu_A}{\sigma_q^2 + \sigma_A^2} \right) \left\{ \frac{(\mu_q + \mu_A)^2}{\sigma_q^2 + \sigma_A^2} - 1 \right\}^{-1/2} \dots\dots\dots (付11)$$

と表わされる。