

動的リスク指標としてのマーケットモード

成城大学 経済学部 増川 純一¹

日本大学 理工学部 相馬 亘

国立情報学研究所 福田 健介

ロンドン証券取引所の、FTSE100 指数を構成する銘柄に対する、対数収益率時系列の主成分分析を行った。期間は、米国発のサブプライム危機の余波で市場に大きな変動がみられる、a. 2007 年 5 月～2008 年 7 月までの 15 ヶ月間と、比較のため、b. 2004 年 6 月～12 月の二つで行った。1 分間隔の対数収益率時系列により、日毎に主成分分析を行ったところ、期間 a では、第一主成分（マーケットモード）に対応する固有値に 1 ヶ月程度の有意な自己相関と、日次収益率の大きさとの系列相関が観測された。この事を利用して、価格変動リスクの新たな動的指標を提案する。

1 研究の背景

ヒストリカル・ボラティリティや VaR など、従来のリスク指標は、個々の資産やポートフォリオの過去の価格変動の統計に基づいて決定される。そこでは、銘柄間、ポートフォリオ間の相関や、自己相関などの依存性は捨象されている。また、その値は、日々のデータの蓄積によりアップデートされるので、変化はゆっくりとしていて、市場が大きく変動している局面では、市場の変化に追従できない。それどころか、大規模な価格変動は、外れ値であって、異なる統計性を持っており、過去の変動からの外挿は適切ではない [1]。

そのような予測不可能な大規模な価格変動はどうして起こるのであるだろうか？経済学の主流の考え方では、市場は効率的に情報処理を行うので、過去に起きた資産価格に影響を与える出来事は、すべて、既に価格に織り込み済みである。従って、当該資産を保有する事によって将来もたらされる収益に影響を与えるニュースによってのみ価格は動き、ビッグ・ニュースはそれに応じた大きな価格変動をもたらす、はずである。しかしながら、株価が 20 % 以上も下落した、1987 年のブラックマンデーを引き起こしたニュースが特定できないように、ほとんどの歴史的な価格変動は要因となったニュースが特定できない、という報告もある [2]。そこで、何が価格変動の要因となったかという犯人探しの発想から脱却し、ニュースは大規模な価格変動の引き金にすぎないと考えてみる事にする。大規模な価格変動は、市場が「群れ行動が起こりやすい状態」にある時に、内生的、外生的要因により引き起こされると考えるのである。そうであったとすれば、そのような不安定な状態は検知可能なのであろうか？

¹E-mail:maskawa@seijo.ac.jp

ここでは、ロンドン証券取引所の、FTSE100 指数を構成する銘柄に対する、株価対数収益率時系列の主成分分析を行った。データ期間は、a. 2007 年 5 月～2008 年 7 月までの 15 ヶ月間と、b. 2004 年 6 月～12 月の二つである。データ期間 a はバリパシヨック（2007 年 7 月）、ノーザンロック銀行の国有化（2007 年 9 月）、JP モルガンによるベア・スターンズ（2008 年 3 月）の買収など、米国発のサブプライム危機の余波で起こった出来事によって、市場が大きく動揺した時期である。一方、データ期間 b は、市場が比較的穏やかだった時期であり、比較のために用いた。午前 8 時から午後 4 時半までのザラバにおける 1 分間株価対数収益率の時系列に対して、日毎に主成分分析を行ったところ、期間 a では、第一主成分（マーケットモード）に対応する固有値に 1 ヶ月以上にわたる有為な自己相関と、日次収益率の大きさとの系列相関が観測された。この事を利用して、価格変動リスクの新たな動的指標を提案する。

2 主成分分析

FTSE100 指数を構成する銘柄は結構頻繁に入れ替わる。また、上場廃止も起こる。それぞれのデータ期間で、途中からも含めて構成銘柄にリストされたもののうちで、期間を通して上場されていた銘柄が、期間 a. では 111 銘柄、期間 b. では 99 銘柄あった。それらの銘柄の正規化した 1 分間隔の対数収益率時系列の主成分分析を行った。データは、午前 8 時から午後 4 時半までのザラバで採取した。ただし、寄り付きから 30 分のデータは含めていない。図 1 は相関行列の固有値分布である。ほとんどの固有値は、ランダム行列理論 [3] から予測される領域内にあるが、いくつかの固有値はそこから乖離している。

ここでは、最大固有値とその固有ベクトル（第 1 主成分）のみに注目して、その性質を述べる。最大固有値の固有ベクトル成分の分布は、ランダム行列理論から予測される正規分布に比べて、一点の周りに集中した分布になっている。このことから、第 1 主成分は市場全体の重心運動を表すと考えられ、マーケット・モードと呼ばれる。

また、図 2 に示したように、1 日分の時系列から、日毎に求めた最大固有値は、1 ヶ月以上にわたる有意な自己相関を持つ。図 3 には比較のために、データ期間 b. における最大固有値の自己相関関数を示した。この期間では、自己相関は見られない。

また、期間 a では、最大固有値と FTSE100 指数の日次対数収益率の大きさとの系列相関がやはり前後 10 日程度存在するが（図 4）、期間 b では見られなかった（図 5）。

3 動的リスク指標

前節で述べた分析結果から、対数収益率時系列の第 1 主成分（マーケット・モード）の固有値は、市場の動揺を反映して、ボラティリティと相関を持つようである。そこで、最大固有値により条件付けされた、すべての銘柄をプールしたデータの、1 日あたりの平均 60 分対数収益率の大きさの確率分布 $P(Abs(E(logreturn_{60min})) > s | \lambda_{max} > t)$ を調べた（図 6）。この結果から、最大固有値が大きいほど、当日に大きな変動が起きる確率が高まっているのがわかる。最大固有値は、

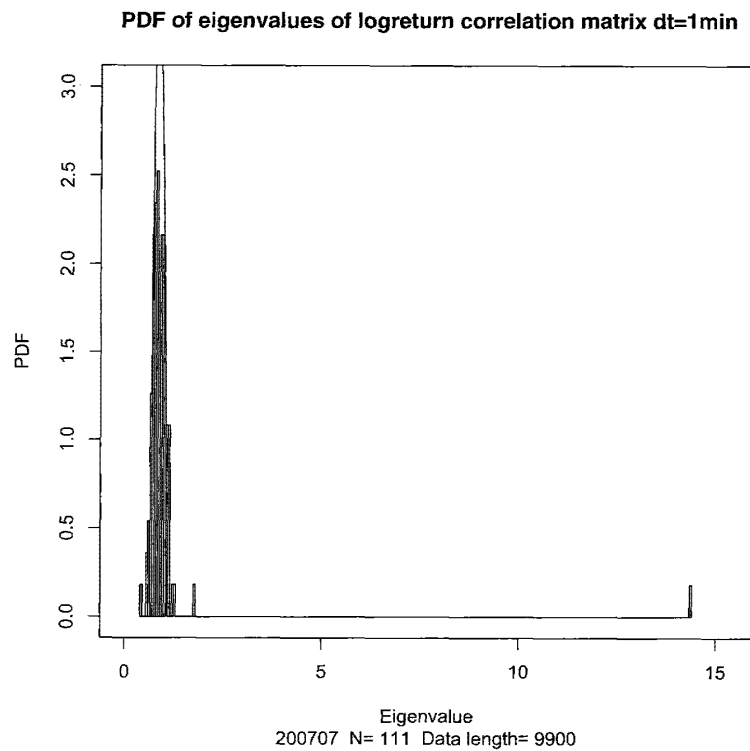


図 1: 相関行列の固有値の確率密度分布。2007 年 7 月分のデータを用いた。銘柄数は 111 で、時系列の長さは 9900 である。実線は、この条件で、ランダム行列理論から予測される分布。

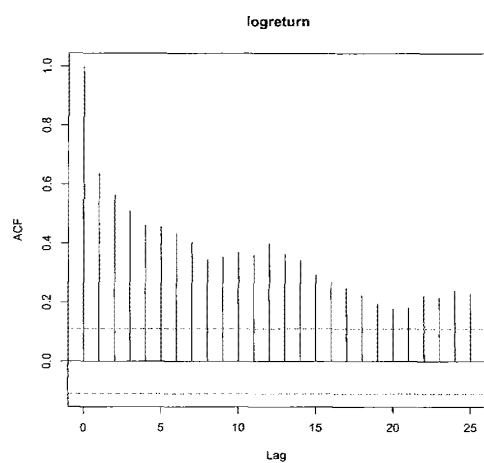


図 2: データ期間 a における相関行列の最大固有値の自己相関関数。

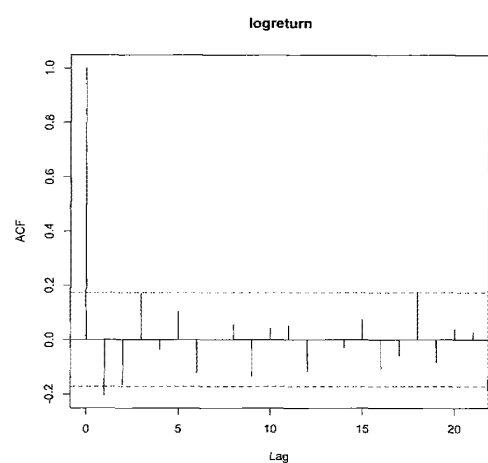


図 3: データ期間 b における相関行列の最大固有値の自己相関関数。

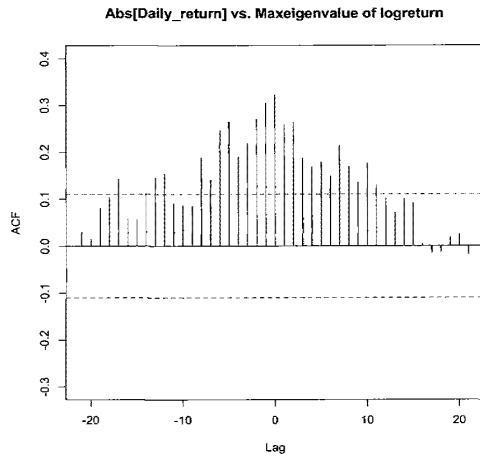


図 4: データ期間 a における相関行列の最大固有値と日次対数収益率の大きさとの系列相関。

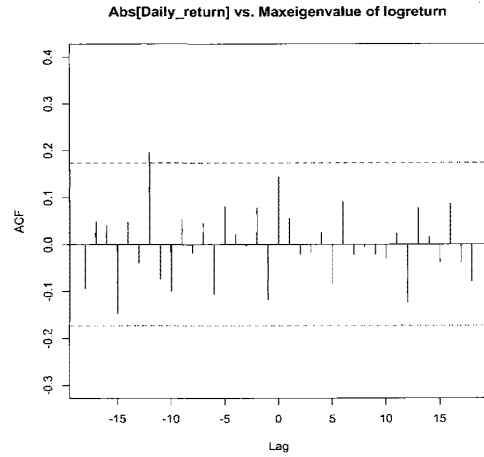


図 5: データ期間 b における相関行列の最大固有値と日次対数収益率の大きさとの系列相関。

1 ヶ月程度の自己相関を持っているので、この値が大きくなるようであれば気をつけた方が良い。大きな変動が起きる確率が高まっていると見なせるからである。最大固有値のダイナミクスが詳しく分かれば、市場参加者の群れ傾向の予報に使えるが、これは今後の課題としたい。

謝辞

本研究は科研費（20510153）の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] A. Johansen and D. Sornette, *Journal of Risk* **4** (2001), 69;
F. Lillo and R. N. Mantegna, *Eur. Phys. J. B* **15** (2000), 603.
- [2] D. M. Culter et al., *Journal of Portfolio Management*, **15** (1989), 4.
- [3] M. L. Mehta, *Random Matrices*, New York Academic Press, New York, (2004).

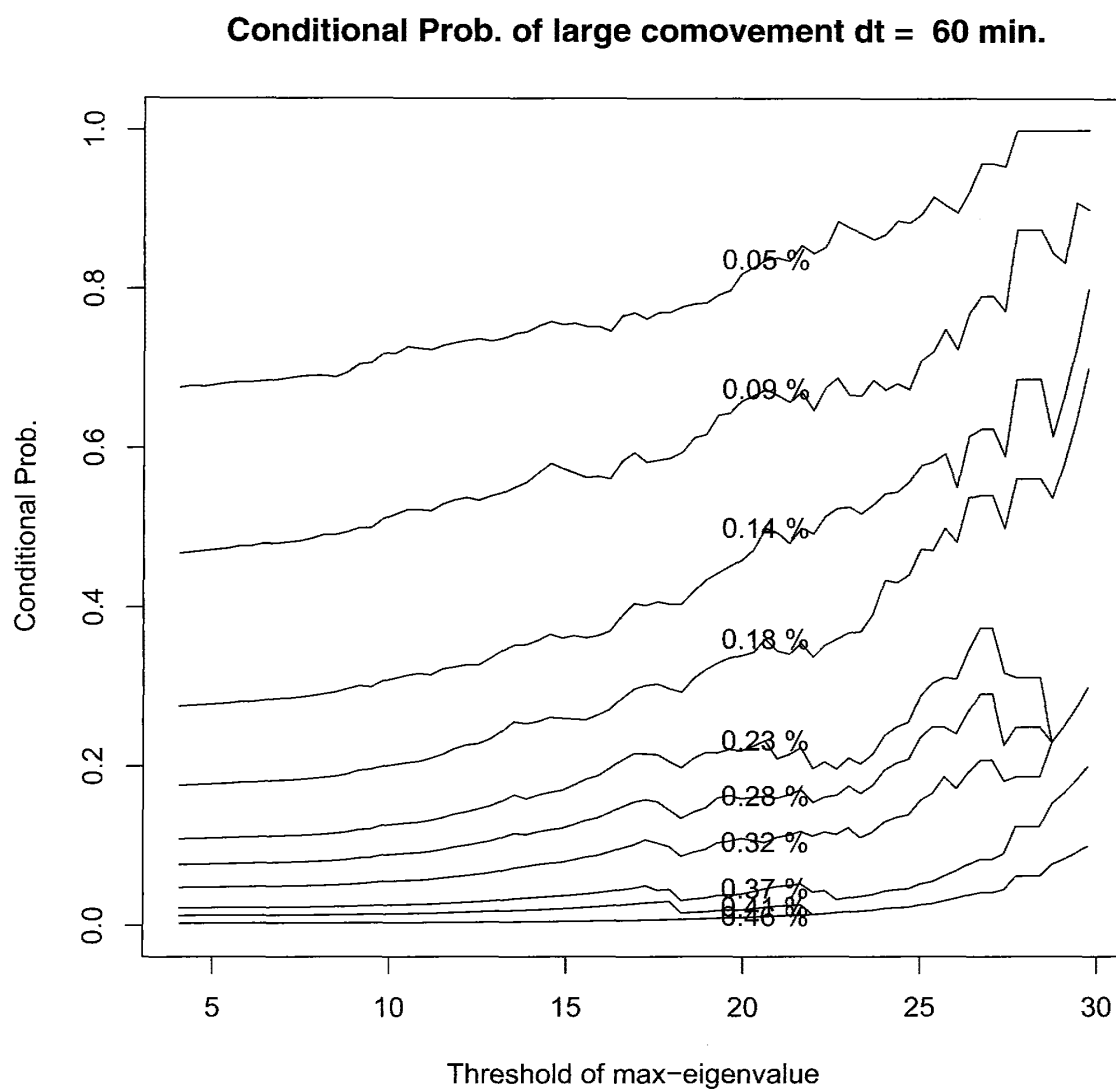


図 6: 条件付き確率 $P(Abs(E(logreturn_{60min})) > s | \lambda_{max} > t)$ 。横軸は、最大固有値の閾値 t 。各曲線に平均 60 分対数収益率の大きさの下限 s を付与した。データ数が 10 個以上の場合のみ表示した。