

有限量子系における音波について

都立大理 鈴木 徹

Abstract 有限量子多体系の平衡状態近傍の微小振動に関して、原子核とボーズ・アインシュタイン凝縮原子系を念頭において、簡単な Introduction を行なう。

無限系 vs 有限系

多体問題の教科書ではほとんどの場合無限一様系における記述が中心で、有限な系は具体的な応用例として挙げられることが多い。前者の場合、一粒子の波動関数が平面波であること、準位密度が連続であること、自由度が無限であるため自発的に対称性が破れた状態が固有状態となること、等の特徴がある。(孤立系での重心運動や非束縛状態を度外視すれば) 有限の系ではこれらの特徴が一般に成立せず、解析的な取り扱いが困難になるばかりでなく、一般には無限系での種々の概念の適用可能性やその拡張を検討する必要がある(例えば、Goldstone の定理における長波長極限など)。しかし当然ながら両者には一定の対応が見られる。例えば図 1 のエネルギー移行 (ω) 及び運動量移行 (q) における密度応答関数

$$W(q, \omega) = \sum_f |\langle f | \sum_i e^{iqr_i} | g.s. \rangle|^2 \quad (1)$$

を見ると、状態が離散的になることを除けば、無限系と有限系で大局的な共通性が見られる。短波長で表面の影響が相対的に小さくなればこの共通性は一層顕著になる。実際、高い q では個々の構成粒子による「準自由散乱」が主要となり、応答関数は $\omega = \frac{q^2}{2m}$ でピークを持つ。図 2 に、量子力学の二次元非調和振動子に対する応答関数の例を挙げる [2]。多体系との大きい違いは準位密度に現れるが、高い q でのピーク近傍の構造は共通であることが、スケーリング的な分析からわかる。

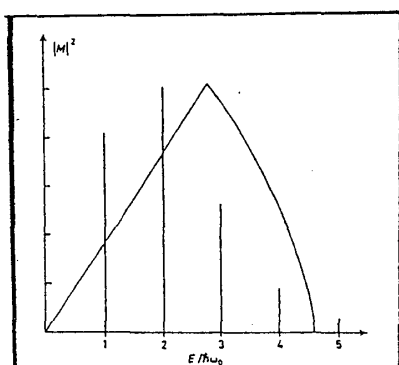


図 1: q = 一定におけるフェルミガスと有限系 (^{40}Ca) の応答関数の比較 [1]。

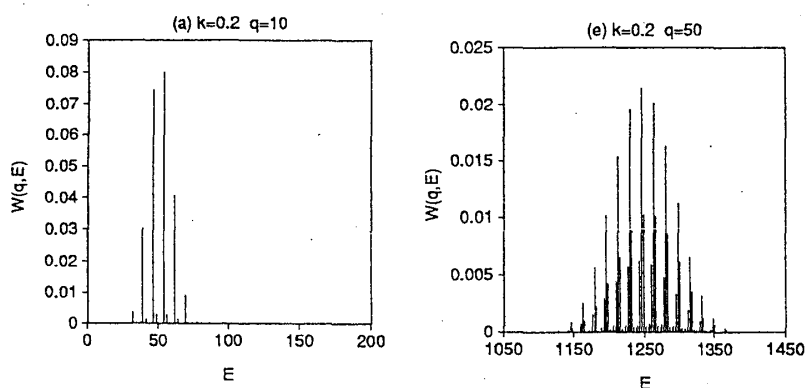


図 2: 非調和振動子における応答関数。低い q および高い q での比較 [2]。

有限系の振動運動

次に基底状態近傍の振動運動を考える。振動運動を調べる動機としてあげられるのは、

- i) 観測で顕著にあらわれる低励起構造である。(主に長波長のコヒーレントな構造)
- ii) 系の物質のダイナミカルな性質と関連している。例：圧縮型振動と非圧縮率の関係。
- iii) 物質内における(有効)相互作用の種々の成分の性質を反映する。
- iv) 理論的模型に含まれない種々の効果(新しい自由度、対称性の破れ、等)の検証。
- v) 振動の減衰機構の研究。強度のゆらぎやモード間結合の研究。

などがある。これらは励起エネルギー、集団励起の強度やその和則、幅、などの観測量としばしば直接に結びついている。

励起状態は種々の量子数を担っているが、平衡点近傍の微小振動を実質的に特徴づけるのは、基底状態との量子数の「差」である。例えば球対称な基底状態であれば、振動励起を特徴づけるのは、角運動量差 Δl 、動径ノードの差 Δn 、スピン変化 Δs 、(アイソスピン変化 $\Delta \tau$) 等々である。励起エネルギーや強度分布は、基底状態の性質や相互作用の性質を強く反映し、これらの量子数によって一般に大きく変化する [3]。粒子間相関の効果が強く、振動励起が十分集団的であれば、マクロスコピックな集団変数を用いた記述により、励起の特徴が調べられる [1]。より一般に、ミクロに振動を記述するには、RPA 方程式あるいは Bogoliubov-de Gennes 方程式が用いられるが、いずれも平衡状態からの全ての方向へのゆらぎを二次の範囲で取り入れ基準振動を求めるものである(後者でも、秩序変数にかかわる成分のゆらぎを考慮することにより、粒子数保存条件が摂動的に取り入れられる)。自由度と量子数に関する以上の考え方には、Landau のフェルミ液体論における準粒子概念の成立が基礎になっている。

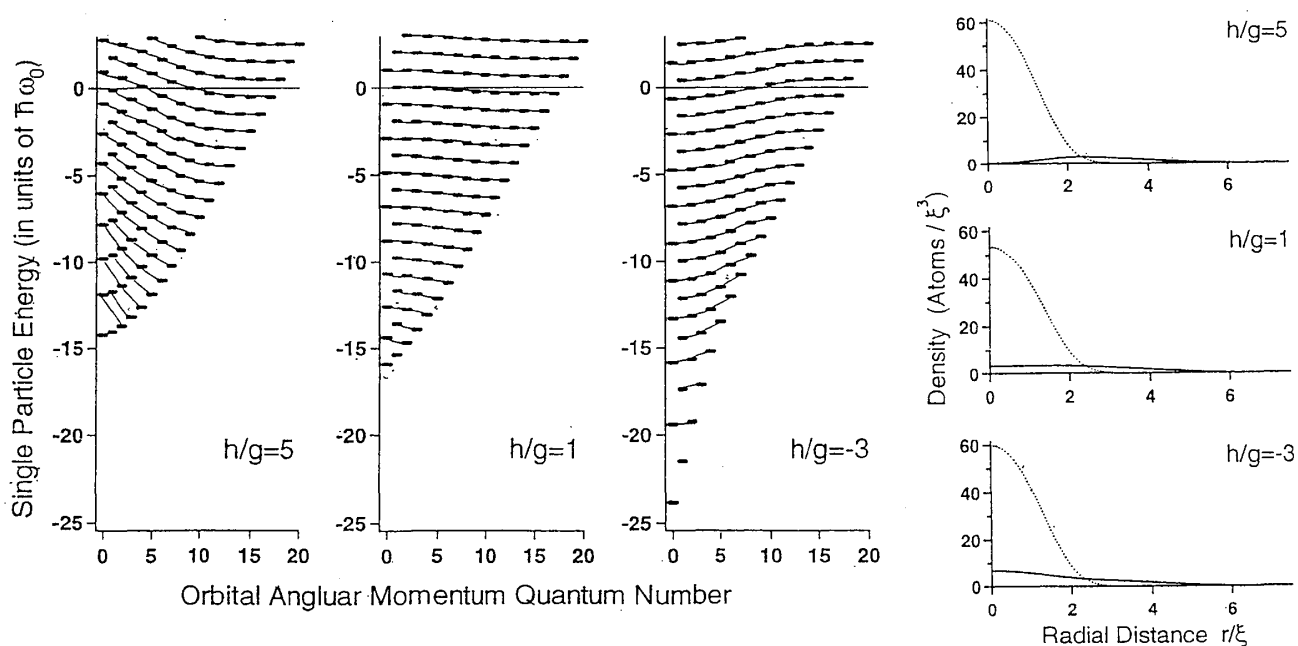


図 3: (右図) ボーズ・フェルミ混合系における密度分布。実線はフェルミ粒子、点線はボーズ粒子。(左図) フェルミ粒子の一粒子状態エネルギーを横軸を角運動量として示す。

粒子の感ずる平均ポテンシャルと表面振動との関連をミクロに調べる例を図3に示す[4]。これはボーズ・フェルミ混合原子ガスにおいて、粒子の密度分布(右図)が、フェルミ粒子の一粒エネルギーに与える影響を、いくつかのボーズ粒子・フェルミ粒子間相互作用の強さ(h)に対して示したものである(横軸は一粒状態の角運動量)。強い斥力($h/g = 5$)と引力($h/g = -3$)では、ボーズ粒子の存在する中心部でのポテンシャルに大きい違いがあり、これが角運動量の小さい一粒状態に大きく影響している。系の素励起はフェルミ面($E = 0$)下の占有粒子が上の非占有状態へ移動することによる。単極子($\Delta\ell = 0$)励起は図の垂直方向への励起であり、これはポテンシャルの形によらずほぼ同一であって、フェルミ粒子間の相互作用があれば非常に集団的な励起を引き起こす。この励起は動径ノードの変化 $\Delta n = 1$ を伴うので、単極子振動は圧縮型振動である。(ボーズ粒子との同位相振動運動は基底状態の不安定性を引き起こす[5]。)これに対して角運動量が有限の振動運動は図の左右方向への移動を含むので、ポテンシャルの形に影響されやすい。同時に、(一般には集団的ではないが)低い励起エネルギーをもつ状態があらわれることが予想される。構成粒子がスピンをもつ場合には、スピン・軌道相互作用などによる一粒状態への効果がスピンを含む振動に大きく影響する(原子核のガモフ・テラー振動など)。

原子核 vs. 極低温有限原子気体

長い歴史をもつ原子核の研究では、上に揚げた種々の量子数で特徴づけられる多様な振動運動が観測されており、最近では不安定領域の原子核に見られるような基底状態に対応して、ソフトな双極子振動など新しい型のモードも研究されて来ている。一方トラップされた極低温原子気体では、外場を変動させて直接振動を観測することにより、種々の多重極振動が観測されている[6]。今後は内部(スピン)自由度に関わるような振動や、例えば位相分離した基底状態からの振動など、新たな観測が期待される。有限量子系を特徴づける種々の量を、原子核とトラップされた極低温原子気体(ボーズ・アインシュタイン凝縮系)について比較すると、ダイナミックスに関わる量に大きい違いがあることが注目される。例えば、密度 ρ と s 波散乱長 a から得られる無次元量 ρa^3 は、 $\ll 1$ (原子気体)あるいは $\gg 1$ (原子核)となり、相関の強さが圧倒的に異なることを示している(後者は強相関係であり、 a を用いるのは単なる目安)。それにも拘わらず観測される集団振動モードのふるまい(例えば粒子数による励起エネルギーの変化)に相似が見られるのは、少数のマクロ(長波長)な集団変数によって記述されるため、注目する物理量によっては絶対的スケールが因子化されてしまうからであるかもしれない。

- [1] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear Structure* Vol.2; B.R. Mottelson, Varenna Lecture.
- [2] H. Aiba and T. Suzuki, Phys.Rev.E63(2001)026207.
- [3] T. Suzuki, Prog.Part.Nucl.Phys.11(1984)597.
- [4] T. Sogo et al., preprint. 十河：本研究会報告参照.
- [5] T. Miyakawa, T. Suzuki and H. Yabu, Phys.Rev.A62(2000)063613; ibid.A64(2001)033611.
- [6] W. Ketterle, in 'Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases', M. Inguscio et al. eds., (IOS Press, 1999).