

渦系に関する理論的考察

磯島知也, 町田一成 1999 年 2 月 23 日

Bogoliubov 理論での渦状態の安定性

この研究の目的は, アルカリ原子気体などの一成分ボーズ凝縮体において, 渦状態がどのような場合に安定に存在し得るかを明らかにすることである。実際の計算のための仮定として, 円筒対称, 軸方向の閉じ込めは考えないボーズ粒子系を考える。半径方向の閉じ込めについては各々触れていく。

この粒子系のハミルトニアンは良く知られているが, そのハミルトニアンを元に, さらに系の角速度を考慮に入れた項を含める。それを元に Bogoliubov 方程式を導く。この方程式は, 凝縮体の空間分布とエネルギー準位と, さらに, 多数の素励起の空間分布とエネルギー準位とを算出するものである。

渦状態の安定性として, 以下の二種類を考える。

- global stability

渦無し状態と, 渦有り状態との, 全エネルギーの比較により定義される。

- local stability

凝縮体と, 最低の素励起との, エネルギー準位の比較により定義される。

角速度 ω や, 温度の変化によって, この二種類の安定性は変化する。その変化を, 定量的に数値計算によって評価する。

閉じ込めポテンシャルなどの条件は,

- 井戸型ポテンシャル

- 調和型ポテンシャル

- 調和型ポテンシャル, 有限温度

- 調和型ポテンシャルの中心部にガウシアン型の斥力ポテンシャルを加える

である。

井戸型ポテンシャル

この状況では, 渦状態には local stability も, global stability も, 無いことを指摘した。つまり, 渦状態は不安定。ただし, 系の半径が非常に大きくなってくると, local stability を正確に知ることは難しくなってくる。

調和型ポテンシャル

この形のポテンシャルに閉じ込められた系は、無次元量 an_z で特徴づけられる。この an_z を広い範囲で変化させて、local stability と global stability のそれぞれについて、その安定性が満たされる、角速度 Ω の臨界値を算出し、図示した。

調和型ポテンシャル、有限温度

角速度 Ω を入れないときの、有限温度での local stability の考察 (Popov 近似による) をした。絶対零度の場合には渦の中心は密度が低くなっており、そこに局在する素励起のエネルギーは非常に（凝縮体のエネルギー準位より）低くなることができた。つまり、local stable に、ならなかった。しかしながら、有限温度では非凝縮体が渦の中心の穴を塞ぐので、コア局在状態のエネルギーが上がり、ある程度の温度で local stable になる。

調和型ポテンシャル + ガウシアン型斥力

調和型 + ガウシアン型のポテンシャル $V(r) = \frac{1}{2}kr^2 + V_0e^{-\frac{r^2}{2r_0^2}}$ による閉じ込めの場合、 $\Omega = 0$, $T = 0$ でも、 V_0 が大きければ local stable になる。

発表中で、凝縮体と最低素励起との波形、素励起のエネルギーも図示した。

まとめ

各種の条件の元で、二種類の渦の安定性の条件を求めた。

- global stability
温度を考えない場合を扱った。井戸型ポテンシャルと、調和ポテンシャルのどちらでも、ある角速度 Ω までは、渦状態は global に不安定。
- local stability
井戸型ポテンシャルと、調和ポテンシャルのどちらでも、ある角速度 Ω までは、渦状態は local に不安定。また、温度の効果やポテンシャルの変形によって local に安定にすることができる。

なお、本発表は以下の論文の内容を再構成したものである。

T. Isoshima and K. Machida, J. Phys. Soc. Jpn, **66**, 3502 (1997);

To be published in Phys. Rev. A **59**, 2203 (1999) (cond-mat/9807250);

To be published in J. Phys. Soc. Jpn 1999 Feb. (cond-mat/9811367);

Submitted to Phys. Rev. A (cond-mat/9903002).