

プラズマ乱流と異常輸送

核融合科学研究所 洲鎌英雄 (Hideo Sugama)

京大ヘリオトロン 若谷誠宏 (Masahiro Wakatani)

1. はじめに

制御熱核融合を目的とした磁場による高温プラズマ閉じ込めの研究は第二次世界大戦後に日米欧ソ各国で始まり、昨年にはイギリスのカラム研究所にある大型トカマク装置 J E T (Joint European Torus) において史上初の重水素・三重水素を用いた燃焼実験が行われるまでに至った。磁場によるプラズマ閉じ込め方式にはトーラス型と解放端を持つミラー型とがあり、トーラス型の中でもトカマク・R F P 等のプラズマ内部電流により閉じ込めに必要な磁場を生成する軸対称系とステラレーター・ヘリオトロン等の外部ヘリカル・コイルにより磁場を生成する非軸対称系の分類がある。現在、文部省核融合科学研究所では岐阜県土岐市に非軸対称系では世界最大の実験装置となる L H D (Large Helical Device) を建設中であり、1997 年からの実験開始を予定している。

磁場閉じ込め核融合プラズマにおける最も重要な問題の一つはプラズマ粒子やエネルギーの「異常輸送」¹⁾の機構の解明である。プラズマの輸送に関する理論としては古典・新古典輸送理論と呼ばれる粒子間のクーロン衝突に基づく運動学的理論があるが、殆ど全ての磁場閉じ込めプラズマ実験装置において古典・新古典理論の予想を遙かに上回って磁場を横切る粒子・エネルギーの輸送が観測されており、異常輸送と呼ばれている。異常輸送

現象の解明及びその低減は、将来の核融合炉の設計等の工学的観点からも、またプラズマ物理における理論的観点からも大きな関心を集めている。一般に、異常輸送はプラズマの持つ様々な不安定性から生ずる乱流による輸送の増加であると考えられている。実際、トカマクやステラレーター等の実験装置では特に周辺プラズマ領域において顕著な異常輸送と大きな密度や静電ポテンシャルの揺らぎ $\tilde{n}/n_0 = O(1)$ 、 $e\tilde{\phi}/T_e = O(1)$ (n_0 及び $\tilde{n}$ はそれぞれ密度の平均及び揺動部分、 $\tilde{\phi}$ はポテンシャル揺動、 e は電子電荷、 T_e は電子温度) が観測され、プラズマは特に周辺領域で強い乱流状態にある。また、トカマクにおいて H-モードと呼ばれる良好な閉じ込め状態が観測され、H-モード遷移が起こると、粒子・エネルギーの輸送の減少と同時に乱流揺動レベルの低下やさらにトーラスの小半径方向の電場及びそれに伴うポロイダル方向の $E \times B$ プラズマ・シアー・フローが現れることが確認された²⁾。これが契機となってプラズマ中の電場あるいはシアー・フローと乱流揺動・異常輸送の減少の相関が多くの実験・理論双方の研究者の注目を集めている³⁾。このように異常輸送は核融合プラズマ研究の最も重要かつ活発な分野の一つであるだけでなく、広い意味での非線形・乱流現象の物理の研究対象としても興味深いものである。

以下では、ステラレーター・プラズマの周辺乱流を記述する流体モデル方程式を使ってシミュレーションを行い、ポテンシャル・密度揺動のスペクトルや電場の効果について論ずる。

2. モデル方程式

ここではステラレーターの周辺プラズマを想定し、曲率とシアーを持つ磁場及び密度勾配が存在する場合の静電的（即ち磁場揺動は無視される）かつ抵抗性プラズマの乱流を

取り扱う。この場合、流体モデル方程式は以下のように表される⁴⁾。

$$\frac{d}{dt}\nabla_{\perp}^2\phi = \frac{1}{\nu}\nabla_{\parallel}^2(n-\phi) + \nabla n \times \nabla\Omega \cdot \hat{z} + \mu\nabla_{\perp}^4\phi \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}(n+\bar{n}) = \frac{1}{\nu}\nabla_{\parallel}^2(n-\phi) + \nabla(n-\phi) \times \nabla\Omega \cdot \hat{z} + D_{\perp}\nabla_{\perp}^2n. \quad (2)$$

ここでは、トーラス・プラズマを円柱配位 (r, θ, z) で近似している。各変数は無次元量に規格化してあり、 $\phi(\equiv e\phi/T_e)$ は静電ポテンシャル、 $n(\equiv \tilde{n}/n_0)$ は密度揺動、 $t(\equiv \Omega_i t)$ 時間、 $r(\equiv r/\rho_s)$ は半径方向の位置、 $z(\equiv z/\rho_s)$ はトロイダル方向の位置、 $\nu(\equiv \nu_e/\Omega_e)$ は電子の衝突周波数、 $\mu(\equiv \mu/(\Omega_i \rho_s^2))$ は粘性係数、 $D_{\perp}(\equiv D_{\perp}/(\Omega_i \rho_s^2))$ は拡散係数を表す。また、ラーマー半径 $\rho_s = c_s/\Omega_i$ ($c_s = \sqrt{T_e/m_i}$ 、 $\Omega_i = eB_0/m_i$) を定義した。 $\bar{n} = \bar{n}(r)$ は半径方向に勾配を持つ平均密度分布を表す。(1)、(2) 式において

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} - \nabla\phi \times \hat{z} \cdot \nabla \quad (3)$$

$$\nabla_{\perp}^2 \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \theta^2} \quad (4)$$

$$\nabla_{\parallel} \equiv \frac{\partial}{\partial z} + \nabla\psi_0 \times \hat{z} \cdot \nabla \quad (5)$$

である。(3) 式は対流微分を表す。速度場は $E \times B$ ドリフトで与えられるため、静電ポテンシャルが速度場の流れ関数になっている。(5) 式はシアー磁場方向の微分を表す。トロイダル即ち θ 方向の磁場成分は次式で与えられる磁束関数 ψ_0 によって表されている。

$$\psi_0 = - \int_0^r r \iota(r) dr \quad (6)$$

ここで $\iota(r)$ は磁力線のヘリカル・ピッチを表し回転変換と呼ばれる。シアー磁場においては ι は r とともに変化する。

(1) 及び (2) 式において $\nabla\Omega = (d\Omega/dr)\hat{r}$ はステラレーターのヘリカル磁場の平均曲率を表し、それに伴う遠心力と密度勾配 $d\bar{n}/dr$ 及び衝突周波数 ν によって不安定性が生じ

乱流が引き起こされる。ポロイダル θ 及びトロイダル z 方向に $\exp i(m\theta - nz/R)$ の形で変化する線形不安定性はシアー磁場中では磁力線方向の波数が 0 となる $\iota(r) = n/m$ を満たす有理面 r の近傍に局在する。図 1 は例として $\iota = 1$ の有理面近傍に局在する $(m, n) = (1, 1)$ の線形不安定性のポテンシャル・密度揺動の固有関数を表す。図 2 は $\mu = D_{\perp} = 0$ の場合の $(m, n) = (1, 1)$ 線形不安定性の固有周波数 $\omega = \omega_r + i\omega_i$ の衝突周波数 ν に対する依存性を表す。衝突周波数の増大とともにボルツマン分布 $n \sim \phi$ からのズレが大きくなり線形成長率 ω_i は大きくなる。

3. シミュレーション結果

方程式系 (1) 及び (2) の数値シミュレーションを行った。ポテンシャル・密度揺動は θ, z 方向には次式のようにフーリエ展開され、 r 方向には差分化され中心 $r = 0$ から表面 $r = a$ まで 100 メッシュに等分割された。

$$\phi = \sum_{m,n} \phi_{mn} \exp \left[i \left(m\theta - \frac{nz}{R} \right) \right] \quad (7)$$

$$n = \sum_{m,n} n_{mn} \exp \left[i \left(m\theta - \frac{nz}{R} \right) \right] \quad (8)$$

時間積分において、背景密度分布 $\bar{n}(r) = n_{00}(r)$ は $\bar{n}(r) = 0.9[1 - (r/a)^2] + 0.1$ のように固定することによって常に揺らぎにエネルギーが供給されるようにした。また $|m| < 20$ 、 $|n| < 20$ のモードが計算に含められた。磁力線の回転変換は $\iota(r) = 0.51 + 0.39(r/a)^2$ とした。 (m, n) モードが局在する $\iota(r) = n/m$ の有理面の位置が図 3 に示されている。初期時刻 $t = 0$ において $(m, n) = (2, 1)$ 及び $(m, n) = (3, 2)$ のモードに小さな摂動を加えた。時間とともに両モードは成長し、やがて非線形モード結合により他の多くのモードも励起され、大きな波数モードでは粘性 μ 及び拡散係数 $D_{\perp}$ が働き、十分な時間ステップの後、定常乱流状態が得られた。

定常乱流状態におけるポテンシャル・密度揺動が衝突周波数 ν の値の違いによってどのように変化するかに着目した。衝突周波数の小さな場合と大きな場合の結果を以下に示す。衝突周波数の小さな場合 ($\nu = 2.1 \times 10^{-4}$) のポテンシャルと密度のポロイダル・モード数スペクトル $E_m^\phi = \sum_n \int |\phi_{mn}|^2 dV$ 、 $E_m^n = \sum_n \int |n_{mn}|^2 dV$ を図4に示す。この図から明らかなように、密度とポテンシャルはほぼ同じスペクトルを持ちボルツマン分布 $n \sim \phi$ に近いことがわかる。(1) 及び (2) 式に含まれる $\nu^{-1} \nabla_{||}^2 (n - \phi)$ の項からボルツマン分布からずれることが許されるのはモード有理面近傍の幅 $\Delta \propto (\nu \omega)^{1/2}$ (ω は揺らぎの特徴的周波数) の中だけであり、衝突周波数の減少とともに Δ は小さくなりボルツマン分布により近づくことがわかる。同じ場合のポテンシャルと密度の実空間分布が図5に示されている。この図からもポテンシャルと密度の揺らぎがよく対応していることがよくわかる。

衝突周波数の大きな場合 ($\nu = 1.05 \times 10^{-2}$) のポテンシャルと密度のスペクトルと実空間分布をそれぞれ図6、7に示す。これらの図からわかるように、密度のスペクトルはポテンシャルのスペクトルに比べてかなり高波数領域まで広がっている。この場合、(1) 及び (2) 式において $\nu^{-1} \nabla_{||}^2 (n - \phi)$ の項は相対的に小さくなり、密度 n はポテンシャル ϕ よりもむしろ渦度 $\nabla_{\perp}^2 \phi$ と似たスペクトル分布を持つようになる。衝突周波数 ν が増加すると乱流は発達し図8に示されるように磁気面を横切る r 方向の密度フラックス $\Gamma \equiv \langle n v_r \rangle = -\langle (n/r)(\partial \phi / \partial \theta) \rangle$ も増加する。

次に半径方向の電場もしくはポロイダル方向のシア・フローの効果について調べた。数値シミュレーションにおいて半径方向電場を $E_r = -d\phi_{00}/dr (= -v_\theta) = \pm 4(r/a)^2$ のように与えて固定した。モデル方程式 (1)、(2) では $v_\theta \propto r$ のような剛体的な回転を与えても周波数にドップラー・シフトをもたらすだけで乱流の特性は本質的に変化しない。図9は $E_r = -d\phi_{00}/dr (= -v_\theta) = \pm 4(r/a)^2$ のそれぞれの場合の乱流の運動エネルギー

$E_K = \int |\nabla_{\perp} \tilde{\phi}|^2 dV$ と密度揺動 $E_n = \int |\tilde{n}|^2 dV$ の時間変化を示す。初期時刻に近い成長過程では、 $E_r = -4(r/a)^2 (d(v_{\theta}/r)/dr > 0)$ のときの方が $E_r = +4(r/a)^2 (d(v_{\theta}/r)/dr < 0)$ のときに比べて揺動レベルは小さくなっている。このことは線形解析の結果、線形不安定性の成長率が $d(v_{\theta}/r)/dr > 0$ のときの方が $d(v_{\theta}/r)/dr < 0$ のときよりも小さくなることから理解される。ところが乱流が定常状態に落ち着くとその揺動レベルは殆ど E_r の影響を受けていないことが図9からわかる。これは、外部から与えられた電場の影響は非線形性が支配的となる過程では小さいことを示している。しかし乱流自身から逆カスケードによって電場が自発的に生成され⁴⁾、それが乱流自身の飽和レベルを減少させる場合も他で報告されている⁵⁾。

4. おわりに

ここまで、核融合プラズマにおける乱流・異常輸送を説明するたの一例として流体モデル方程式を使って磁力線曲率による遠心力と密度勾配により生ずる静電的抵抗性不安定性をもつステラレーター・プラズマの乱流のシミュレーションを行い、特に衝突周波数と半径方向の電場もしくはシアアを持つポロイダル方向の回転の効果について調べた。核融合プラズマの特徴は密度・温度勾配やシアアを持つ強い磁場が存在し、また高温でクーロン衝突周波数が減れば減るほど単純な流体モデルには含まれていない運動論的效果（ラーマー半径効果・ランダウ減衰等）が付け加わり、多種多様な不安定性が非一様・非等方な乱流を生成し異常輸送の問題を非常に複雑化していることにある。このようなプラズマ乱流・異常輸送の理論的研究は困難ではあるがチャレンジングな領域であり、今後一層の発展が期待される。

References

- 1) P. C. Liewer, Nucl. Fusion **25**, 543 (1985).
- 2) R. J. Groebner, K. H. Burrell, and R. P. Seraydarian, Phys. Rev. Lett. **64**, 3015 (1990).
- 3) H. Biglari, P. H. Diamond, and P. W. Terry, Phys. Fluids B **2**, 1 (1990).
- 4) H. Sugama, M. Wakatani, and A. Hasegawa, Phys. Fluids **31**, 1601 (1988).
- 5) B. A. Carreras, V. E. Lynch and L. Garcia, Phys. Fluids B **3**, 1438 (1991).

Figure Captions

- 図1 $\iota = 1$ に局在する $(m, n) = (1, 1)$ 線形不安定性の固有関数。
- 図2 $(m, n) = (1, 1)$ 線形不安定性の固有周波数 $\omega = \omega_r + i\omega_i$ の衝突周波数依存性。
- 図3 回転変換 $\iota(r)$ と $\iota(r) = n/m$ に対応するモード有理面の分布。
- 図4 衝突周波数の小さな場合 ($\nu = 2.1 \times 10^{-4}$) のポテンシャルと密度のポロイダル・モード数スペクトル $E_m^\phi = \sum_n \int |\phi_{mn}|^2 dV$ 、 $E_m^n = \sum_n \int |n_{mn}|^2 dV$ 。
- 図5 衝突周波数の小さな場合 ($\nu = 2.1 \times 10^{-4}$) のポテンシャルと密度の実空間分布。
- 図6 衝突周波数の大きな場合 ($\nu = 1.05 \times 10^{-2}$) のポテンシャルと密度のポロイダル・モード数スペクトル $E_m^\phi = \sum_n \int |\phi_{mn}|^2 dV$ 、 $E_m^n = \sum_n \int |n_{mn}|^2 dV$ 。
- 図7 衝突周波数の大きな場合 ($\nu = 1.05 \times 10^{-2}$) のポテンシャルと密度の実空間分布。
- 図8 密度フラックス $\Gamma \equiv \langle n v_r \rangle$ ($r/a = 0.5 \sim 0.6$) の衝突周波数依存性。
- 図9 $E_r = -d\phi_{00}/dr (= -v_\theta) = \pm 4(r/a)^2$ のそれぞれの場合の乱流の運動エネルギー $E_K = \int |\nabla_\perp \tilde{\phi}|^2 dV$ と密度揺動 $E_n = \int |\tilde{n}|^2 dV$ の時間変化。

图1

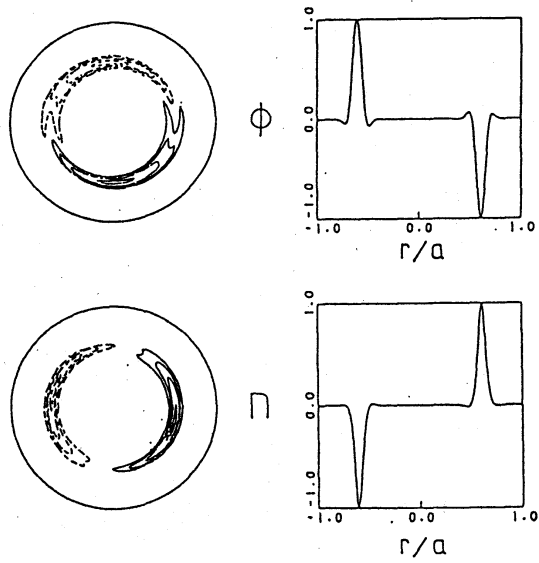


图2

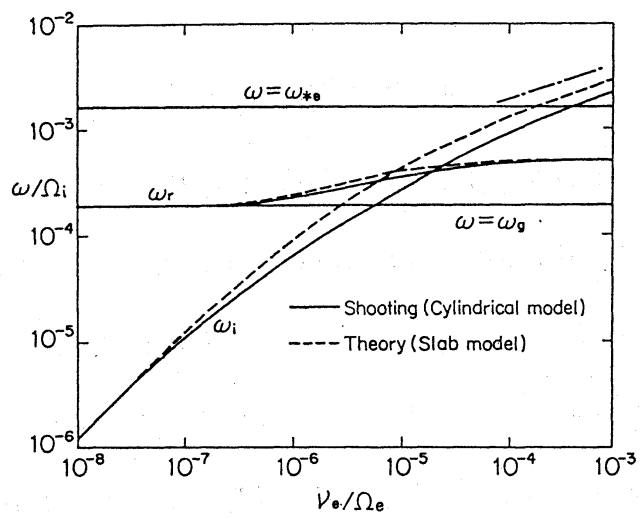


图3

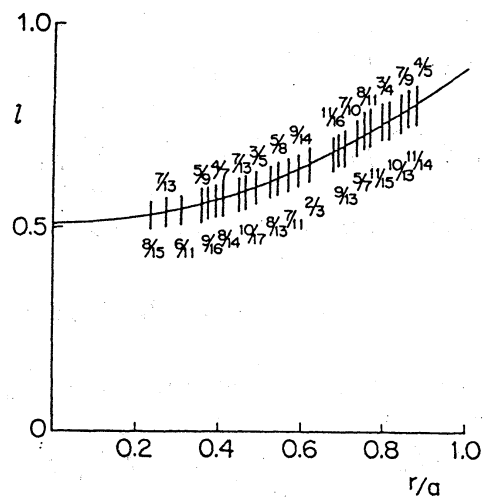


图4

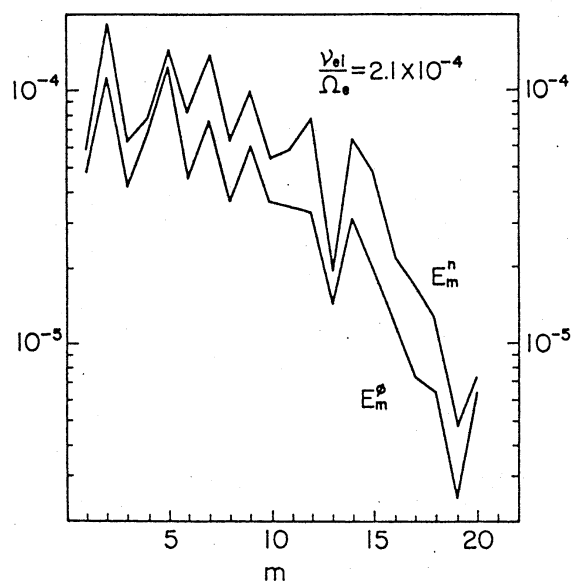


图5

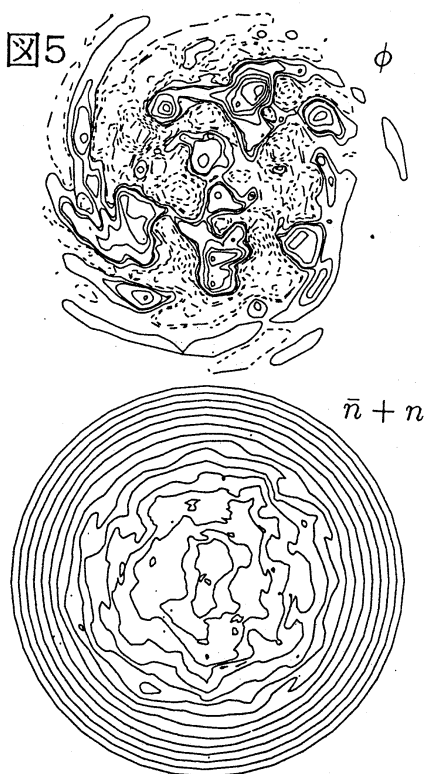


图6

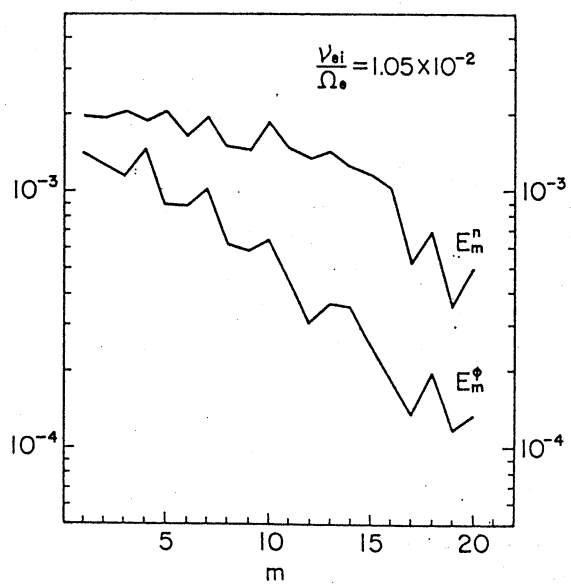


图7

