

施設警備と防空モデル

防衛大学校・情報工学科 宝崎 隆祐
Ryusuke Hohzaki
Department of Computer Science,
National Defense Academy

1 はじめに

美術館をはじめとした施設の警備問題として有名なのが、美術館問題と呼ばれるものである [9]. これは、1973 年に Klee が問うた問題であると言われているが、平面上で「 n 辺から成る多角形の美術館の内部をくまなく視界に入れるためには、何人の静止した警備員が必要か」を問うもので、Chvatal[2] は最大でも $\lfloor n/3 \rfloor$ 人で十分であるとの証明をした. この問題では美術館の建物として単純な多角形を仮定していたが、これを他の形にしたり [10, 5, 6], 障害物の前提の変更 [7], 警備員の視野角度の変更 [13] や警備条件の変更 [1, 8] 等での拡張がなされている. 美術館問題の手法に関しては、遺伝的アルゴリズムを援用した研究 [11] もあるものの、ほとんどの従来研究では計算幾何学の手法を利用している. 計算幾何学は、その名のとおり空間にある形の認識を得意とする幾何学の手法であり、警備スケジュールなどの時間を含む数理的側面を取り扱うには適していない. 一方美術館等のように狭い施設、区域に限定せず地理上の制約を無視した警備関連研究として、ルート上での搜索実施の有無に関する研究 [4] や国境での違法侵入者の取締問題 [12] のように、目標の搜索・発見に関する問題として探索理論を用いた研究が行われている.

この研究は、一般的な施設内警備や防空といういわば空域の警備を研究対象とし 2 次元・3 次元空間での幾何学上の問題も考慮しつつ、オペレーションズ・リサーチ (OR) や探索理論の手法も援用して、警備や監視に関する時間を含む意思決定問題を考えようとするものである. これにより、防犯カメラやロボットその他による警備の自動化といった現在進行中の時代のニーズに答えることを目指す. 具体的な問題設定として、施設のセキュリティ上の脆弱性から幾つかの侵入ルートが見積もられているとし、警備巡回路に対する最悪な侵入スケジュールも考慮して、侵入者及び警備側双方のゲーム理論的な分析から、警備巡回路のより良い計画立案、さらには防空問題に資することをこの研究の目的とする.

2 問題設定と 4 つの問題

以下のような状況設定を行った後、警備巡回路に関する 4 つの問題を考える.

- (A1) 地理空間は 2 次元連続ユークリッド空間 K を、時間は離散時間 $T = \{1, \dots, T\}$ を考える. 最終時間 T は、侵入者が考える目的地への到着時刻の上限である.
- (A2) 警備員は m 本の巡回路をもち、その s 番目巡回路の予定された計画を $p^s = \{p^s(t), t \in T\}$ で表す. $p^s(t)$ は、時点 $t \in T$ での 2 次元位置ベクトルである. また、美術館には警備員の視界を遮る障害物がある.
- (A3) 侵入者の侵入路として n 本が想定され、その経由点を $q^j = \{q^j(l) \in K, l = 1, \dots, L_j\}$ ($j = 1, \dots, n$) で表す. すなわち、経路 j には L_j 個の経由点が考えられ、 $q^j(l)$ はその l 番目経由点である. 侵入者は経由点間を平均速度 u で移動するが、経由点ではそこに留まることが可能である. また経由点は、そこが他の場所から隠れた場所にあり、見えない位置にあるかどうかの可視性を示す指標を持っている.
- (A4) 美術館に侵入した侵入者は、現に行われている警備員の巡回行動を観察でき、経由点での滞在時間を適応的に決めることができる.

- (A5) 警備員からの侵入者の見えやすさを視認度で表現する。視認度は、(1) 侵入者が警備員の視界内にあれば1、なければ0の値をとる可視性 (δ)、(2) 双方の距離 (d)、及び(3) 侵入者のいる地点の明るさ (α)、の3つの項目に依存する値 $\delta\alpha/d^2$ によって定義される。
- (A6) 侵入者、警備員双方とも、侵入者に対する警備員からの視認度に興味があり、これを問題の評価尺度とする。

以上のような基本モデルに対し、次の4つの問題を考える。まず、個々の警備巡回路に対し想定される各侵入路における侵入者の最悪のシナリオ、すなわち最悪の侵入スケジュールを導出する問題（侵入スケジュールリング問題）を議論する。次に、この侵入スケジュールリング問題により計算された各巡回路と各侵入路との相性を考慮して、巡回路の選択をどのように合理的になすべきかの問題（巡回路選択問題）を考える。3番目に、個々の巡回路に沿って警備中、警備員はどの方向に注意を払えばよいかの問題（注視配分問題）を考える。第2と第3の問題はともに第1の問題の出力を利用し、警備員、侵入者双方の対応を考慮するため、ゲーム理論による均衡概念を用いる。第4の問題は、第1の問題と同じ問題意識の下、複数巡回路に対する侵入者の最悪の経路とスケジュールを一般のネットワーク上で同時に求めようとするもので、侵入経路・スケジュール決定問題と呼ぶ。

3 侵入スケジュールリング問題

第1の問題を議論するため、ここでは1つの警備巡回路と1つの侵入路を考え、巡回スケジュールを $\mathbf{p} = \{p(t), t \in \mathbf{T}\}$ 、侵入経路を $\mathbf{q} = \{q(j), j = 1, \dots, L\}$ とする。 $p(t)$ は x-y 座標で表記した時点 t での警備員の位置ベクトル、 L は侵入路の経由点の数、 $q(j)$ は j 番目経由点の位置である。また、経由点 $q(j)$ が物陰等を利用した見えない地点かどうかを示す指標として、 $\gamma_j \in \{1 \text{ (可視)}, 0 \text{ (不可視)}\}$ を用いる。出発地点からはいつ出発してもよく、目的地はそこに到着した時点でスケジュールリングが終了するから、 $\gamma_1 = \gamma_L = 0$ と設定する。また、地点 $\mathbf{r}$ が時刻 t での巡回警備員位置から見えるかどうかの判別関数を $\delta(\mathbf{r}, t) = \{1 \text{ (可視)}, 0 \text{ (不可視)}\}$ とする。この研究でも独自の判別方法を考案したが、計算幾何学においてもこのテーマに関しては幾つかの研究もあり、判別関数の導出に関してはこの報告書では触れない。

経由点 j から $j+1$ までの侵入者の移動時点数 n_j は $n_j \equiv \left\lfloor \frac{\|q(j+1) - q(j)\|}{u} \right\rfloor$ により計算できる。また、 j 番目経由点を出発後時点数 k 後の侵入者位置 $q(j, k), k = 1, \dots, n_j$ は、2つの経由点 $q(j), q(j+1)$ の間での内挿法により次式で求められる。

$$q(j, k) = q(j) + \frac{k}{n_j + 1}(q(j+1) - q(j))$$

仮定 (A5) により、時刻 t においてパトロール中の警備員からの位置 $\mathbf{r}$ の視認度は、次式により評価できる。ただし、 $\alpha(\mathbf{r})$ は地点 $\mathbf{r}$ の明るさを表している。

$$E(\mathbf{r}, t) \equiv \frac{\delta(\mathbf{r}, t)\alpha(\mathbf{r})}{\|\mathbf{r} - p(t)\|^2} \quad (1)$$

侵入者は経由点間を一定速度 u で移動するとしているから、警備巡回スケジュール $\mathbf{p}$ に対する侵入路 $\mathbf{q}$ の最適スケジュールは、各経由点 $q(j)$ からの出発時刻 z_j により決定される。 j 番目経由点を時点 z_j に出発し、 k 時点経過後の点における視認度は $D_k^j(z_j) = E(q(j, k), z_j + k)$ であるから、侵入路の出発点から目的地までの移動の間の視認度の総和を定式化し、最適侵入スケジュールリング問題を作れば次式で表される。ただし、出発点は見えないものとしている。

$$\begin{aligned} \min_{\{z_j\}} \quad & \sum_{j=1}^{L-1} \left(\sum_{k=1}^{n_j} D_k^j(z_j) + \gamma_{j+1} \sum_{\tau=z_j+n_j+1}^{z_{j+1}} E(q(j+1), \tau) \right) \\ \text{s.t.} \quad & 1 \leq z_1, z_i + n_i + 1 \leq z_{i+1}, i = 1, \dots, L-2, \\ & z_{L-1} + n_{L-1} + 1 \leq T, z_j \in \mathbf{Z}(\text{整数}), j = 1, \dots, L-1 \end{aligned} \quad (2)$$

この問題は動的計画法により解くことができ、その準備として、 j 経由点への最短到着時点 N_j と、 j 経由点から目的地 $q(L)$ までの最短所要時点数 M_j を算出しよう。

$$N_j = \sum_{k=1}^{j-1} n_k + j, \quad M_j = \sum_{k=j}^{L-1} n_k + (L - j)$$

ここで、 $f_j(t)$ を次の意味をもつ最適値だと定義する。すなわち、時点 t までに j 番目経由点から出発するスケジュールの中で、最適な出発時刻 $\{z_1, z_2, \dots, z_{j-1}\}$ により得られる j 経由地までの最小総視認度とする。ただし、 $N_j \leq t \leq T - M_j$ である。目的地の可視性は $\gamma_L = 0$ であるから、ここでの問題は $f_L(T)$ を求めることであるが、目的関数 (2) 式から、容易に $f_{j-1}(\cdot)$ と $f_j(\cdot)$ の間の関係式を求めることができ、動的計画法による定式化が可能となる。

$$f_j(t) = \min_{N_{j-1} \leq z_{j-1} \leq t - n_{j-1} - 1} \left[f_{j-1}(z_{j-1}) + \sum_{k=1}^{n_{j-1}} D_k^{j-1}(z_{j-1}) + \gamma_j \sum_{\tau=z_{j-1}+n_{j-1}+1}^t E(q(j), \tau) \right],$$

$$t = N_j, N_j + 1, \dots, T - M_j, \quad j = 2, \dots, L \quad (3)$$

また $\gamma_1 = 0$ であるから、計算の出発点となる初期値は以下により与えられる。

$$f_1(t) = 0, \quad t = 1, \dots, T - M_1 \quad (4)$$

(3) 式における最適解 $z_{j-1}^* = \arg \min_{z_{j-1}} [\]$ が、時点 t までに j 経由点から出発するという条件下での $j-1$ 地点からの最適出発時刻を与え、 j 経由点への最適到着時刻は $z_{j-1}^* + n_{j-1} + 1$ となる。

さて、得られた最小総視認度が小さければ、巡回中の警備員は侵入者の移動に気づき難いと判断できる。また、途中経由点における最適値 $f_j(\cdot)$ と $f_{j+1}(\cdot)$ の差から、経由地点 $q(j)$ と $q(j+1)$ 間の侵入者の移動が警備員から視認し易いか否かを定量的に評価できる。

4 巡回路選択問題

ここでは、モデルの仮定 (A2), (A3) にあるように複数巡回路、複数侵入経路を考える。巡回路 p^s ($s = 1, \dots, m$) と侵入路 q^j ($j = 1, \dots, n$) に対して動的計画法 (3) 式を適用して求めた最適値 $f_L(T)$ を $R(p^s, q^j)$ とする。この値は侵入者が警備員の巡視行動を観測できることにより警備側にとっては最悪である最小総視認度であるが、これが警備巡回路 p^s と侵入路 q^j との相性を数値化したものと見ることができる。

侵入者は、実際に美術館に侵入するまでは、どの巡回路を警備員が回っているかは分からず、警備員側も予め侵入者のルートを推測することはできない。したがって、警備員側の m 本の巡回路に関する選択及び侵入者側の n 本の侵入経路に関する選択を、支払関数 $R(p^s, q^j)$ をもつ同時手番の行列ゲームとして考えることができる。この均衡解が混合戦略により与えられるのであれば、これをある一定期間内における巡回路の選択比率として使用することもできるであろう。また、得られたゲームの値が小さいということであれば、どの巡回路も全般的に侵入経路に対し有効でないことになり、巡回路の再考が必要であることを示唆する。

5 注視配分問題

通常、巡回中の警備員はセキュリティ上の施設の脆弱性を意識しつつ注意を払うであろう状況を考え、ここでは、視線の最適配分問題（注視配分問題）をゲームとして議論する。一般的に、あるターゲットを見つけようとする探索者の探索資源の最適配分を扱ったモデルとして、探索配分ゲームと呼ばれる問題 [3] がある。ここでは、それを応用した解法を考える。

仮定 (A3) にあるように n 本の侵入路が想定され、侵入スケジューリング問題により、その最悪な侵入スケジュールがすでに得られているものとする。侵入路 $j = 1, \dots, n$ のこの侵入スケジュー

ルを $\omega_j = \{\omega_j(t), t \in T\}$ で表す。 $\omega_j(t)$ は侵入ルート j を選択した場合の時刻 t での侵入者の位置を表す。一方警備側は、3 節での問題設定のように 1 つの巡回スケジュール $p = \{p(t)\}$ をとって巡回しているものとする。以上の状況設定における注視戦略の定義と注視配分による侵入者の発見確率を以下のようにする。

- (A7) 全周 $[0, 2\pi]$ をある角度で M 分割し、警備員の視線の方角を $\theta \in \Theta \equiv \{1, \dots, M\}$ で表す。警備員は各時点での存在位置から全体で 1 の注視量を各方向に配分するものとし、時点 t における方角 θ への注視量を $\varphi(\theta, t)$ で表す。
- (A8) 時刻 t において、警備員から θ 方角の位置 r にいる侵入者の発見は、注視量 $\varphi(\theta, t)$ 及び (1) 式で定義された視認度 $E(r, t)$ の積に依存するものとし、侵入スケジュール j をとる侵入者の全体での発見確率は次式で与えられるとする。

$$P(\varphi, j) = 1 - \exp \left(- \sum_{t=1}^T E(\omega_j(t), t) \varphi(\phi(\omega_j(t), t), t) \right) \quad (5)$$

ただし、 $\phi(r, t)$ は時点 t での警備員位置 $p(t)$ から位置 r のある方角を示す。

さらに問題の評価尺度を、前提 (A6) から次に変更する。

- (A6') 警備側は発見確率を大きくするように $\{\varphi(\theta, t), \theta \in \Theta, t \in T\}$ を決定し、侵入者は小さくするように侵入ルートを $j = 1, \dots, n$ から選択する。

この問題は発見確率を支払とし、警備員をマキシマイザー、侵入者をミニマイザーとする 2 人ゼロ和ゲームである。以後の侵入者の戦略は、侵入路 j を確率 $\pi(j)$ で選択する混合戦略とする。このとき期待支払は $P(\varphi, \pi) = \sum_j \pi(j) P(\varphi, j)$ であるが、(5) 式から分かるように、この関数は変数 π に関しては線形で φ に関しては凹となっている。このような関数のミニマックス値、マックスミニ値は一致し、ゲームの値となることが知られている。

ここでは参考文献 [3] の復習も兼ね、マックスミニ値を導出する。期待支払のマックスミニ最適化問題は次の変形を許す。

$$\max_{\varphi} \min_{\pi} P(\varphi, \pi) = \max_{\varphi} \min_j P(\varphi, j) = 1 - \exp \left(- \max_{\varphi} \min_j \sum_{t=1}^T E(\omega_j(t), t) \varphi(\phi(\omega_j(t), t), t) \right)$$

結局 $\exp$ の肩の線形式に関するマックスミニ最適化を行えばよく、それは次式の線形計画問題に定式化できる。

$$\begin{aligned} (P_P) \quad & \max_{\varphi} \eta \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{t=1}^T E(\omega_j(t), t) \varphi(\phi(\omega_j(t), t), t) \geq \eta, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{\theta \in \Theta} \varphi(\theta, t) = 1, \quad t \in T, \quad \varphi(\theta, t) \geq 0, \quad \theta \in \Theta, \quad t \in T \end{aligned}$$

これにより警備員の最適注視量配分計画 φ^* が得られ、ゲームの値としての発見確率は (P_P) の最適値 W を用いて $1 - \exp(-W)$ により計算される。また、侵入者の経路に関する最適選択確率は問題 (P_P) に対する次の双対問題の解 $\pi^* = \{\pi^*(j)\}$ により与えられる。

$$\begin{aligned} (P_I) \quad & \min_{\pi} \sum_{t \in T} \nu(t) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in \Omega_{\theta t}} \pi(j) E(\omega_j(t), t) \leq \nu(t), \quad \theta \in \Theta, \quad t \in T \\ & \sum_{j=1}^n \pi(j) = 1, \quad \pi(j) \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

ただし, $\Omega_{\theta t} \equiv \{j \mid \phi(\omega_j(t), t) = \theta\}$ は, 時刻 t において警備員から方角 θ に目標のいる侵入路の集合である.

以上の問題設定から, 均衡解の性質として次のことが言える. 侵入者は, 見えづらい場所や警備員から遠い場所のように大きな視認度が得られない侵入路を選択しようとし, 警備員はそのような場所を注視して, すべての侵入スケジュールに対し見落としがないように注意を払う戦略を取る. したがって, 得られたゲームの値は, すべての侵入路に対する当該巡回路の脆弱性の最低保障ラインを示している. この巡回路が1つでも相性の悪い侵入路を持つと, その侵入路に対する脆弱性を補おうと注視量が多くなり, 必然的に他の侵入路に対する注視量が減ることになるから, 結果的に最低保障ラインも低下するものと思われる. すなわち, 注視配分問題では, 1つの巡回路の脆弱性を注視量配分という方法により侵入路全体で平滑化できる度合いが評価できる. ただし, 障害物の陰に隠れる等により同じ時間帯に複数の侵入スケジュールに対して巡回路が脆弱性を有する場合には, 注視量の分割による平滑化はうまくいかない. これに対し, 4節の警備巡回路選択問題では, いわば当該巡回路からの注視量をすべて侵入路に注いだとした場合の巡回路の侵入路に対する1対1の脆弱性を定量化した上で, 巡回路の選択に混合戦略を採用することにより, 個々の巡回路の脆弱性を緩和しようとするやり方が示される.

さて, この注視配分問題をそれぞれの巡回路に対して解き, 最も大きなゲームの値をもつ巡回路が, すべての侵入路の監視に最も有効である巡回路であると言え, この巡回路を選択することが推奨される.

6 侵入経路・スケジュール決定問題

ここでは, 侵入者がみずからの侵入経路とそのスケジュールを通常のネットワーク上で決定する問題を考える. まず, 3節の前提 (A3) と (A6) の代わりに以下の前提を置く.

- (A3') 侵入経路は, ノード集合 $\mathbf{N}$ とアーク集合 $\mathbf{A}$ から成るネットワーク $G(\mathbf{N}, \mathbf{A})$ 上に設定される. ノード $i \in \mathbf{N}$ の2次元座標と可視性は, それぞれ v^i 及び γ_i で与えられ, またノード i の隣接ノード群を $N(i)$ で表す.
- (A6'') 侵入者は, ノード $s \in \mathbf{N}$ から出発し, 目的ノード $e \in \mathbf{N}$ へ最終時点 T までに到着する. その際, 複数警備巡回路 $p^s (s = 1, \dots, m)$ に対する総視認度を最小にする経路及びスケジュールを決めることに興味がある.

位置 $\mathbf{r}$ が時刻 t でのシナリオ s の警備員位置 $p^s(t)$ から見えるかどうかの可視性を $\delta_s(\mathbf{r}, t)$ で表し, 3節での侵入スケジュールリング問題の定式化と似た手順を用いることができる. まず, ノード i, j 間の侵入者の走行時点数は $n_{ij} = \lfloor \|v_i - v_j\|/u \rfloor$ で計算できる. また, ノード i, j 間で, ノード i を時点 z_i に出発後の時点 k での侵入者の位置は $v_{ij}(k) = v^i + k(v^j - v^i)/(n_{ij} + 1)$ で, その視認度 $D_k^{ij}(z_i)$ は

$$D_k^{ij}(z_i) = E(v_{ij}(k), z_i + k) = \sum_{s=1}^m \frac{\alpha(v_{ij}(k))\delta_s(v_{ij}(k), z_i + k)}{\|v_{ij}(k) - p^s(z_i + k)\|^2} \quad (6)$$

で計算できる. ただし, (1) 式と同じ記号の $E(\mathbf{r}, \tau)$ は, 時刻 τ での警備員位置からの地点 $\mathbf{r}$ の視認度の総和

$$E(\mathbf{r}, \tau) \equiv \sum_{s=1}^m \frac{\alpha(\mathbf{r})\delta_s(\mathbf{r}, \tau)}{\|\mathbf{r} - p^s(\tau)\|^2} \quad (7)$$

であるとする.

これらを用いて, (3) 式に準じた動的計画法による解法が提示できる. そのため, 各ノードで停止せずにノード s から j へ到達するまでの最短走行時間 F_j と, ノード j を出発した後各ノードで停止せずに目的ノード e へ到着するまでの最短時間 G_j を最短経路手法で求めるものとし, 最適

化された値 $f_j(t)$ を、時点 t にノード j を出発するとした場合の出発までの最適な経路・スケジュールにより得られるノード j までの最小総視認度として定義すれば、次の動的計画法による定式化が可能である。

$$f_j(t) = \min_{i \in N(j)} \min_{F_i \leq z \leq t - n_{ij} - 1} \left[f_i(z) + \sum_{k=1}^{n_{ij}} D_k^{ij}(z) + \gamma_j \sum_{\tau=z+n_{ij}+1}^t E(v_j, \tau) \right],$$

$$t = F_j, F_j + 1, \dots, T - G_j, j \in V \quad (8)$$

初期値： $f_s(t) = 0, t = 1, \dots, T - G_s$

この漸化式を効率よく計算するためには、アルゴリズム的な工夫が必要であり、ダイクストラ法において最短時間に関する動的計画法的漸化式がうまく組み込まれているやり方を取り入れることができる。その結果が次のアルゴリズムとなる。

更新フラグを、ノード及び時点の組 (i, z) ($i \in V, z \in T$) に対し付与する。更新フラグが立っている組の集合を Γ で表す。また、目的ノードに到達した経路・スケジュールでの現在の最小視認度を $curV$ に保存し、他のノードにおける総視認度が更新されたとしても、それが $curV$ より大きければ、そのノードからの経路探索は行わない等により計算量を削減する。

(S1) 次により初期化を行う。

すべての $t = 0, \dots, T - G_s$ に対し $f_s(t) = 0$ とし、 (s, t) に更新フラグを立てる。

$$\Gamma = \{(s, t), t = 1, \dots, T - G_s\}$$

また、 $curV = \infty$ とする。

(S2) もし $\Gamma = \emptyset$ ならば、終了。 $f_e(T)$ がゴールノードまでの最適経路と最適スケジュールによる最小総視認度である。そうでなければ、すべての $(i, z) \in \Gamma$ に対し以下を実施する。

(i) $j \in N(i)$ 及び $t = z + n_{ij} + 1, \dots, T - G_j$ に対し、

$$x = f_i(z) + \sum_{k=1}^{n_{ij}} D_k^{ij}(z) + \gamma_j \sum_{\tau=z+n_{ij}+1}^t E(v_j, \tau)$$

を計算する。 $x < f_j(t)$ ならば、 $f_j(t) = x$ とする。

もし $j = e$ ならば、 $curV = x$ とする。もし $j \neq e$ でかつ $x < curV$ ならば、 $\Gamma = \Gamma \cup \{(j, t)\}$ とする。

(ii) $\Gamma = \Gamma \setminus \{(i, z)\}$ とする。

(S3) (S2) に戻る。

7 防空モデルへの適用

3~6 節で議論した施設警備に関する 4 つの問題は、警備空間をある空域に広げた防空問題に対しても適用が可能である。ただし、問題が荒唐無稽にならないように、現実問題としての設定に腐心する必要がある。その際の大きな変更点は次のとおりである。

まず、警備問題での侵入者を防空問題では領空を侵犯してくる航空機やミサイルで、また警備員を E2C ホークアイや AWACS (Airborne warning and control system) に代表される早期警戒機や固定レーダーサイトと見なす。したがって、警備問題では前提 (A5) で定義されていた視認度による評価尺度は、防空問題にあつてはレーダーによる探知のし易さを表現したものに代える必要がある。その 1 つが、レーダー送信機のパワー (P_{TR})、波長 (λ)、レーダーゲイン (G_A)、レーダークロスセクション (σ) 及びレーダーと侵入機との距離 (R) の要素をもち、レーダー波の伝搬損失等を考慮して得られる受波機での目標シグナルパワーを示す $P_{TR} G_A^2 \lambda^2 \sigma / (4\pi)^3 / R^4$ であり、これを探知度と呼ぶ。因みに、レーダークロスセクションは、捜索レーダー波の照射方向に対する目標の体勢に依存する。

また可視性は、施設警備問題では2次元平面で論じられるのに対し、防空問題ではレーダー波が山脈等の物体で遮断されるかを3次元空間で評価されなくてはならない。また、施設警備問題では侵入者の侵入スケジュールは経路地点での待ち時間の選択によって決まるが、防空問題では2つの飛行経路間の飛行レグでの飛行高度を選ぶことによって表されるとすればよい。通常、高高度を飛ぶ侵入機は速度も速いが、それは防空レーダーに自分を晒す時間を短くできる。逆に、飛行速度が遅くなると飛行時間は多くなるものの、山脈等に隠れて飛行できるため、侵入機は低高度飛行という選択を取る利点もある。

以上のように、モデルの各要素において警備問題での設定を防空問題に適した評価式に変更する必要があるが、モデルの枠組みそのものは変える必要はなく、動的計画法による定式化(3)式も本質的に同じものが使用できる。最後に、侵入経路地点からの出発時間を表す変数 z_j による総視認度の最小化問題を、防空問題では飛行レグでの飛行高度を変数とした探知度の総和の最小化に焼き直せばよい。

3節と4節での評価式やアルゴリズムに、上のような本質的にはそれほど大きくない修正を加えて、関東平野の防空問題に適用した例を次に示そう。東京を主要都市としてもつ1万7000平方キロメートルほどの広さをもつ関東平野は、南東が太平洋に向かって開いているものの、それ以外の方角では大小様々な山脈によって囲まれている。AGM-86 トマホークに代表される巡航ミサイル、小型航空機やUAVが図1の左上に見える日本海側から発進した場合、日本列島の真ん中を北東から南西に走る山脈を越えた後、一気に関東平野を南東に横切って東京に到達することも可能であるし、関東平野の北東あるいは南西に走る山脈に沿って飛行した後、関東平野の短い距離を飛行して東京に至るコースも考えられる。ここでは、侵入者の目的地を東京にほど近い横須賀市に取ろう。ここは、海上自衛隊の主要基地のみならず米海軍の第7艦隊の基地がある。

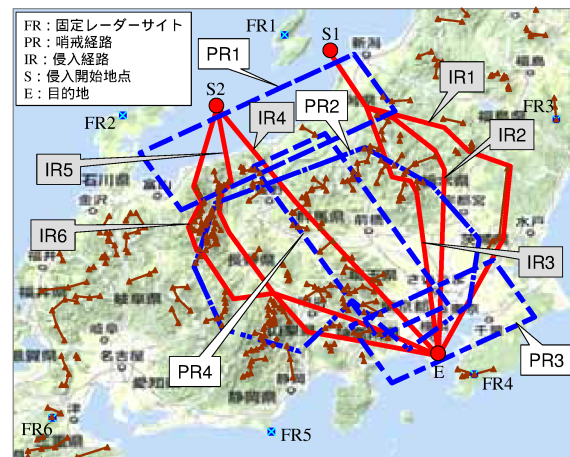


図1. 侵入ルート (IR1~IR6) と E2C の哨戒ルート (PR1~PR4)

時間空間を $T = \{1, \dots, 30\}$ と設定し、侵入航空機の侵入路として、図1のように目標の侵入経路として次の6本を考える。日本海海上の地点S1から東回りに地点E（横須賀）を目指す3本の侵入経路IR1, IR2, IR3と、同じく日本海海上の地点S2から西回りに地点Eを目指す3本の侵入経路IR4, IR5, IR6である。このうちIR4は最短距離を直進する経路であり、レーダー波の遮断を期待しにくい、それ以外の経路は山脈によるレーダー波の遮断を期待できる経路である。飛行レグの取り方の方針としては、山脈によるレーダー波の遮断効果を期待する場合には遮断効果をより大きくするために極力山脈の近くを通り、レーダー波の遮断効果を期待しない場合は最短経路を直進するように設定しているが、その際、大きく針路を変更する地点を経由地点とした。目標の高度と速度に関する選択肢は、すべてのレグにおいて高度5000mでスピード217km/hか、500mで148km/hかの2通りであるとする。

また、この空域における航空自衛隊の固定レーダーサイトはFR1~FR6の場所に6基存在し、

関東平野を囲むように配置されているが、レーダー有効探知距離はすべて 500km とし、このレンジ圏内にいる目標からの受波シグナルパワーを探知度に加える。目標高度が 500m の場合、山脈による遮断効果は大きく、これら 5 基のサイトからのレーダー波が全く照射されないカ所も点在する。一方目標高度 5000m であれば、どの場所においてもいずれかのレーダー波による監視が存在するものの、標高の高い山脈近傍の場所ではカバーできるサイト数が十分でないカ所も依然として多い。このような固定レーダーサイトによる防空カバーが手薄な場所を補完するため、早期警戒機 E2C 1 機を飛ばすこととし、その哨戒経路として PR1~PR4 の 4 本を設定した。PR1 は侵入開始地点付近である日本海側周辺を重点的に哨戒する経路であり、PR2 は山脈によるレーダー波の遮断が生起しないように主要な山脈を巡回する経路である。PR3 は目的地である横須賀市周辺を重点的に哨戒する経路であり、PR4 は予想される侵入開始地点と目的地を結んだ領域の関東平野中心付近を巡回する経路である。因みに E2C の捜索用レーダーの有効探知距離は 370km とした。探知度として全レーダー機器からの受信シグナルパワーの和をとっているが、都合上数値が 1 以上となるように共通の係数を掛けている。

防空側の戦略である 4 つの E2C の哨戒ルートと侵入側の 6 本の侵入路の各組合せごとに最適侵入スケジュールによる最小探知度を示したものが、表 1 の支払行列である。戦略の間には支配関係の関係も散見されるものの、この行列ゲームの均衡解は防空側が哨戒ルート PR3 及び PR4 を 0.725 と 0.275 の確率で取り、侵入者側が IR4 及び IR5 をそれぞれ 0.309, 0.691 の確率で採用することである。因みに、IR4 及び IR5 における各哨戒ルートに対する最適飛行高度を表 2 と表 3 で示した。

表 1. 哨戒ルート v.s. 侵入ルートのペアに対する最小探知度

	IR1	IR2	IR3	IR4	IR5	IR6
PR1	7.631	5.527	6.032	3.804	4.169	4.685
PR2	7.185	6.306	5.538	3.791	4.076	5.811
PR3	7.653	5.422	5.041	4.401	5.305	5.341
PR4	6.760	6.712	7.671	6.672	4.289	4.478

表 2. IR4 での最適飛行高度

哨戒ルート \ レグ	1	2	3
PR1	H	L	H
PR2	H	H	H
PR3	H	H	H
PR4	H	H	H

表 3. IR5 での最適飛行高度

哨戒ルート \ レグ	1	2	3	4	5	6	7	8
PR1	H	L	H	H	H	L	L	H
PR2	H	L	H	H	H	H	L	H
PR3	H	L	H	L	H	H	L	H
PR4	H	L	H	H	L	H	L	H

IR4 のルートは 3 つのレグから成り、IR5 は 8 つのレグから成るが、各レグでの飛行において 'H' は高々度を、'L' は低高度をリコメンドしていることを示す。IR4 は平野のほぼ中央を通るため低空飛行をしても多くの飛行場所でレーダー波を受けるが、短時間で目的地に到着できる経路であり、その短時間さを活かして高々度飛行をすることが最適である。唯一 PR1 飛行の E2C に対しては、レグ 2 において低高度を飛ぶことで飛騨山脈を利用してレーダー波への暴露を回避できる。また、IR5 はいずれの哨戒路に対しても、レグ 2 と 7 で飛騨山脈、木曾山脈の山肌を低高度で飛行することが最適となっているが、これはどの固定基地局のレーダー波も受けないで済むからである。また、均衡解で E2C の飛行ルートとして採用される PR3 と PR4 のうち、PR3 は山脈等の障害物が少ない目的地付近で侵入者に対する高い探知度を得ることができる。PR4 は IR4 を飛行する侵入者に対する備えとなっている。

8 おわりに

この論文では、従来計算幾何学で扱われてきた美術館問題に侵入スケジューリングという動的要素を持ち込み、そこにオペレーションズ・リサーチの手法や探索理論を活用しようとするOR応用の一提案を行った。提案はまだ基礎的なものであるが、本来の研究目的は、ロボットや警備用器材といった警備の自動化や防空といった大きな意味での警備の効率化に資することであり、この研究の実際問題への適用には、そこで使用される様々な機器やセンサーの具体的な機能、性能、制約を正面に据えて考慮しなければならない。また、今後クリアすべき次のような問題がある。

そのひとつは、2節で述べた数学モデルの中で、単純化が許容される部分と厳密性が要求される部分を切り分ける必要のあることである。具体的には、侵入スケジューリング問題から導出された最適スケジューリングをどこまで厳密に考える必要があるのかということや、スケジューリングや注視配分計画の背景となる時間軸や空間軸をどの程度の粗さで考えるべきかといった問題である。また、パラメータ設定に関しては、現実的な数値を設定することはもちろん、パラメータの意味から一見して対応が自明でない現実値をそれに設定できる場合もあり、パラメータの意味と現実値に関する考察が必要である。

参考文献

- [1] A. Bottino and A. Laurentini, A nearly optimal sensor placement algorithm for boundary coverage, *Pattern Recognition*, 41, pp.3343-3355, 2008.
- [2] V. Chvatal, A combinatorial theorem in plane geometry, *J. Combin. Theory Ser. B*, 18, pp.39-41, 1975.
- [3] R. Hohzaki, Search allocation game, *Europ. J. of OR*, 172, pp.101-119, 2006.
- [4] R. Hohzaki and K. Iida, A search game when a search path is given, *Europ. J. of OR*, 124, pp.114-124, 2000.
- [5] J. Kahn, M. Klawe and D. Kleitman, Traditional galleries require fewer watchmen, *SIAM J. Algebraic Discrete Methods*, 4, pp.194-206, 1983.
- [6] M.I. Karavelas, C.D. Toth and E.P. Tsigaridas, Guarding curvilinear art galleries with vertex or point guards, *Computational Geometry*, 42, pp.522-535, 2009.
- [7] A. Kundgen, Art gallery with interior walls, *Discrete Computational Geometry*, 22, pp.249-258, 1999.
- [8] T.S. Michael and V. Pinciu, Art gallery theorems for guarded guards, *Computational Geometry*, 26, pp.247-258, 2003.
- [9] J. O'Rourke, *Art Gallery Theorems and Algorithms*, Oxford University Press, N.Y., 1987.
- [10] J.R. Sack, An $O(n \log n)$ algorithm for decomposing simple rectilinear polygons into convex quadrilaterals, *Proc. Twentieth Allerton Conference*, Monticello, Illinois, pp.64-74, 1982.
- [11] H. Stern, Y. Chassidim and M. Zofi, Multiagent visual area coverage using a new genetic algorithm selection scheme, *Europ. J. of OR*, 175, pp.1890-1907, 2006.
- [12] R. Szechtman, M. Kress, K. Lin and D. Cifir, Models of sensor operations for border surveillance, *Naval Research Logistics*, 55, pp.27-41, 2007.
- [13] C.D. Toth, Art gallery problem with guards whose range of vision is 180, *Computational Geometry*, 17, pp.121-134, 2000.