

木材の熱傳導に關する研究

第 1 報

木材の熱傳導方程式の適用性と主なる場合の解

滿 久 崇 磨

(木材物理第 2 研究室)

Heat Conduction in Wood

I

Solutions in Some of Practically Important Cases

by Takamaro MAKU

目 次

I 緒 言	2
II 木材の熱傳導方程式と解の適用性	3
1. 直角座標による熱傳導方程式	3
2. 円筒座標による熱傳導方程式	4
3. 解の適用性	4
(a) 密度と熱擴散率との關係	4
(b) 温度と熱擴散率との關係	5
(c) 含水率と熱擴散率との關係	5
(d) 纖維の方向と熱擴散率との關係	6
III 板材の熱傳導	8
1. 溫水又は熱氣による加熱	8
(a) 流体温度が一定なる場合	8
(b) 流体温度が時間的に變化する場合	10
2. 熱板又は Steaming による加熱	12
(a) 熱板又は蒸氣温度が一定なる場合	12
(b) 熱板又は蒸氣温度が時間的に變化する場合	14
III 長い角材の熱傳導	15
1. 溫水又は熱氣による加熱	15
(a) 流体温度が一定なる場合	15

(b) 流体温度が時間的に變化する場合	16
2. Steaming による加熱	18
(a) 蒸気温度が一定なる場合	18
(b) 蒸気温度が時間的に變化する場合	18
V 短い角材の熱傳導	20
1. 温水又は熱氣による加熱	20
(a) 流体温度が一定なる場合	20
(b) 流体温度が時間的に變化する場合	21
2. Steaming による加熱	22
(a) 蒸気温度が一定なる場合	22
(b) 蒸気温度が時間的に變化する場合	22
VI 長い丸太材の熱傳導	23
1. 温水又は熱氣による加熱	23
(a) 流体温度が一定なる場合	23
(b) 流体温度が時間的に變化する場合	24
2. Steaming による加熱	25
(a) 蒸気温度が一定なる場合	25
(b) 蒸気温度が時間的に變化する場合	27
VII 短い丸太材の熱傳導	27
1. 温水又は熱氣による加熱	27
(a) 流体温度が一定なる場合	27
(b) 流体温度が時間的に變化する場合	28
2. Steaming による加熱	29
(a) 蒸気温度が一定なる場合	29
(b) 蒸気温度が時間的に變化する場合	29
VIII 結 言	30

I 緒 言

木材の熱傳導は木材利用上重要な問題の一つであり例へば合板用原木の前處理として行はれる蒸煮又は煮沸、熱壓合板の製造、曲木に於ける蒸煮又は煮沸、耐火劑、防腐劑注入の前處理としての蒸煮或ひは木材利用上最も重要な部門を占める木材乾燥の前操作又は中間處理としての蒸煮及び乾燥中の温度分布等は何れも之を合理的に行ふ爲には當然熱傳導理論の見地に立つて検討選擇しなければならぬ問題である。

元來等方体の熱傳導に關しては既に工學或は物理學の各部門に於て絢爛たる理論的研究が展開せら

れ應用方面への各種の理論解も多數報告せられている。然し乍ら之等の解は本質的にその取扱ふ対象と目的とが木材の場合と異なる爲これらをそのまま適用するには自ら限度があり我々が利用し得るものは極くその一部分に過ぎない。従つて木材の熱傳導を論ずる場合異方体たる木材の熱傳導の基礎式と我々の欲する目的に對應した條件を満す解を求め特に之が實驗的現象と合致するか否かを検討する事が必要であるが遺憾乍ら此の問題に關する從來の研究は實に微々たるものであつて上述の如き各種の加熱處理中その大半は全く經驗によつて行はれ實驗又は理論的根據に基くものはその一小部分に過ぎない状態である。

即ち木材の蒸煮所謂 Steaming は實際に古くから行はれている熱處理法であるがその効果が材の内部温度と密接な關係を有している事に氣付き之に關心をもち1915年初めてこの問題に對して實驗を試みたのは Hunt 氏¹⁾ で次で1924~25年に Wirka 氏²⁾ により Southern Pine 原木の Steaming に關する各種の實驗と關連して内部温度の變化に關する測定結果が報告せられているが之等は何れも單なる現象の觀察に止まるに過ぎなかつた。その後1927~34年に Mac Lean 氏³⁾⁻⁴⁾ * がこの問題に對して初めて熱傳導の理論を適用し Southern pine の生の角材並に丸太材を一定温度の蒸氣によつて Steaming せる場合の解を求め含水率が纖維飽和点以上の材に對して之が實際とよく一致することを確めて漸く理論的研究の端緒が開かれた。又我國では1938年 松本氏⁷⁾, 1940年 小倉氏⁸⁾ 1943年 小倉、池田氏⁹⁾ 等によつて熱傳導に關する實驗結果が報告せられている。然し乍ら之等の報告は何れもその理論的考察並に實際方面への應用上尙検討すべき多くの余地を有し且つ要する所特定の場の現象又は解たるに止り一般的な解は未解決のまゝ残されていると稱しても過言ではないと考へられるのである。次に熱壓合板の製造に當り Hotpress の壓縮時間を如何に選定すべきかについては Bittner 氏¹⁰⁾ によつて唯一つの經驗的資料が提出されているに過ぎず更に木材乾燥に際して最も主要な役割を演すべき乾燥中の温度分布については從來全く考慮されていないといつても過言ではない。この様に木材の熱處理が實際に廣く行はれ木材利用上樞要な地位を占めているにも拘らずその基礎をなすべき木材の熱傳導の理論的究明に著しく缺く所がある事は今後この方面に於ける木材の合理的利用の發展性を更に著しく阻害するであらうことは想像に難くない。筆者は之等の問題を究明すべく數年來木材の熱學的性質に關する研究に従事中であるが本論文に於ては特に木材の熱傳導方程式と解の適用性に關する検討を行つた後木材の加熱に際して考へられる各種の主要な場合について解を求め之を總括し應用上重要な場合の理論的究明に一應の解決を與へると共に特に必要な諸問題に對しては理論解の具体的計算法を紹介し或は圖表を作製して計算の簡易化を計つた。蓋し之等の解の正式計算は頗る煩雜でそのまゝでは到底一般に利用し得ないからである。

本研究に對し種々と御配慮を賜つた梶田教授に謹んで謝意を表する。

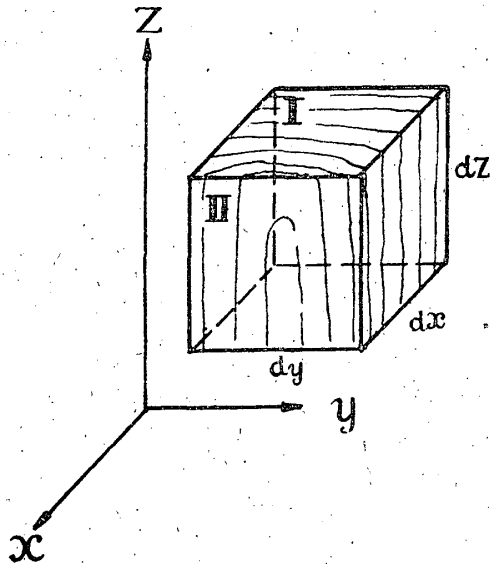
* 木材の熱傳導に關する研究では Mac Lean 氏のものが最もまとまつてゐる様であるが不幸にして筆者は未だ之に觸れる機會を得ていない。

Ⅱ 木材の熱傳導方程式と解の適用性

1. 直角座標による熱傳導方程式

今第1圖の如き微小体積の木材をとりその半径、切線及び纖維方向を夫々 x, y, z 軸に平行ならしめ先づ x 即ち半径方向のみについて考へる時この方向の熱傳導率を λ_x とすれば、面 I を通し微小

第 1 圖



時間 $d\theta$ 内にこの体内に流れ込む熱量は $-\lambda_x \frac{\partial t}{\partial x} dy dz d\theta$,

又面 II を通りこの体内から流れ出る熱量は

$-\lambda_x \frac{\partial}{\partial x} \left(t + \frac{\partial t}{\partial x} dx \right) dy dz d\theta$ 従つて λ_x がこの温度變

化内に於て const. であれば差引微小体内に残る熱量は

$\lambda_x \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx dy dz d\theta$ となる。同様の事が y (即切線) 方

向及び z (即繊維) 方向についても言へる故、結局微小体積の受ける熱量 dQ は

$$dQ = \left(\lambda_x \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dx dy dz$$

今この体積の温度上昇速度を $\frac{\partial t}{\partial \theta}$ とすれば密度を R , 比熱

を c とおき

$$dQ = cR dx dy dz \frac{\partial t}{\partial \theta} d\theta$$

$$\text{兩式より} \quad \frac{\partial t}{\partial \theta} = \frac{\lambda_x}{cR} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\lambda_y}{cR} \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\lambda_z}{cR} \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$\text{或は} \quad \frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_x \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \alpha_y \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \alpha_z \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$$

但し $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ は夫々木材の半径、切線並に繊維方向の熱擴散率であり (1) 式は即木材の熱傳導の基礎式である。

2. 円筒座標による熱傳導方程式

(1) 式を円筒座標で表はす爲に $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_r$, $\alpha_z = \alpha_z$ とし $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ なる變換を行ふと t は r, φ を通して x, y の函數となる故 $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2}$ この値を (1) 式にいれ円筒の熱傳導方程式として

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_r \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} \right) + \alpha_z \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \quad (2)$$

を得、近似的に丸太材の熱傳導基礎式と見做すことが出来る。

3. 解 の 適 用 性

(1) 又は (2) 式を解くに當つて一般に熱擴散率 α は const. なる事が必要である。然るに α を構成する各因子, λ, c, R は何れも温度, 密度, 含水率, 繊維方向等の影響をうける爲, 上述の熱傳導基礎式の適用に先立つて一應之等の因子の α に及ぼす影響について検討を行ひ解の成立に對する吟味を行ふ事が必要である。

(a) 密度 (従つて樹種) と熱擴散率との關係

木材の密度と熱傳導率の關係については廣範圍の測定により温度 20°C , 含水率 10% に於て次の實驗式¹⁾が與へられている。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_L &= 0.15 \left(\frac{R}{1000} \right)^{1.5} + 0.04 \\ \lambda_{//} &= 0.45 \left(\frac{R}{1000} \right)^{1.5} + 0.04 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

但し λ_L , $\lambda_{//}$ は夫々繊維に直角並に平行方向の熱傳導率 (kcal/mh°C) R は木材の密度 (kg/m³) である。次に密度と比熱との關係は Dunlap 氏¹²⁾ によれば $R=230-1100$ の範圍に於て無關係なる事が報告せられている。従つて密度と熱擴散率との關係は λ/R によつて決定される事になるが (3) 式より明かな如く $R=400-800$ の範圍では $\lambda/R = \text{const.}$ と見做し得る故一般に α は密度従つて樹種に無關係な一定の値であるとしても差支なく特に軽い材 ($R > 400$) 及び重い材 ($R > 800$) に對しては稍増加する傾向を有するものと見る事が出来る。

(b) 溫度と熱擴散率との關係

多くの物質の熱傳導率と溫度との關係については古く Nusselt 氏¹³⁾ により λ が絶對溫度に比例する事が見出されており Kollmann 氏¹⁴⁾ は木材に對してもこの法則が適用出来る事を指摘している。従つて

$$\lambda_1 = \lambda_2 \frac{T_1}{T_2} = \lambda_2 \frac{273 + t_1}{273 + t_2} \dots \dots \dots (4)$$

但し λ_1 , λ_2 は夫々溫度 t_1 , t_2 に於ける熱傳導率

又比熱と溫度との關係については Dunlap 氏¹²⁾ により

$$c = 0.266 + 0.00116 t \dots \dots \dots (5)$$

が與へられている。木材に對する溫度と密度との關係は實際上之を無視して差支ない故結局溫度による α の變化は (4), (5) 式によつて決定されることになるが兩式より明かな様に λ 及 c は何れも溫度の上昇と共に増加し前者に比して後者の増加率がやゝ大きい爲 α 自体は溫度上昇と共に若干低下する傾向を有しているが實用上は畧 const. と見做してその平均値を使用しても差支ない程度である。

(c) 含水率と熱擴散率との關係

含水率 u と熱傳導 λ との關係については Griffiths 氏, Kaye 氏¹⁵⁾ 並に Rowley 氏¹⁶⁾ 特に後者によつて研究され各種の樹種に對して含水率 $u = 5-30\%$ に於て次の實驗式が確立されている。

$$\lambda_2 = \lambda_1 \left[1 - 0.012 (u_1 - u_2) \right] \dots \dots \dots (6)$$

但し λ_1 , λ_2 は夫々含水率 u_1 , u_2 (%) に於ける熱傳導率

次に含水率と比重との關係については絶乾及び濕潤含水率 x に於ける木材の比熱を夫々 c_0 , c_x 水の比熱を c_w とすれば

$$c_x = x \cdot c_w + (1-x) c_0$$

然るに濕潤含水率 x と乾燥含水率 u との間には $x = \frac{u}{1+u}$ なる關係がある故之を用ひ且つ $c_w = 1$ とすれば

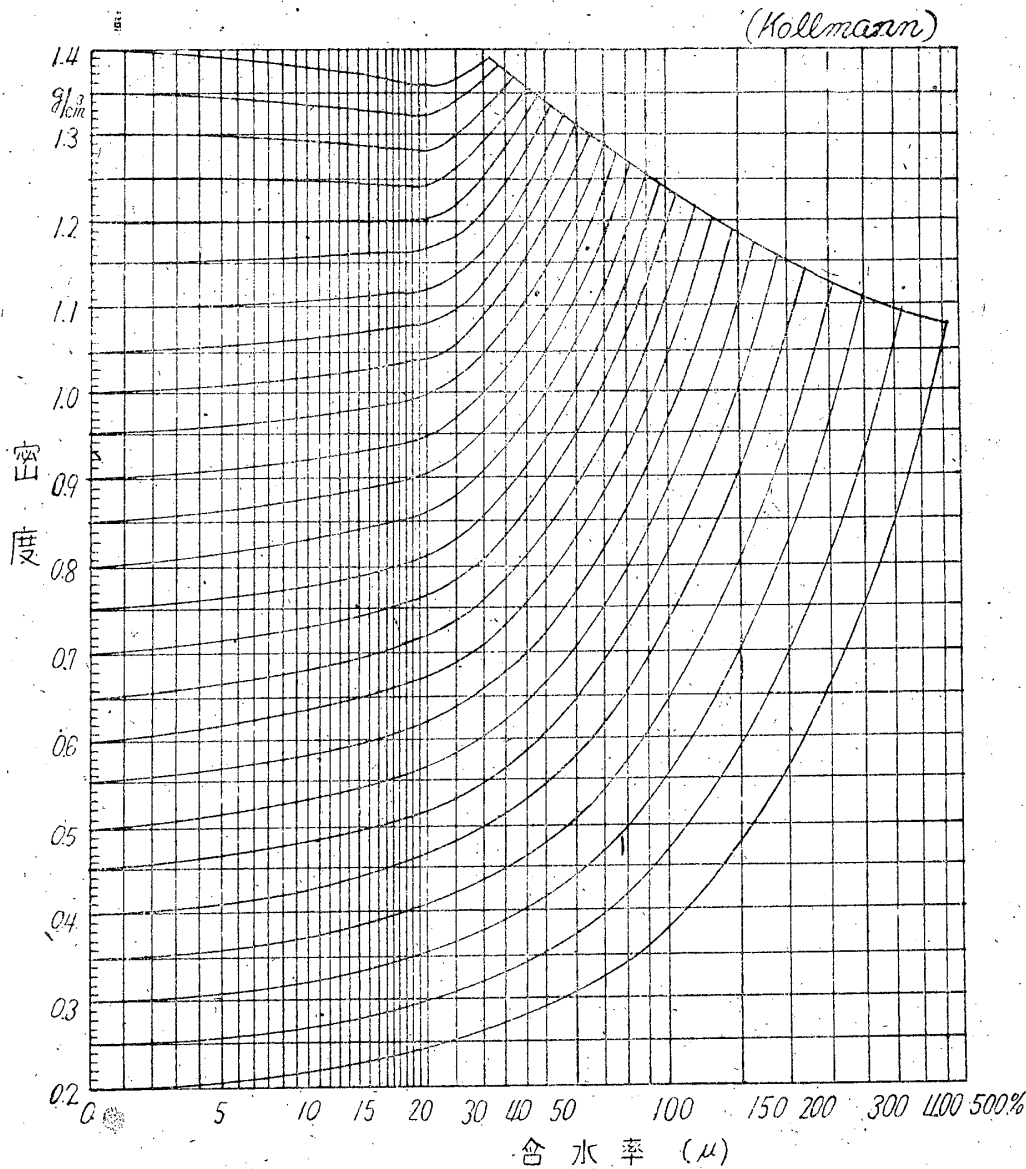
$$c_u = \frac{u + c_0}{u + 1} \dots \dots \dots (7)$$

最後に含水率と密度との関係については Kollmann 氏¹⁴⁾ が $u = 0 \sim 25\%$ に於て Möhrath 氏¹⁷⁾ 並に米國林産試験場¹⁸⁾の研究結果を利用して

$$r_u = r_0 \frac{1+u}{1+0.84 u r_0} \dots\dots\dots (8)$$

r_0 : 絶乾比重, r_u : 含水率 u に於ける容積比重。

第 2 圖



を求め且つ吸濕による最大膨脹が纖維飽和点よりかなり高含水率に於て起る事實に基き第2圖の如きグラフを作製してこれが多くの樹種に対して極めてよく一致する事を確めている。従つて含水率の變化による α の變化は (6), (7) 式並に第2圖のグラフにより決定され實際にはかなり變動することになる。

(d) 纖維の方向と熱擴散率との關係

熱傳導率と纖維の方向との關係は(3) 式によつて與へられ纖維方向のそれは纖維に直角方向のそれの約2.0~2.5 倍であるが、更に Griffiths 氏並に Kaye 氏¹⁵⁾ によれば λ_L は切線方向に於ては半径方向のそれよりやゝ大きい事並にその原因は髓線の存在に基くものであらう事が報告されているがその差異は比較的少く實用上には $\lambda_L = \frac{\lambda_x + \lambda_y}{2}$ 又は $\lambda_L = \lambda_x = \lambda_y$ と見做しても差支えない。

第1表 は Griffiths 氏等の測定値と (3) 式による計算値を比較したものである。 c 及び R の値は

纖維の方向には無關係である故熱擴散率は結局 (3) 式により定まり $\alpha_{//}$ は $\alpha_{\perp}$ の 2.0~2.5 倍, α_x, α_y は α_y 稍大なるも實用上には $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_{\perp}$ として差支えない事になり円壩座標系に於ける基礎式 (2) はこの條件の下に導出したものである。

第1表 纖維方向と熱傳導率 (Griffiths & Kaye)

樹 種	比 重	含水率(%)	$\lambda_{//}$	λ_x	λ_y	$\lambda_{\perp}$ (實驗式 (3))
トネリコ	0.74	15	0.2628	0.1512	0.1404	0.143
タウヒ	0.41	16	0.1908	0.1044	0.0900	0.085
マホガニー	0.70	15	0.2664	0.1440	0.1332	0.134
クルミ	0.65	12	0.2844	0.1260	0.1188	0.121

以上を具体的な値で示すと、例へば纖維に直角な方向に於て (a) 密度の變化に對して、ナラ ($r_0 = 0.78$), ブナ ($r_0 = 0.67$), タモ ($r_0 = 0.59$), スギ ($r_0 = 0.42$), タイヒ ($r_0 = 0.36$), マツ ($r_0 = 0.31$) に對し 20°C , 0% に於ける $\alpha_{\perp}$ の値を計算すると、

樹 種	ナラ	ブナ	タモ	スギ	タイヒ	マツ	
$_{20}\alpha_0$	0.103	0.102	0.102	0.105	0.109	0.113	cm^2/min

[α の左脚符は溫度, 右脚符は含水率を表はす以下同斷]

となり (b) 溫度の變化に對して例へばナラの絶乾材について計算すると、

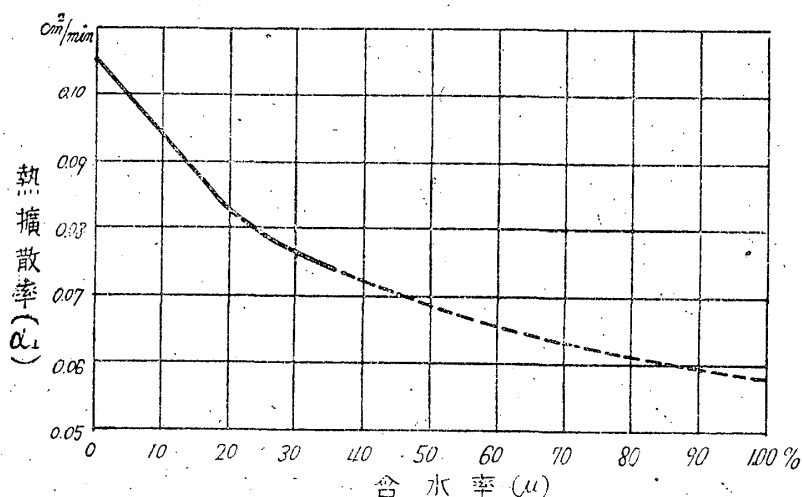
溫度	20	40	60	80	100	120	$^{\circ}\text{C}$
α_0	0.103	0.103	0.101	0.100	0.0997	0.0985	cm^2/min

となり (c) 含水率の變化に對してはスギの 20°C を例にとると、

含水率	0	10	20	30	40	50	70	100	%
$_{20}\alpha$	0.105	0.0940	0.0825	0.0767	0.0725	0.0684	0.0630	0.0581	cm^2/min

第 3 圖

となり之を圖示すると第3圖の如くなる。但し圖中含水率35%以上に於ける値は (6) 式が成立し得る假定の下に算出したものであるが Mac Lean 氏¹⁹⁾ によれば、纖維飽和点以上では含水率の如何に拘らず、溫度上昇の割合が等しいとされ、又小倉氏⁸⁾ の實驗も同様な結果を與へている事から判斷すると熱擴散



率は const. であるとも考へられるが、松本氏⁷⁾ の實驗結果によると纖維飽和点以上に於ても含水率の増加と共に溫度上昇速度が低下しており従つて熱擴散率は含水率の増加に伴つて減することになり、この問題に關しては更に今後の實驗に俟たねばならぬと考へられる。

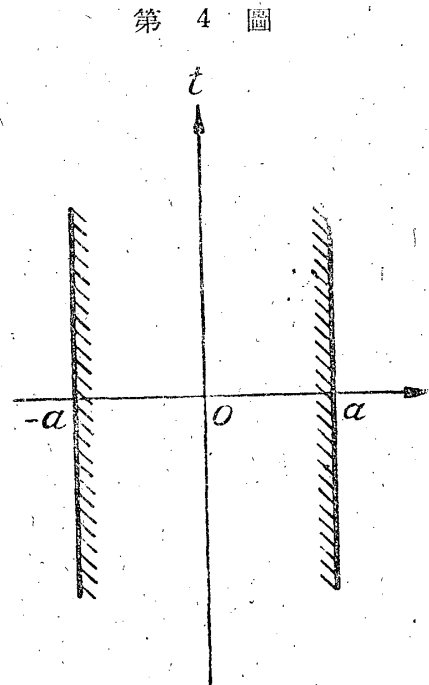
以上の説明によつて明かな如く木材の熱傳導理論を取扱ふに當り樹種の相異及び温度の高低に對し熱擴散率は畧一定の値を維持する故理論解の適用に際して何等の支障をもたらないが、加熱中含水率が變化する場合特に纖維飽和点以下に於て α の變動が著しい事及び含水率の變化に伴ひ當然熱の授受が行はれる事が予想される故この様な場合には α の平均値を用ひても尙相當の誤差を免れる事が出來ない事に注意しなければならない。従つて以下本論文に於て取扱はれる各種の解を適用する場合にもこの事柄に留意することが必要である。

Ⅲ 板 材 の 熱 傳 導

1. 溫水又は熱氣による加熱

(a) 流体温度が一定なる場合

厚さの割合に非常に廣い板材を一定温度の溫水又は熱氣によつて加熱する場合熱流は厚さの方向のみに移動し、且つ板の表面に於て境膜を通して傳熱作用が行はれる故、今板の厚さを $2a$ 、初の温度分布を $f(x)$ 、加熱流体の温度を $t_1^\circ\text{C}$ とすれば次の諸式が成立する。(第4圖)



$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \dots\dots\dots (9)$$

$$\theta = 0 \quad \text{に於て} \quad t = f(x) \dots\dots\dots (10)$$

$$x = \pm a \quad \text{に於て} \quad \frac{\partial t}{\partial x} \mp h_L (t - t_1) = 0 \dots\dots (11)$$

$$x = 0 \quad \text{に於て} \quad \frac{\partial t}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

但し $h_L = h'/\lambda_L$, h' : 熱傳達率

$T = t - t_1$ なる變換を行ふと

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \dots\dots\dots (9')$$

$$\theta = 0: \quad T = f(x) - t_1 = F(x) \dots\dots\dots (10')$$

$$x = \pm a: \quad \frac{\partial T}{\partial x} \mp h_L T = 0 \dots\dots\dots (11')$$

$$x = 0: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (12')$$

(9'), (11'), (12)' の解として

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\alpha \left(\frac{u_n}{a}\right)^2 \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \quad dx$$

但し u_n は $\cot u = \frac{u}{h_L a}$ の第 n 番目の實根。

之に初期條件を用ひて

$$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \frac{u_n}{a} x$$

を得る故この様に A_n を定ればよい、然るに $F(x)$ は

$$F(x) = \frac{1}{a} \sum \frac{u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \cos \frac{u_n}{a} x \int_{-a}^a F(\lambda) \cos \frac{u_n}{a} \lambda d\lambda$$

なる展開が出来る故、兩式より定めた A_n により

$$T = \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} e^{-\alpha \left(\frac{u_n}{a}\right)^2 \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \int_{-a}^a F(\lambda) \cos \frac{u_n}{a} \lambda d\lambda$$

t に戻して

$$t - t_1 = \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha \left(\frac{u_n}{a}\right)^2 \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \frac{u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \int_{-a}^a \{f(\lambda) - t_1\} \cos \frac{u_n}{a} \lambda d\lambda \dots (13)$$

が求める解となる。

若し板の初の温度が均一で t_0 であれば $f(\lambda) = t_0$ とおき、

$$\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha \left(\frac{u_n}{a}\right)^2 \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \dots (14)$$

板の中央面温度に對しては $x=0$ とおき、

$$\frac{t_1 - t_m}{t_1 - t_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha \left(\frac{u_n}{a}\right)^2 \theta} \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \dots (15)$$

を得る。

第2表 (川下研介：熱傳導論による)

$\cot u = \frac{u}{ha}$ の 根				
ha	u_1	u_2	u_3	u_4
0	0	π	2π	3π
0.001	0.032	3.142	6.283	9.425
0.002	0.044	3.142	6.284	9.425
0.005	0.071	3.143	6.284	9.425
0.01	0.100	3.145	6.285	9.426
0.02	0.141	3.148	6.286	9.427
0.05	0.222	3.157	6.291	9.430
0.1	0.311	3.173	6.299	9.435
0.2	0.433	3.204	6.315	9.446
0.5	0.653	3.292	6.362	9.477
1	0.861	3.426	6.437	9.529
2	1.079	3.644	6.578	9.630
5	1.260	3.936	6.814	9.811
10	1.428	4.305	7.229	10.200
20	1.498	4.491	7.495	10.513
50	1.536	4.619	7.703	10.783
∞	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{2}\pi$	$\frac{7}{2}\pi$

(13)~(15) は一般によく知られた式で、式中

の u_n は $\cot u = \frac{u}{ha}$ の第 n 番目の實根を表はし

各種の ha に對して 第2表 の如く與へられている。従つて熱傳達率 h' が判れば之等の式から板の任意の場所の任意の時刻に於ける温度を求める事が出来るがその正式の計算は頗る面倒である爲

Gurney 並に Lurie 氏²⁰⁾ は (14) 式を $\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0}$,

$\frac{x}{a}$, $\alpha \frac{\theta}{a^2}$ の Dimensionless eq. として 第5圖

を作製し圖式による簡易計算法を示している。

熱傳達率 h' は一般に加熱流体の種類、温度、速度並に被加熱物体の表面の状態等により非常に變動する値で概畧の値として

静止せる空氣又は密閉された空氣 kcal/m²h°C
.....3~30

運動せる空氣..... 10~500

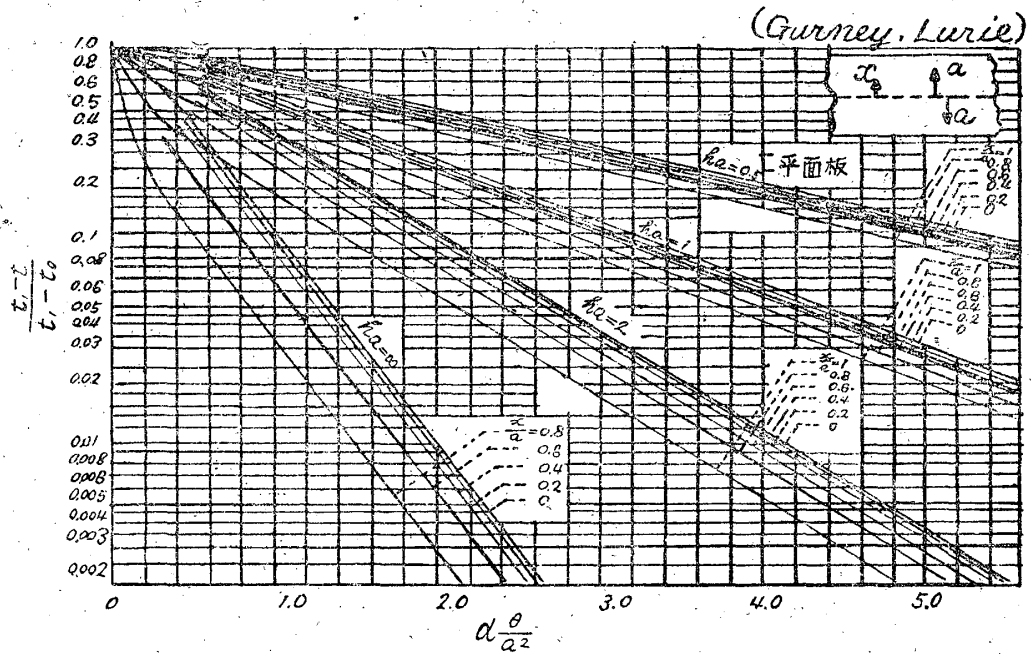
運動せる流体.....200~5000

凝結しつつある蒸氣..... 7000~12000

第 5 圖

が與へられ加熱
流体として凝結
しつつある蒸氣
を用いた場合の
熱傳達率は極め
て大なる値を示
している。

木材に對する
 h' の測定値は殆
んど發表されて
いないが當研究
室に於て溫度
80°C, 關係溫度



40% 速度 0 の熱氣によりブナ, アカマツ及びスギの鉋削面, 鋸断面に對して測定した結果²¹⁾ によれば、樹種並に木材の表面狀態の差異による相異はなく平均 15 kcal/m²h°C である。

扱てこの場合板が外部流体の溫度と暑平衡するに要する時間 θ_{eq} は (13) 式中の時間に影響される

因子 $e^{-\alpha_1 \left(\frac{u_n}{a}\right)^2 \theta}$ が極めて小さい時に與へられ實用上 $e^{-\alpha_1 \left(\frac{u_n}{a}\right)^2 \theta} = 0.01$ として充分である故、

$$\theta_{eq} = \frac{4.6 a^2}{\alpha_1 u_n^2} \dots \dots \dots (16)$$

となり u_n の値としてはその最小値 u_1 を用ひて求める事が出来る。

(b) 流体溫度が時間的に變化する場合

流体の溫度が時間の函數 $\varphi(\theta)$ なる變化をする場合次の諸式が成立する。

$$\begin{cases} \frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_1 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \dots \dots \dots (9) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta = : t = f(x) \dots \dots \dots (10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \mp a : \frac{\partial t}{\partial x} \mp h_1 \{ t - \varphi(\theta) \} = 0 \dots \dots \dots (17) \end{cases}$$

Stokes の方法を用ひてこの解を

$$\begin{cases} t(\theta, x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\theta) \cos \frac{u_n}{a} x \dots \dots \dots (18) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_n(\theta) = \frac{1}{a} \frac{u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \int_{-a}^a t(\theta, \lambda) \cos \frac{u_n}{a} \lambda d\lambda \dots \dots \dots (19) \end{cases}$$

とおき t の代りに $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ を用ひて

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} K \cos \frac{u_n}{a} x \int_{-a}^a \frac{\partial^2 t}{\partial \lambda^2} \cos \frac{u_n}{a} \lambda d\lambda$$

$$\left(K = \frac{1}{a} \frac{u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \right)$$

右邊の積分に境界條件を用ひて計算すると

$$\int_{-a}^a \frac{\partial^2 t}{\partial \lambda^2} \cos \frac{u_n}{a} \lambda d\lambda = 2a \frac{\sin u_n}{u_n} \alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \varphi(\theta) - \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \frac{A_n}{K}$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{u_n}{a} x K \left\{ 2a \frac{\sin u_n}{u_n} \alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \varphi(\theta) - \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \frac{A_n}{K} \right\}$$

又 (18) 式より

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{u_n}{a} x \frac{dA_n}{d\theta}$$

兩式より

$$\frac{dA_n}{d\theta} + \alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 A_n = K 2a \frac{\sin u_n}{u_n} \alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \varphi(\theta)$$

$$A_n = e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \theta} \left\{ K 2a \frac{\sin u_n}{u_n} \alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi + C_n \right\}$$

之を用ひて結局

$$t(\theta, x) = \sum e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \left\{ K 2a \frac{\sin u_n}{u_n} \alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi + C_n \right\}$$

之に初期條件を用ひて C_n を決定すると

$$C_n = K \int_{-a}^a f(\lambda) \cos \frac{u_n}{a} \lambda d\lambda$$

なる故結局

$$t = \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \frac{u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \left[\int_{-a}^a f(\lambda) \cos \frac{u_n}{a} \lambda d\lambda \right. \\ \left. + 2a \frac{\sin u_n}{u_n} \alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots \dots \dots (20)$$

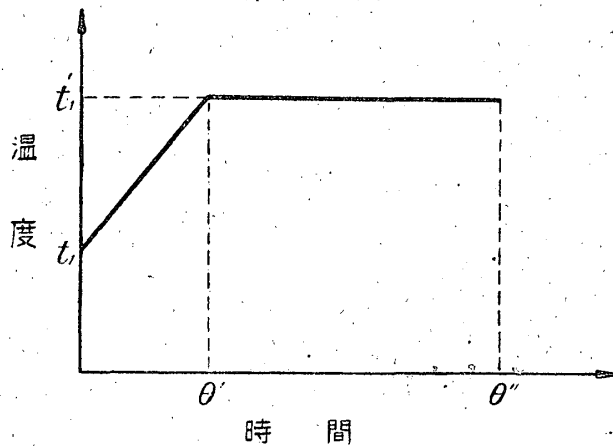
が求める解となる。若し初の溫度分布が t_0 であれば $f(\lambda) = t_0$ とおき

$$t = 2 \sum e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \left[t_0 + \alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots \dots \dots (21)$$

板の中央面の溫度 t_m は $x=0$ とおき

$$t_m = 2 \sum e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \theta} \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \left[t_0 + \alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] (22)$$

第 6 圖



實用上 $\varphi(\theta)$ は 第6圖 の如く流体温度が最初の θ' 間に t_1 から t_1' 迄近似的に直線的に増加し以後 θ' 迄 t_1' を維持する如き加熱方法がよく用ひられる。この様な場合には $\varphi(\theta)$ を區間 θ'' に於て Fourier 式級數で表はすと便利である。即ち今 $t - t_1 = T$ なる變換に於ける温度變化を $\psi(\theta)$ とすれば

$$\psi(\theta) = \begin{cases} \frac{T_1'}{\theta'} \theta & (0 < \theta < \theta') \\ T_1' & (\theta' < \theta < \theta'') \end{cases}$$

従つて

$$\psi(\theta) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_1'}{n} \left\{ \frac{\theta''}{n\pi\theta'} \sin \frac{n\pi\theta'}{\theta''} + (-1)^{n-1} \right\} \sin \frac{n\pi\theta}{\theta''}$$

元に戻して

$$\varphi(\theta) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{t_1' - t_1}{n} \left\{ \frac{\theta''}{n\pi\theta'} \sin \frac{n\pi\theta'}{\theta''} + (-1)^{n-1} \right\} \sin \frac{n\pi\theta}{\theta''} + t_1 \dots \dots \dots (23)$$

を得る故之を (20)~(22) 式の第2項に代入すればよい。

木材を温水又は熱氣によつて加熱した場合については從來あまり發表されていないが加熱條件の如何によつて大なり小なり吸水又は蒸發作用が相伴ひ、之等吸水又は蒸發速度が傳熱速度に對して省畧し得ない様な加熱條件が與へられた場合、例へば高温低濕の熱氣によつて材を乾燥する様な場合には前述の (13), (14) 或は (20), (21) 式等は當然適用出來ないであらう事が想像されるが之等の問題については尙今後の實驗に俟ちたいと考へて居る。

2. 熱板又は Steaming による加熱

(a) 熱板又は蒸氣温度が一定なる場合

厚さ $2a$, 初の温度分布 $f(x)$ なる非常に廣い板を一定の表面温度 t_1 なる熱板により兩面より同時に加熱した場合板の表面温度は直ちに熱板温度に等しくなると見做して差支ない故次の諸式が成立する。

$$\begin{cases} \frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \dots \dots \dots (9) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta = 0: t = f(x) \dots \dots \dots (10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm a: t = t_1 \dots \dots \dots (24) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0: \frac{\partial t}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (12) \end{cases}$$

$T = t - t_1$ なる變換を行ひ 1. (a) に於けると同様にして解を求めると

$$t - t_1 = \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha \left(\frac{2n-1\pi}{2a} \right)^2 \theta} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \int_{-a}^a \left\{ f(\lambda) - t_1 \right\} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} \lambda d\lambda \dots \dots \dots (25)$$

初の溫度分布が t_0 であれば $f(\lambda)=t_0$ とおき

$$\frac{t_1-t}{t_1-t_0} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_1 \left(\frac{2n-1}{2a} \right)^2 \theta} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \dots (26)$$

板の中央面溫度 t_m は $x=0$ とおき

$$\frac{t_1-t_m}{t_1-t_0} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_1 \left(\frac{2n-1}{2a} \right)^2 \theta} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \dots (27)$$

を得る。

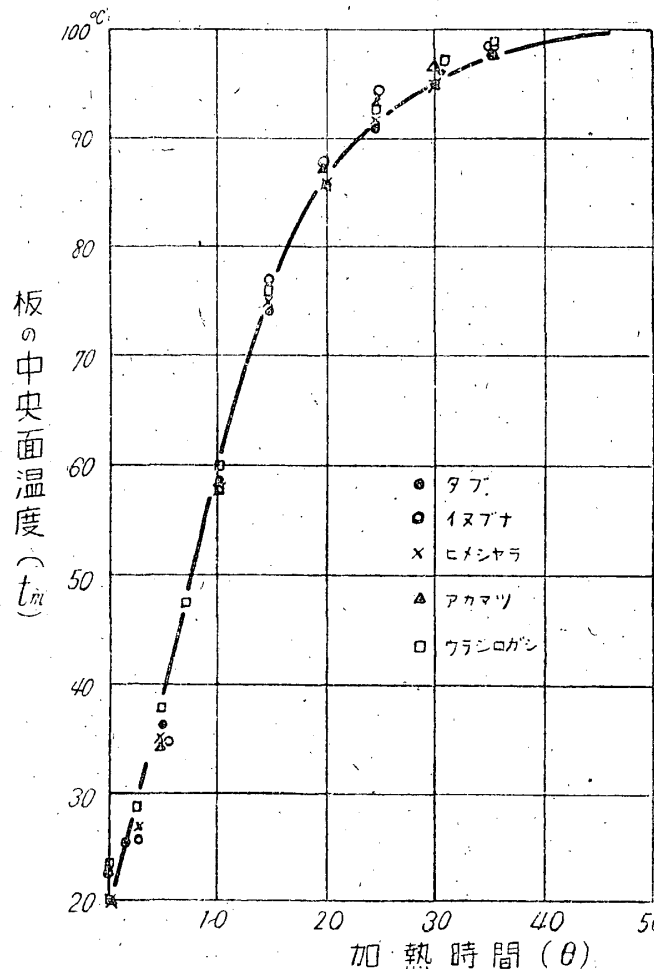
扱て加熱流体として凝結しつゝある蒸氣を用ひた場合前述した如く h' は極めて大きい故、今その極限 $h' \rightarrow \infty$ i.e. $h \rightarrow \infty$ を考る時 $u_n = \frac{(2n-1)\pi}{2}$, $\sin u_n = (-1)^{n-1}$, $\cos u_n = 0$ なる故 (13) 式は

$$t-t_1 = \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_1 \left(\frac{2n-1}{2a} \right)^2 \theta} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \int_{-a}^a \{f(\lambda)-t_1\} \cos \frac{2n-1}{2a} \lambda d\lambda$$

となり全く (25) 式に一致しこの時の Gurney-Lurie 線圖は 第 5 圖 中 $h_a = \infty$ の場合に相當する。即ち Steaming による場合近似的に木材の表面溫度は直ちに蒸氣溫度に一致し、この事から板の内部溫度の上昇は熱板及び Steaming によつた場合が最も早く加熱流体の速度が低下する程又熱氣の場合にはその關係溫度が低下する程遅くなる事を知る事が出来る。この様に Steaming による加熱は熱氣による加熱の特殊な場合に過ぎないが以下本論文に於ては實際方面への便宜上之を別個に取扱つて行くことにする。

扱上述の理論式を實際の現象と比較して見るに例へば厚さ 3cm のタブ ($r_0=0.61$, $u=0.148$), イヌブナ ($r_0=0.67$, $u=0.151$), ヒメシヤラ ($r_0=0.71$, $u=0.139$), アカマツ ($r_0=0.72$, $u=0.148$), ウラジロガシ ($r_0=0.78$, $u=0.134$) の板目材を 100°C の蒸氣により Steaming した場合の中央面溫度 t_m を實測した結果を示すと 第 7 圖 の如くなり、平均溫度 70°C として熱擴散率 $\alpha_1=0.0900$ を用ひて Gurney-Lurie 線圖から理論的に求めた値を示すと圖中の曲線の如く表はされ、又この時の θ_{eq} は第 2 表の $u_1=\pi/2$ を用ひて (16) 式より

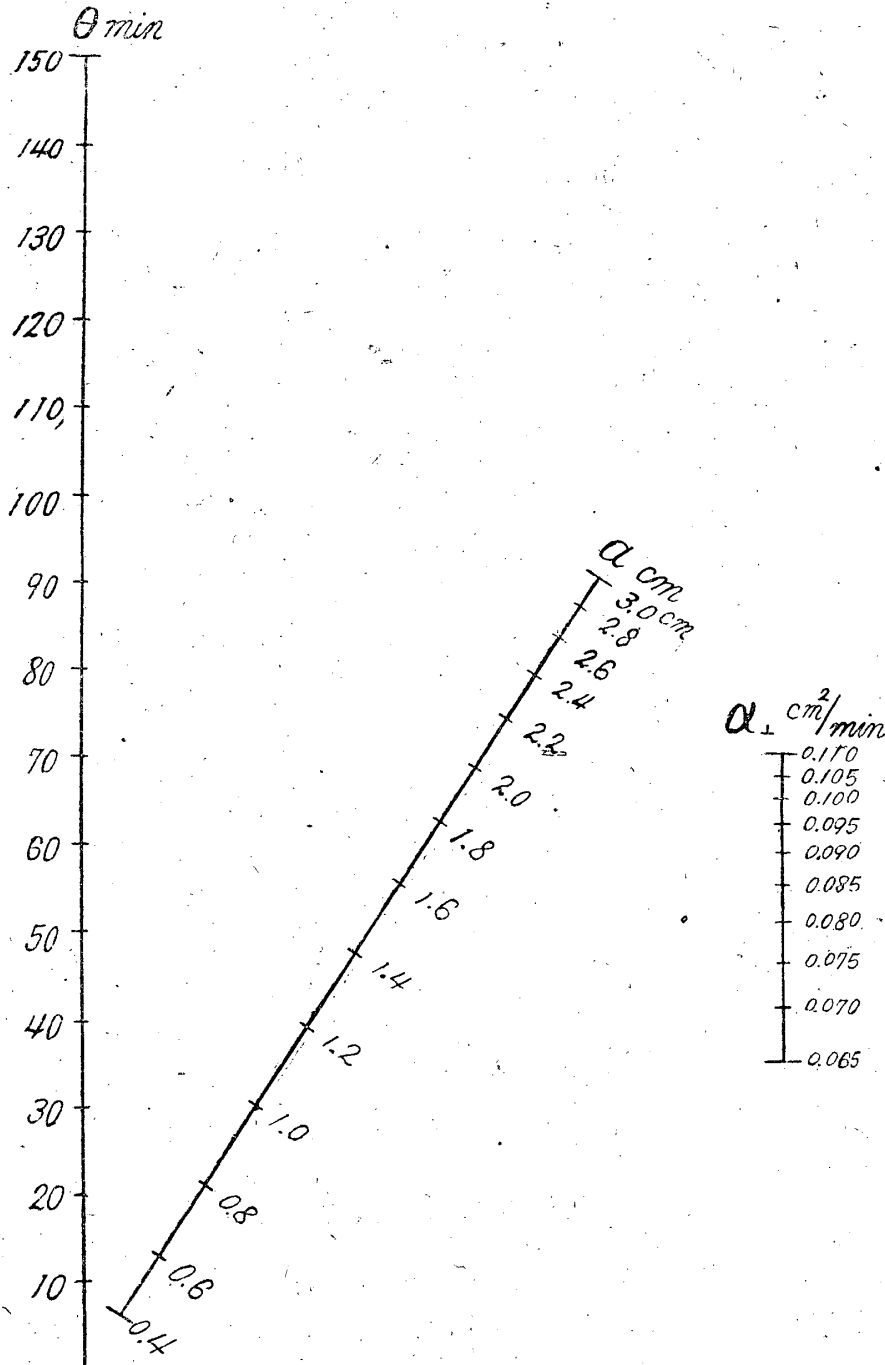
第 7 圖



$$\theta_{eq} = \frac{4.6 \times 1.5^2}{0.09 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} = 46.6 \text{ min.}$$

となり實際と極めてよく一致する。

第 8 圖



元來 Steaming によつて木材の内部水分は初の含水率が纖維飽和点以下の場合には吸濕，飽和点以上の場合には蒸發により若干の變化をうけるが，溫度平衡に要する時間以内に於てはその變化が微弱な爲熱氣加熱に於ける場合と異りよく理論式に一致するものと考えることが出来る。この事は木材内部溫度の計算を容易且確實ならしめ應用上甚だ便利である。

第 8 圖 は各種の厚さ，含水率（從つて熱擴散率）の板材を Steaming せる場合の (16) 式の θ_{eq} のノモグラフである。

(b) 熱板又は蒸氣溫度が時間的に變化する場合
條件

$$\begin{cases} \frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_{\perp} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \dots\dots\dots (9) \\ \theta = 0: t = f(x) \dots\dots\dots (16) \\ x = \pm a: t = \varphi(\theta) \dots\dots\dots (28) \end{cases}$$

を用ひて Stokes の方法により求めてもよいが (20)

式に直接 $h_{\perp} \rightarrow \infty$ に於ける條件を代入して

$$t \cong \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{2n-1}{2a}\pi\right)^2 \theta} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2a}$$

$$\times \left[\int_{-a}^a f(\lambda) \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} \lambda d\lambda + \left(\frac{4}{\pi} \right) a \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \alpha_n \left(\frac{2n-1\pi}{2a} \right)^2 \int_0^\theta e^{\alpha_n \left(\frac{2n-1\pi}{2a} \right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (29)$$

初めの溫度が t_0 なる時は (21) 式より

$$t = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_n \left(\frac{2n-1\pi}{2a} \right)^2 \theta} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \left[t_0 + \alpha_n \left(\frac{2n-1\pi}{2a} \right)^2 \int_0^\theta e^{\alpha_n \left(\frac{2n-1\pi}{2a} \right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (30)$$

中央面の溫度 t_m は (22) 式より

$$t_m = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_n \left(\frac{2n-1\pi}{2a} \right)^2 \theta} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \left[t_0 + \alpha_n \left(\frac{2n-1\pi}{2a} \right)^2 \int_0^\theta e^{\alpha_n \left(\frac{2n-1\pi}{2a} \right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (31)$$

として與へられる。

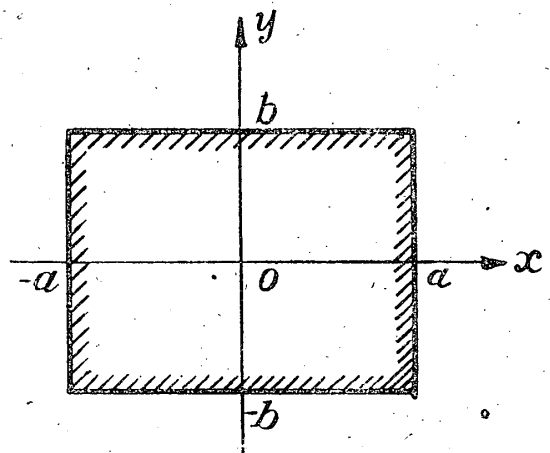
Ⅲ 長い角材の熱傳導

1. 溫水又は熱氣による加熱

(a) 流体溫度が一定なる場合

斷面が $2a \times 2b$ 、長さが斷面寸法に比して非常に長い角材を溫度 t_1 なる流体によつて加熱する場合板の初の溫度分布を $f(x, y)$ とすれば (第9圖)

第 9 圖



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_x \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \alpha_y \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \dots\dots\dots (32) \\ \theta = 0 : t = f(x, y) \dots\dots\dots (33) \\ x = \pm a : \frac{\partial t}{\partial x} \mp h_x(t - t_1) = 0 \dots\dots\dots (34) \\ y = \pm b : \frac{\partial t}{\partial y} \mp h_y(t - t_1) = 0 \dots\dots\dots (35) \\ x = 0, y = 0 : \frac{\partial t}{\partial x} = 0, \frac{\partial t}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (36) \end{array} \right.$$

$T = t - t_1$ なる變換を行つて (32) — (36) 式を満足する解を求めると Ⅲ, 1 (a) に於けると同様にし

$$t - t_1 = \frac{1}{ab} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \frac{u_n}{u_n + \sin u_n} \cos u_n \frac{u_m}{u_m + \sin u_m} \cos u_m \times \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left\{ f(\lambda, \mu) - t_1 \right\} \cos \frac{u_n}{a} \lambda \cos \frac{u_m}{b} \mu d\lambda d\mu \dots\dots\dots (37)$$

[但し u_n, u_m は夫々 $\cot u = \frac{u}{h_x a}$, $\cot u = \frac{u}{h_y b}$ の第 n , 第 m 番の實根を表はす]

若し初めの溫度分布が t_0 であれば $f(\lambda, \mu) = t_0$ とおき

$$\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{\sin u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \dots (38)$$

中心軸の温度 t_m は上式に $x=0, y=0$ とおき

$$\frac{t_1 - t_m}{t_1 - t_0} = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \theta} \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{\sin u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \dots (39)$$

特に正方形断面に対しては $a=b$ とおき且つ簡単の爲に $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_{\perp}$, $h_x = h_y = h_{\perp}$ とすれば (38), (39) は夫々

$$\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n^2 + u_m^2}{a^2} \right) \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{a} y \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{\sin u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \dots (40)$$

$$\frac{t_1 - t_m}{t_1 - t_0} = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{u_n^2 + u_m^2}{a^2} \right) \theta} \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{\sin u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \dots (41)$$

[但し u_n, u_m は $\cot u = \frac{u}{h_{\perp} a}$ の第 n, m 番目の實根]

となる。(38)~(41) 式の實際の計算を行ふ場合之等の式から明かな如く 第5圖 の Gurney-Lurie 線圖を夫々 x 及び y に対して用ひ求めた $\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0}$ の値の相乗積として得る事が出来るが、筆者は木材工業上多く用ひられる角材の爲に特に 第10圖 の如きノモグラフを作製して計算の便を計つた。即ち角材断面の $0.6a, 0.4b$ なる点の時間 θ に於ける温度 t は $\alpha \frac{\theta}{a^2}, \alpha \frac{\theta}{b^2}$ を計算しこの値を夫々相當する h_a, h_b 上に取り参考線へ移動し $\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0}$ より之を求める事が出来る。又角材の場合の θ_{eq} は板に於けると同様にして

$$\theta_{eq} = \frac{4.6}{\alpha_x \left(\frac{u_1}{a} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{u_1}{b} \right)^2} \dots (42)$$

[但し u_1 は夫々 $h_x a, h_y b$ に対する第1番目の實根である]

正方形断面に対しては $\alpha_x = \alpha_y, a=b$ とおき

$$\theta_{eq} = \frac{2.3 a^2}{\alpha_{\perp} u_1^2} \dots (43)$$

となる。

(b) 流体温度が時間的に變化する場合

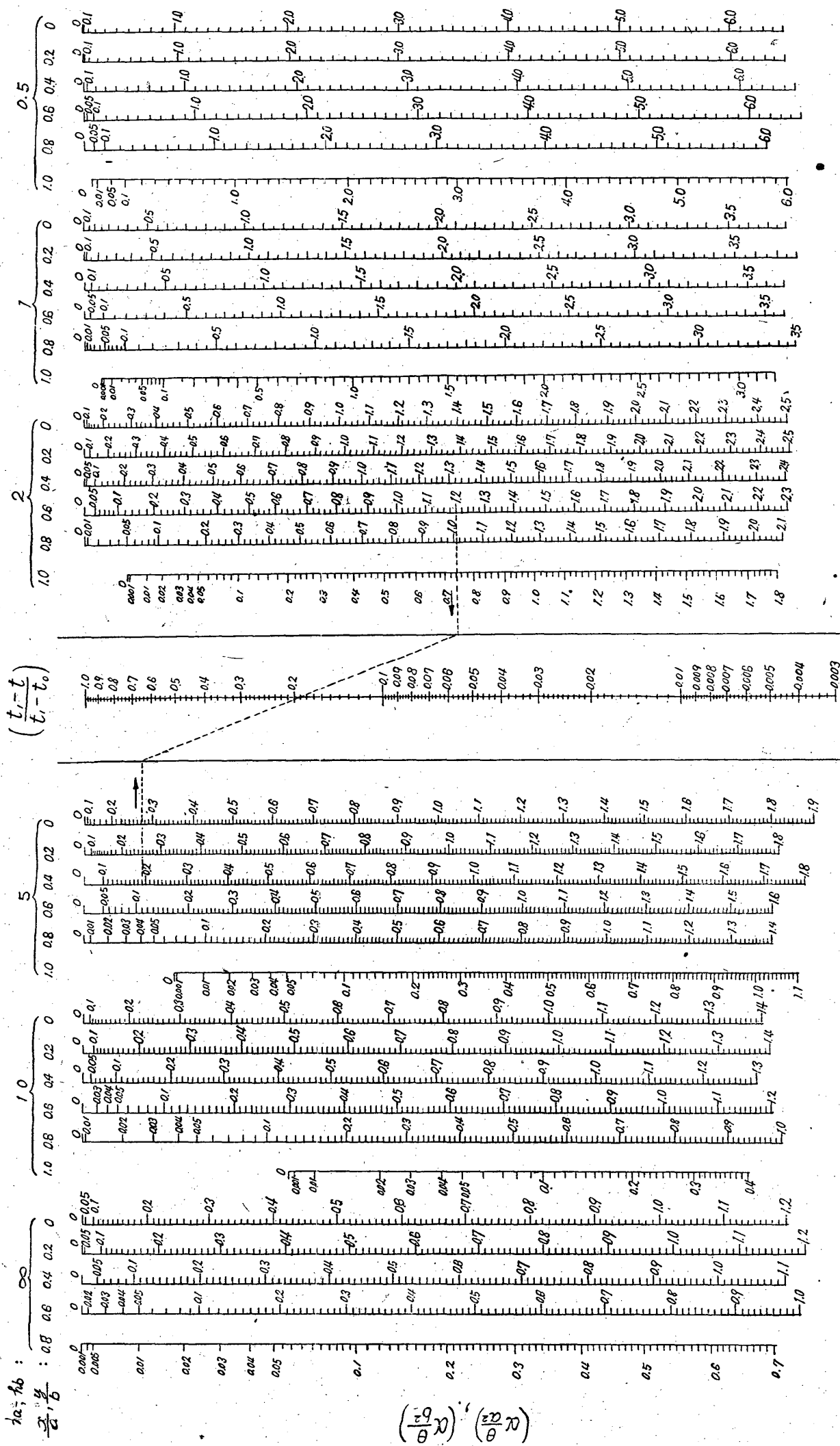
この時

$$\left\{ \frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_{\perp} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \dots (44) \right.$$

$$\left. \theta = 0 : t = f(x, y) \dots (45) \right.$$

$$\left. x = \mp a : \frac{\partial t}{\partial x} \mp h_{\perp} \{ t - \varphi(\theta) \} = 0 \dots (46) \right.$$

$$\left. y = \mp b : \frac{\partial t}{\partial y} \mp h_{\perp} \{ t - \varphi(\theta) \} = 0 \dots (46) \right.$$



Stokes の方法を用ひ、この解を

$$\begin{cases} t(\theta, x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm}(\theta) \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \\ A_{nm}(\theta) = \frac{1}{ab} \frac{u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \int_{-a}^a \int_{-b}^b t(\theta, \lambda, \mu) \cos \frac{u_n}{a} \lambda \cos \frac{u_m}{b} \mu d\lambda d\mu \end{cases}$$

とおき t の代りに $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$ を用ひると

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} K \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left(\frac{\partial^2 t}{\partial \lambda^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial \mu^2} \right) \cos \frac{u_n}{a} \lambda \cos \frac{u_m}{b} \mu d\lambda d\mu \\ &\quad, \left[K = \frac{1}{ab} \frac{u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \right] \end{aligned}$$

右邊の積分に境界條件を用ひて計算し、Ⅲ 1 (b) に於けると同様の方法により A_{nm} を求めると

$$\begin{aligned} A_{nm} = e^{-\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \theta} &\left[K 4ab \frac{\sin u_n \sin u_m}{u_n u_m} \alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 \right. \right. \\ &\left. \left. + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi + C_{nm} \right] \end{aligned}$$

初期條件から

$$C_{nm} = K \int_{-a}^a \int_{-b}^b f(\lambda, \mu) \cos \frac{u_n}{a} \lambda \cos \frac{u_m}{b} \mu d\lambda d\mu$$

之等を用ひて結局

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{ab} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \frac{u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \\ &\quad \times \left[\int_{-a}^a \int_{-b}^b f(\lambda, \mu) \cos \frac{u_n}{a} \lambda \cos \frac{u_m}{b} \mu d\lambda d\mu + 4ab \frac{\sin u_n \sin u_m}{u_n u_m} \right. \\ &\quad \left. \times \alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (47) \end{aligned}$$

初めの温度分布が t_0 であれば

$$\begin{aligned} t &= 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{\sin u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \\ &\quad \times \left[t_0 + \alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

中心軸の温度 t_m は

$$t_m = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_x \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \theta} \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{\sin u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \\ \times \left[t_0 + \alpha_x \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \int_0^{\xi} e^{-\alpha_x \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots (49)$$

2. Steaming による加熱

(a) 蒸氣溫度が一定なる場合

(37)~(39) 式に $h_x, h_y \rightarrow \infty$ に於ける條件 $u_n = \frac{(2n-1)\pi}{2}, u_m = \frac{(2m-1)\pi}{2}$ etc. をいれて

$$t - t_1 = \frac{1}{ab} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{(2n-1)\pi}{2a} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{(2m-1)\pi}{2b} \right)^2 \right\} \theta} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} y \\ \times \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left\{ f(\lambda, \mu) - t_1 \right\} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} \lambda \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} \mu d\lambda d\mu \dots (50)$$

$$\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} = \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{(2n-1)\pi}{2a} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{(2m-1)\pi}{2b} \right)^2 \right\} \theta} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} y \\ \times \frac{(-1)^{n+m-2}}{(2n-1)(2m-1)} \dots (51)$$

$$\frac{t_1 - t_m}{t_1 - t_0} = \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{(2n-1)\pi}{2a} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{(2m-1)\pi}{2b} \right)^2 \right\} \theta} \frac{(-1)^{n+m-2}}{(2n-1)(2m-1)} \dots (52)$$

が求める解となる。(51) 式の實際の溫度計算には 第10圖 左端の $h_x = \infty$ に對する目盛線のみを用ひればよい。

又この時の θ_{eq} は (42) 式の u_1 の代りに $\frac{\pi}{2}$ とおき且つ $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_x$ とおけば

$$\theta_{eq} = \frac{1.86}{\alpha_x \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)} \dots (53)$$

第11圖 は (53) 式のノモグラフである。

(b) 蒸氣溫度が時間的に變化する場合

(47)~(49) 式に $h_x \rightarrow \infty$ の條件を用ひ、夫々

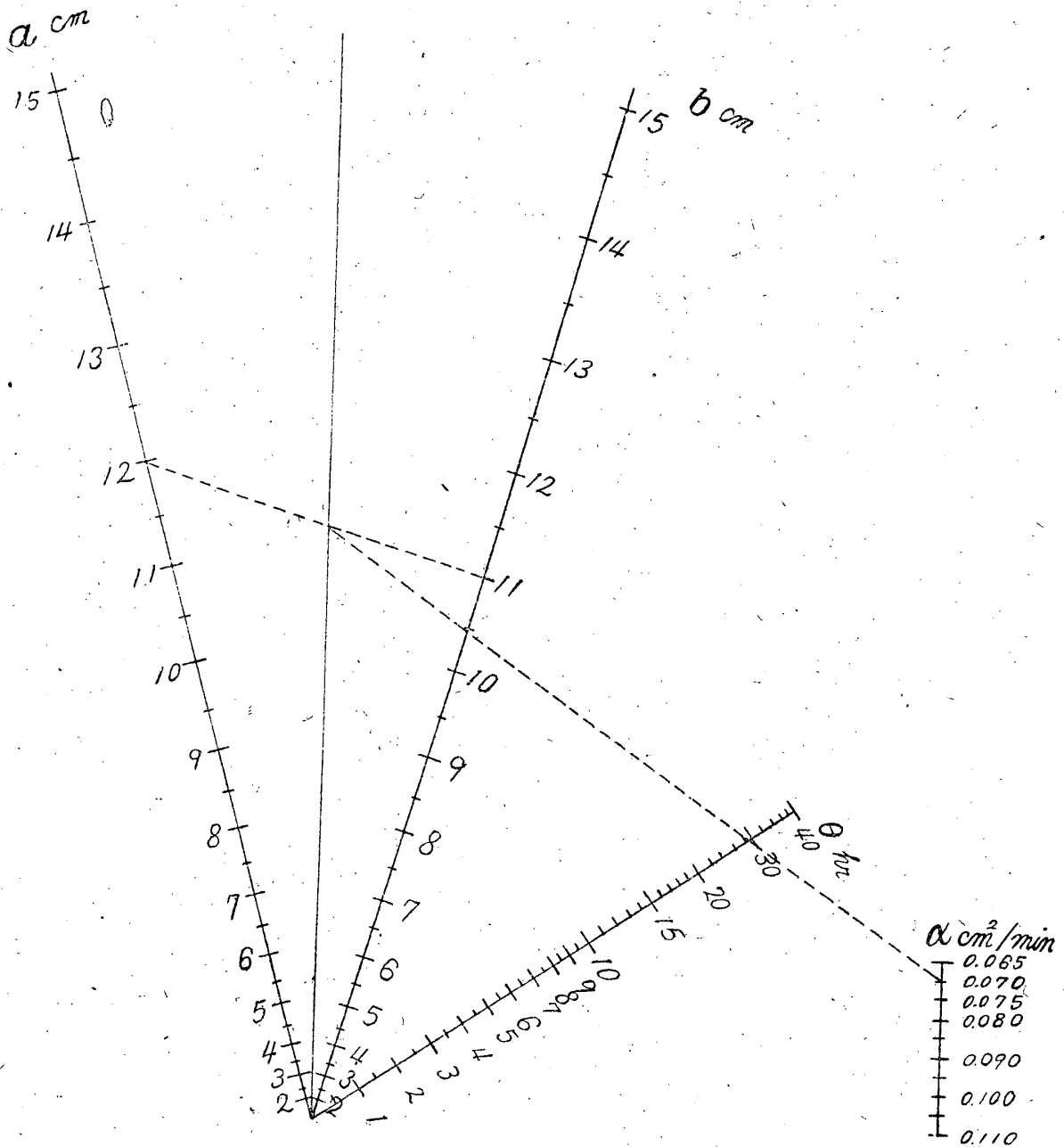
$$t = \frac{1}{ab} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\left\{ \left(\frac{(2n-1)\pi}{2a} \right)^2 + \left(\frac{(2m-1)\pi}{2b} \right)^2 \right\} \theta} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} y \\ \times \left[\int_{-a}^a \int_{-b}^b f(\lambda, \mu) \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} \lambda \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} \mu d\lambda d\mu + \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 ab \frac{(-1)^{n+m-2}}{(2n-1)(2m-1)} \right. \\ \left. \times \alpha_x \left\{ \left(\frac{(2n-1)\pi}{2a} \right)^2 + \left(\frac{(2m-1)\pi}{2b} \right)^2 \right\} \int_0^{\xi} e^{-\alpha_x \left\{ \left(\frac{(2n-1)\pi}{2a} \right)^2 + \left(\frac{(2m-1)\pi}{2b} \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots (54)$$

$$t = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a}\pi\right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b}\pi\right)^2 \right\} \theta} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} y \frac{(-1)^{n+m-2}}{(2n-1)(2m-1)} \\ \times \left[t_0 + \alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a}\pi\right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b}\pi\right)^2 \right\} \int_0^{\theta} e^{\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a}\pi\right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b}\pi\right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots (55)$$

$$t_m = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a}\pi\right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b}\pi\right)^2 \right\} \theta} \frac{(-1)^{n+m-2}}{(2n-1)(2m-1)} \\ \times \left[t_0 + \alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a}\pi\right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b}\pi\right)^2 \right\} \int_0^{\theta} e^{\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a}\pi\right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b}\pi\right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots (56)$$

を得る。

第 11 圖 長い角材の Steaming に於ける $\theta_{eq} = \frac{1.86}{\alpha_L \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)}$ のノモグラフ



V 短かい角材の熱傳導

1. 温水又は熱氣による加熱

(a) 流体温度が一定なる場合

断面の寸法に比して長さが比較的短かい角材の場合には木口からの熱傳導を無視する事が出来ない
今角材の断面寸法及び長さを夫々 $2a, 2b, 2c$, 最初の温度分布を $f(x, y, z)$ とし, 之を温度 t_1 なる流体中で加熱した場合。

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_x \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \alpha_y \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \alpha_z \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\theta = 0 : t = f(x, y, z) \dots\dots\dots (57)$$

$$x = \mp a : \frac{\partial t}{\partial x} \mp h_x (t - t_1) = 0 \dots\dots\dots (34)$$

$$y = \mp b : \frac{\partial t}{\partial y} \mp h_y (t - t_1) = 0 \dots\dots\dots (35)$$

$$z = \mp c : \frac{\partial t}{\partial z} \mp h_z (t - t_1) = 0 \dots\dots\dots (58)$$

$$x=0, y=0, z=0 : \frac{\partial t}{\partial x} = 0, \frac{\partial t}{\partial y} = 0, \frac{\partial t}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (59)$$

$T = t - t_1$ なる變換を行ひ, 上式を満足する解を求めると Ⅲ, Ⅳ に於けると同様

$$\begin{aligned} t - t_1 = & \frac{1}{abc} \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 + \alpha_z \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \cos \frac{u_p}{c} z \\ & \times \frac{u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \frac{u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c \\ & \times \left\{ f(\lambda, \mu, \nu) - t_1 \right\} \cos \frac{u_n}{a} \lambda \cos \frac{u_m}{b} \mu \cos \frac{u_p}{c} \nu d\lambda d\mu d\nu \dots\dots\dots (60) \end{aligned}$$

[但し u_p は $\cot u = \frac{u}{h_z c}$ の第 p 番目の實根を表はす]

若し初めの温度が t_0 であれば $f(\lambda, \mu, \nu) = t_0$ とおき

$$\begin{aligned} \frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} = & 8 \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 + \alpha_z \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \cos \frac{u_p}{c} z \\ & \times \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{\sin u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \frac{\sin u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \dots\dots\dots (61) \end{aligned}$$

中心点の温度 t_m は $x=0, y=0, z=0$ とおき

$$\begin{aligned} \frac{t_1 - t_m}{t_1 - t_0} = & 8 \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 + \alpha_z \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \theta} \\ & \times \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{\sin u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \frac{\sin u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \dots\dots\dots (62) \end{aligned}$$

(61) 式の實際の計算に當つては Ⅲ に於けると同様 第5圖を用いて x, y 及び z に對する $\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0}$ を

求め、之等の相乗積を改めて $\frac{t_1-t}{t_1-t_0}$ と見做せば便利である。尙中心部が溫度平衡に達する時間 θ_{eq} は

$$\theta_{eq} = \frac{4.6}{\alpha_x \left(\frac{u_1}{a}\right)^2 + \alpha_y \left(\frac{u_1}{b}\right)^2 + \alpha_z \left(\frac{u_1}{c}\right)^2} \dots \dots \dots (63)$$

u_1 は夫々 $h_x a, h_y b, h_z c$ に對する第1番目の實根である。

(b) 流体溫度が時間的に變化する場合

この時の條件を

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_x \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) + \alpha_z \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \dots \dots \dots (64) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = 0 : t = f(x, y, z) \dots \dots \dots (57) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \mp a : \frac{\partial t}{\partial x} \mp h_x \{ t - \varphi(\theta) \} = 0 \dots \dots \dots (45) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \mp b : \frac{\partial t}{\partial y} \mp h_y \{ t - \varphi(\theta) \} = 0 \dots \dots \dots (46) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = \mp c : \frac{\partial t}{\partial z} \mp h_z \{ t - \varphi(\theta) \} = 0 \dots \dots \dots (65) \end{array} \right.$$

とし、Stokes の方法によつてこの解を

$$\left\{ \begin{array}{l} t(\theta, x, y, z) = \sum_n \sum_m \sum_p A_{nmp}(\theta) \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \cos \frac{u_p}{c} z \\ A_{nmp}(\theta) = \frac{1}{abc} \frac{u_n}{u_n + \sin u_n} \frac{u_m}{u_m + \sin u_m} \frac{u_p}{u_p + \sin u_p} \\ \times \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c t(\theta, \lambda, \mu, \nu) \cos \frac{u_n}{a} \lambda \cos \frac{u_m}{b} \mu \cos \frac{u_p}{c} \nu d\lambda d\mu d\nu \end{array} \right.$$

とおき上式の t の代りに $\alpha_x \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) + \alpha_z \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$ を用ひ III, III に於けると同様の方法により

$$\begin{aligned} t = & \frac{1}{abc} \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left(\alpha_x \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} + \alpha_z \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right) \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \cos \frac{u_p}{c} z \\ & \times \frac{u_n}{u_n + \sin u_n} \frac{u_m}{u_m + \sin u_m} \frac{u_p}{u_p + \sin u_p} \\ & \times \left[\int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c f(\lambda, \mu, \nu) \cos \frac{u_n}{a} \lambda \cos \frac{u_m}{b} \mu \cos \frac{u_p}{c} \nu d\lambda d\mu d\nu + 8abc \frac{\sin u_n}{u_n} \frac{\sin u_m}{u_m} \frac{\sin u_p}{u_p} \right. \\ & \left. \times \left(\alpha_x \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} + \alpha_z \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right) \int_0^\theta e^{-\left(\alpha_x \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} + \alpha_z \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right) \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots (66) \end{aligned}$$

初めの溫度分布が t_0 であれば

$$\begin{aligned} t = & 8 \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left(\alpha_x \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} + \alpha_z \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right) \theta} \cos \frac{u_n}{a} x \cos \frac{u_m}{b} y \cos \frac{u_p}{c} z \\ & \times \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n} \frac{\sin u_m}{u_m + \sin u_m} \frac{\sin u_p}{u_p + \sin u_p} \end{aligned}$$

$$\times \left[t_0 + \left(\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right) \int_0^{\theta} e^{\left(\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right) \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots (67)$$

中心点の温度 t_m は

$$t_m = 8 \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left(\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right) \theta} \\ \times \frac{\sin u_n}{u_n + \sin u_n \cos u_n} \frac{\sin u_m}{u_m + \sin u_m \cos u_m} \frac{\sin u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \\ \times \left[t_0 + \left(\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right) \int_0^{\theta} e^{\left(\alpha_{\perp} \left\{ \left(\frac{u_n}{a} \right)^2 + \left(\frac{u_m}{b} \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right) \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots (68)$$

と求める事が出来る。

2. Steaming による加熱

(a) 蒸気温度が一定なる場合

$h_x, h_y, h_z \rightarrow \infty$ に於ける条件 $u_i = \frac{(2i-1)}{2} \pi$, $\sin u_i = (-1)^{i-1}$, $\cos u_i = 0$ [但し $i=n, m, p$] を (60)~(62) 式に於いて

$$t - t_1 = \frac{1}{abc} \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 + \alpha_z \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \theta} \\ \times \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} y \cos \frac{(2p-1)\pi}{2c} z \\ \times \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c \left\{ f(\lambda, \mu, \nu) - t_1 \right\} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} \lambda \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} \mu \cos \frac{(2p-1)\pi}{2c} \nu d\lambda d\mu d\nu \dots (69)$$

$$\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} = \left(\frac{4}{\pi} \right)^3 \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 + \alpha_z \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \theta} \\ \times \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} y \cos \frac{(2p-1)\pi}{2c} z \frac{(-1)^{n+m+p-3}}{(2n-1)(2m-1)(2p-1)} \dots (70)$$

$$\frac{t_1 - t_m}{t_1 - t_0} = \left(\frac{4}{\pi} \right)^3 \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_x \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 + \alpha_z \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \theta} \frac{(-1)^{n+m+p-3}}{(2n-1)(2m-1)(2p-1)} \\ \dots (71)$$

が求める解である。又この時の θ_{eq} は (63) 式を用ひて

$$\theta_{eq} = \frac{1.86}{\alpha_{\perp} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) + \alpha_{\parallel} \frac{1}{c^2}} \dots (72)$$

(b) 蒸気温度が時間的に變化する場合

同じく $h \rightarrow \infty$ に於ける条件を用ひて (66)~(68) 式から

$$\begin{aligned}
 t = & \frac{1}{abc} \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left(\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right) \theta} \\
 & \times \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} x \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} y \cos \frac{(2p-1)\pi}{2c} z \\
 & \times \left[\int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c f(\lambda, \mu, \nu) \cos \frac{(2n-1)\pi}{2a} \lambda \cos \frac{(2m-1)\pi}{2b} \mu \cos \frac{(2p-1)\pi}{2c} \nu d\lambda d\mu d\nu \right. \\
 & + \left(\frac{4}{\pi} \right)^3 abc \frac{(-1)^{n+m+p-3}}{(2n-1)(2m-1)(2p-1)} \left(\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right) \\
 & \left. \times \int_0^\theta e^{-\left(\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right) \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (73)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t = & \left(\frac{4}{\pi} \right)^3 \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left(\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right) \theta} \\
 & \times \cos \frac{2n-1}{2a} \pi x \cos \frac{2m-1}{2b} \pi y \cos \frac{2p-1}{2c} \pi z \frac{(-1)^{n+m+p-3}}{(2n-1)(2m-1)(2p-1)} \\
 & \times \left[t_0 + \left(\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right) \right. \\
 & \left. \times \int_0^\theta e^{-\left(\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right) \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (74)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_m = & \left(\frac{4}{\pi} \right)^3 \sum_n \sum_m \sum_p e^{-\left(\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right) \theta} \\
 & \times \frac{(-1)^{n+m+p-3}}{(2n-1)(2m-1)(2p-1)} \left[t_0 + \left(\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right) \right. \\
 & \left. \times \int_0^\theta e^{-\left(\alpha_L \left\{ \left(\frac{2n-1}{2a} \pi \right)^2 + \left(\frac{2m-1}{2b} \pi \right)^2 \right\} + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right) \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (75)
 \end{aligned}$$

を得る。

VI 長い丸太材の熱傳導

1. 温水又は熱氣による加熱

(a) 流体温度が一定なる場合

半径 a ，長さが半径に比して非常に長い丸太材を温度 t_1 なる流体によつて加熱した場合長さの方向の熱傳導は省略し得る故，今初めの温度分布を $f(r)$ とすれば

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_L \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) \dots\dots\dots (76) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \theta = 0 : t = f(r) \dots\dots\dots (77) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} r = a : \frac{\partial t}{\partial r} + h_L(t - t_1) = 0 \dots\dots\dots (78) \end{aligned} \right.$$

$T=t-t_1$ なる變換を行つて (76)~(78) の解を求めると

$$t-t_1 = \frac{2}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} J_0\left(\frac{\lambda_m r}{a}\right) \frac{1}{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)} \int_0^a \{f(\eta) - t_1\} J_0\left(\frac{\lambda_m \eta}{a}\right) \eta d\eta \quad \dots\dots\dots (79)$$

但し λ_m は $x J_1(x) - h_a J_0(x) = 0$ の
第 m 番目の正根を表はし、各種の h_a に對
して 第3表 の如く與へられている。

第 3 表 (川下研介：熱傳導論による)

$xJ_1(x) - h_a J_0(x) = 0$ の根					
ha	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
0	0.090	3.832	7.016	10.174	13.324
0.001	0.045	3.832	7.016	10.174	13.324
0.002	0.063	3.832	7.016	10.174	13.324
0.005	0.100	3.833	7.016	10.174	13.324
0.01	0.141	3.834	7.017	10.175	13.324
0.02	0.200	3.837	7.019	10.176	13.325
0.05	0.314	3.845	7.023	10.178	13.327
0.1	0.442	3.858	7.030	10.183	13.331
0.2	0.617	3.884	7.044	10.193	13.338
0.5	0.941	3.959	7.086	10.222	13.361
1	1.256	4.079	7.156	10.271	13.398
2	1.599	4.292	7.288	10.366	13.472
5	1.990	4.713	7.617	10.622	13.679
10	2.180	5.034	7.957	10.936	13.959
20	2.288	5.257	8.253	11.268	14.296
50	2.357	5.411	8.484	11.562	14.643
∞	2.405	5.520	8.653	11.792	14.931

若し丸太の初めの溫度が均一で t_0 あれ
ば $f(\eta) = t_0$ とおき

$$\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} = 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} J_0\left(\frac{\lambda_m r}{a}\right) \times \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m \{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)\}} \quad \dots\dots\dots (80)$$

丸太材の中心軸の溫度 t_m は上式に $r=0$
とおき

$$\frac{t_1 - t_m}{t_1 - t_0} = 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} \times \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m \{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)\}} \quad \dots\dots\dots (81)$$

を得る、第12圖は (80) 式の Gurney-Lurie
線圖である。又溫度平衡に達する時間 θ_{eq}

は $e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} = 0.01$ とおき

$$\theta_{eq} = \frac{4.6 a^2}{\alpha_{\perp} \lambda_1^2} \quad \dots\dots\dots (82)$$

(b) 流体溫度が時間的に變化する場合

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_{\perp} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad \dots\dots\dots (76)$$

$$\theta = 0 : t = f(r) \quad \dots\dots\dots (77)$$

$$r = 0 : \frac{\partial t}{\partial r} + h_{\perp} \{t - \varphi(\theta)\} = 0 \quad \dots\dots\dots (83)$$

上式の解を

$$\begin{cases} t(\theta, r) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m J_0\left(\frac{\lambda_m r}{a}\right) \\ A_m = \frac{2}{a^2} \frac{1}{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)} \int_0^a t(\theta, \eta) J_0\left(\frac{\lambda_m \eta}{a}\right) \eta d\eta \end{cases}$$

とおき t の代りに $\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r}$ をいれ前と全く同様の方法で

$$t = \frac{2}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_m \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} J_0\left(\frac{\lambda_m}{a}\right) \frac{1}{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)} \times \left[\int_0^a f(\eta) J_0\left(\frac{\lambda_m}{a} \eta\right) \eta d\eta + a^2 \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m} \alpha_m \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \int_0^{\theta} e^{-\alpha_m \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (84)$$

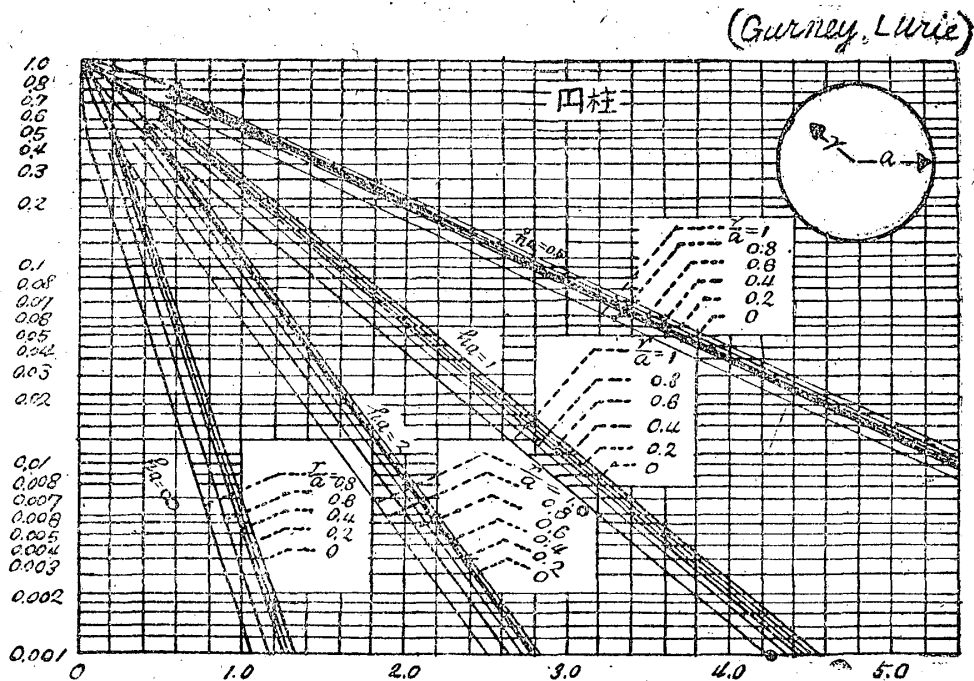
を求める事が出来る。若し初めの温度分布が t_0 であれば

$$t = 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_m \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} J_0\left(\frac{\lambda_m}{a}\right) \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m \{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)\}} \times \left[t_0 + \alpha_m \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \int_0^{\theta} e^{-\alpha_m \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (85)$$

又中心軸の温度は

$$t_m = 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_m \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m \{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)\}} \left[t_0 + \alpha_m \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \int_0^{\theta} e^{-\alpha_m \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (86)$$

第 1 2 圖



2, Staming による加熱

(a) 蒸氣温度が一定なる場合

この場合も板材, 角材の場合と同様に $h \rightarrow \infty$ i. e. $h_a \rightarrow \infty$ を考る時, これが成立する爲には条件 $x J_1(x) - h_a J_0(x) = 0$ に於て $J_0(x) = 0$ なる事が必要である。之を用ひて (79)~(81)式は夫々

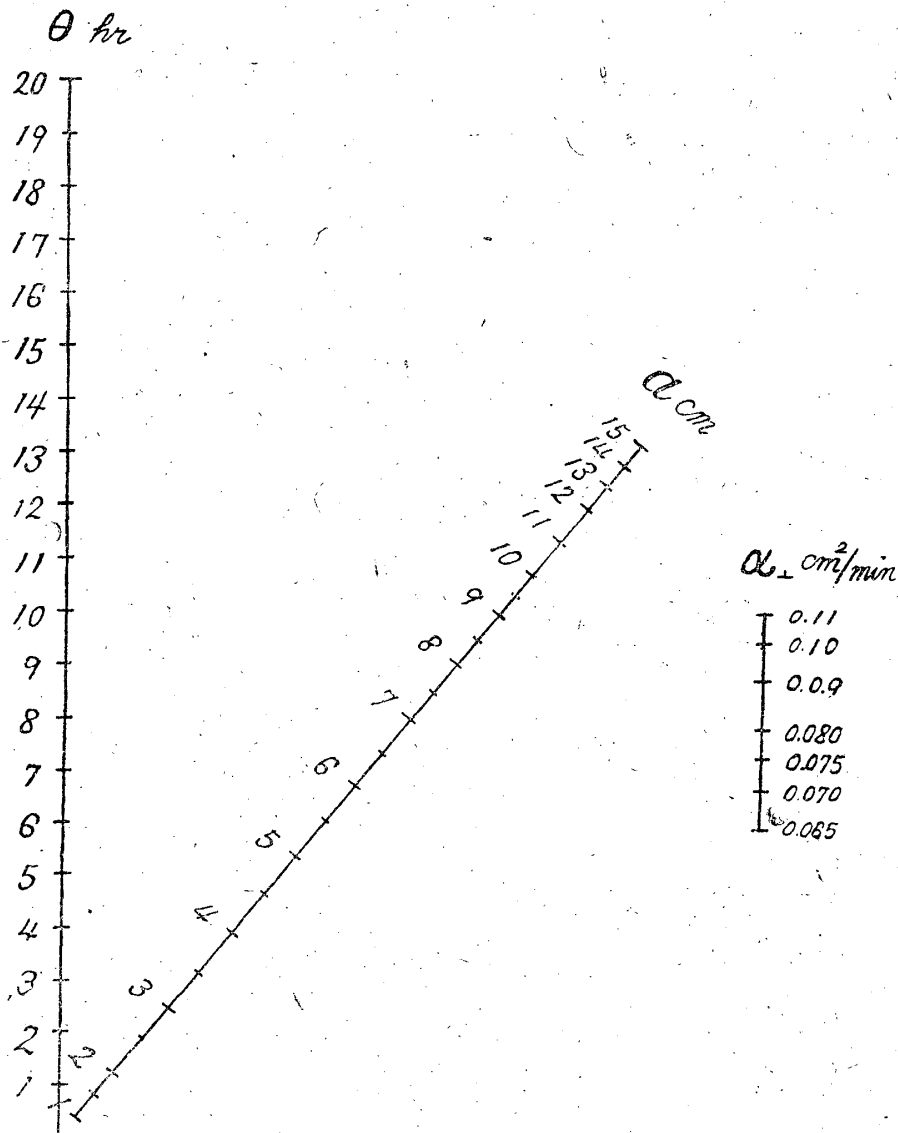
$$t - t_1 = \frac{2}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} J_0\left(\frac{\lambda_m r}{a}\right) \frac{1}{J_1^2(\lambda_m)} \int_0^a \{f(\eta) - t_1\} J_0\left(\frac{\lambda_m \eta}{a}\right) \eta d\eta \quad (87)$$

[但し λ_m は $J_0(x)=0$ の第 m 番目の正根を表はす]

$$\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} = 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} J_0\left(\frac{\lambda_m r}{a}\right) \frac{1}{\lambda_m J_1^2(\lambda_m)} \quad (88)$$

$$\frac{t_1 - t_m}{t_1 - t_0} = 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} \frac{1}{\lambda_m J_1^2(\lambda_m)} \quad (89)$$

第 13 圖 長い丸太材の Steaming に於ける $\theta_{eq} = \frac{0.795 a^2}{\alpha_{\perp}}$ のノモグラフ



となる。又この時の θ_{eq} は第3表より $\lambda_1=2.405$ を用ひて (82) 式より

$$\theta_{eq} = \frac{0.795 a^2}{\alpha_{\perp}} \quad (90)$$

として求める事が出来る。第 13 圖 は (90) 式のノモグラフである。

(b) 蒸氣溫度が時間的に變化する場合

(84)~(86) 式に $h \rightarrow \infty$ に於ける條件 $J_0(x)=0$ を用ひて

$$t = \frac{2}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} J_0\left(\frac{\lambda_m r}{a}\right) \frac{1}{J_1^2(\lambda_m)} \left[\int_0^a f(\eta) J_0\left(\frac{\lambda_m \eta}{a}\right) \eta d\eta \right. \\ \left. + a^2 \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m} \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (91)$$

$$t = 2 \sum_m e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} J_0\left(\frac{\lambda_m r}{a}\right) \frac{1}{\lambda_m J_1(\lambda_m)} \left[t_0 + \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (92)$$

$$t_m = 2 \sum_m e^{-\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \theta} \frac{1}{\lambda_m J_1(\lambda_m)} \left[t_0 + \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \int_0^{\theta} e^{\alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (93)$$

が求める解となる。

VII 短い丸太材の熱傳導

1. 温水又は熱氣による加熱

(a) 流体溫度が一定なる場合

直徑の割合に長さが短くて木口からの熱傳導を省畧し得ない様な丸太材の最初の溫度分布を $f(r, z)$

とし之を t_1 なる一定溫度の流体で加熱した場合次の諸式が成立する。

$$\begin{cases} \frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_{\perp} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \alpha_{\parallel} \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \dots\dots\dots (94) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta = 0 : t = f(r, z) \dots\dots\dots (95) \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = a : \frac{\partial t}{\partial r} + h_{\perp} (t - t_1) = 0 \dots\dots\dots (78) \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = \pm c : \frac{\partial t}{\partial z} \mp h_{\parallel} (t - t_1) = 0 \dots\dots\dots (58) \end{cases}$$

$T = t - t_1$ なる變換を行つて上式を満足する解を求めると

$$t - t_1 = \frac{2}{a^2 c} \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{u_p}{c}\right)^2 \right\} \theta} J_0\left(\frac{\lambda_m r}{a}\right) \cos \frac{u_p z}{c} \frac{1}{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)} \frac{u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \\ \times \int_0^a \int_{-c}^c \left\{ f(\eta, \nu) - t_1 \right\} J_0\left(\frac{\lambda_m \eta}{a}\right) \eta \cos \frac{u_p \nu}{c} d\eta d\nu \dots\dots\dots (96)$$

[但し λ_m は $x J_1(x) - h_{\perp} J_0(x) = 0$ の m 番目の正根, u_p は $\cot u = \frac{u}{h_{\parallel} c}$ の p 番目の実根を表はす]

初めの溫度分布が t_0 であれば $f(\eta, \nu) = t_0$ とおき

$$\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} = 4 \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a}\right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{u_p}{c}\right)^2 \right\} \theta} J_0\left(\frac{\lambda_m r}{a}\right) \cos \frac{u_p z}{c} \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m \{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)\}} \frac{\sin u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \dots\dots\dots (97)$$

中心点の温度 t_m に対しては $r=0, z=0$ とおき

$$\frac{t_1 - t_m}{t_1 - t_0} = 4 \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_\perp \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_\parallel \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \theta} \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m \{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)\}} \frac{\sin u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \dots (98)$$

又この時の θ_{eq} は $e^{-\left\{ \alpha_\perp \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_\parallel \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \theta} = 0.01$ とおき

$$\theta_{eq} = \frac{4.6}{\alpha_\perp \left(\frac{\lambda_1}{a} \right)^2 + \alpha_\parallel \left(\frac{u_1}{c} \right)^2} \dots (99)$$

として求める事が出来る。

(b) 流体温度が時間的に變化する場合

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_\perp \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \alpha_\parallel \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \dots (94)$$

$$\theta = 0 : t = f(r, z) \dots (95)$$

$$r = a : \frac{\partial t}{\partial r} + h_\perp \{t - \varphi(\theta)\} = 0 \dots (83)$$

$$z = \pm c : \frac{\partial t}{\partial z} \mp h_\parallel \{t - \varphi(\theta)\} = 0 \dots (65)$$

Stokes の方法を用ひ、この解を

$$\begin{cases} t(\theta, r, z) = \sum_m \sum_p A_{mp} J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \right) \cos \frac{u_p}{c} z \\ A_{mp} = \frac{2}{a^2 c} \frac{1}{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)} \frac{u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \int_0^a \int_{-c}^c t(\theta, \eta, \nu) J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \eta \right) \eta \cos \frac{u_p \nu}{c} d\eta d\nu \end{cases}$$

とおき t の代りに $\alpha_\perp \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \alpha_\parallel \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$ とを用ひて前と同様にして決定した A_{mp} を用ひて結局

$$\begin{aligned} t = & \frac{2}{a^2 c} \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_\perp \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_\parallel \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \theta} J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \right) \cos \frac{u_p}{c} z \frac{1}{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)} \frac{u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \\ & \times \left[\int_0^a \int_{-c}^c f(\eta, \nu) J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \eta \right) \eta \cos \frac{u_p \nu}{c} d\eta d\nu \right. \\ & \left. + \frac{2a^2 c J_1(\lambda_m) \sin u_p}{\lambda_m u_p} \left\{ \alpha_\perp \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_\parallel \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \int_0^\theta e^{-\left\{ \alpha_\perp \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_\parallel \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots (100) \end{aligned}$$

若し初の温度が均一で t_0 であれば

$$\begin{aligned} t = & 4 \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_\perp \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_\parallel \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \theta} J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \right) \cos \frac{u_p}{c} z \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m \{J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m)\}} \frac{\sin u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \\ & \times \left[t_0 + \left\{ \alpha_\perp \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_\parallel \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \int_0^\theta e^{-\left\{ \alpha_\perp \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_\parallel \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots (101) \end{aligned}$$

中心点の温度は

$$t_m = 4 \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \theta} \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m \{ J_0^2(\lambda_m) + J_1^2(\lambda_m) \}} \frac{\sin u_p}{u_p + \sin u_p \cos u_p} \\ \times \left[t_0 + \left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \int_0^{\theta} e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{u_p}{c} \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots \dots \dots (102)$$

が求める解となる。

2. Steaming による加熱

(a) 蒸氣溫度が一定なる場合

(96)~(98) 式に $h \rightarrow \infty$ に於ける條件 $J_0(x)=0$ 及び $u_p = \frac{2p-1}{2}$, $\sin u_p = (-1)^{p-1}$, $\cos u_p = 0$ を用ひて

$$t - t_1 = \frac{2}{a^2 c} \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \theta} J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \right) \cos \frac{(2p-1)\pi}{2c} z \frac{1}{J_1^2(\lambda_m)} \\ \times \int_0^a \int_{-c}^c \left\{ f(\eta, \nu) - t_1 \right\} J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \eta \right) \eta \cos \frac{(2p-1)\pi}{2c} \nu d\eta d\nu \dots \dots \dots (103)$$

$$\frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} = \frac{8}{\pi} \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \theta} J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \right) \cos \frac{(2p-1)\pi}{2c} z \frac{1}{\lambda_m J_1(\lambda_m)} \frac{(-1)^{p-1}}{2p-1} \dots \dots (104)$$

$$\frac{t_1 - t_m}{t_1 - t_0} = \frac{8}{\pi} \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \theta} \frac{1}{\lambda_m J_1(\lambda_m)} \frac{(-1)^{p-1}}{2p-1} \dots \dots \dots (105)$$

又この時の θ_{eq} は (99) 式に $\lambda_1 = 2.405$, $u_1 = \frac{\pi}{2}$ とおき求める事が出来る。

(b) 蒸氣溫度が時間的に變化する場合

(100)~(102)式に $h \rightarrow \infty$ の條件を用ひて

$$t = \frac{2}{a^2 c} \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \theta} J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \right) \cos \frac{2p-1}{2c} \pi z \frac{1}{J_1^2(\lambda_m)} \\ \times \left[\int_0^a \int_{-c}^c f(\eta, \nu) J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \eta \right) \eta \cos \frac{2p-1}{2c} \pi \nu d\eta d\nu \right. \\ \left. + \frac{4}{\pi} a^2 c \frac{J_1(\lambda_m)}{\lambda_m} \frac{(-1)^{p-1}}{2p-1} \left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \int_0^{\theta} e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \\ \dots \dots \dots (106)$$

$$t = \frac{8}{\pi} \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \theta} J_0 \left(\frac{\lambda_m}{a} \right) \cos \frac{2p-1}{2c} \pi z \frac{1}{J_1^2(\lambda_m)} \frac{(-1)^{p-1}}{2p-1} \\ \times \left[t_0 + \left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \int_0^{\theta} e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots \dots \dots (107)$$

$$t_m = \frac{8}{\pi} \sum_m \sum_p e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \theta} \frac{1}{J_1^2(\lambda_m)} \frac{(-1)^{p-1}}{(2p-1)} \\ \times \left[\hat{t}_0 + \left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \int_0^{\theta} e^{-\left\{ \alpha_{\perp} \left(\frac{\lambda_m}{a} \right)^2 + \alpha_{\parallel} \left(\frac{2p-1}{2c} \pi \right)^2 \right\} \xi} \varphi(\xi) d\xi \right] \dots\dots\dots (108)$$

が求める解となる。

VIII 結 言

1. 異方体たる木材の熱傳導方程式を導きその適用性を既出の各實驗式により検討した。
2. 1の熱傳導基礎式を用ひ板、長い角材、短い角材、長い丸太材、短い丸太材を温水、熱氣及び Steaming によつて加熱した時の解を主なる場合について求めた。
3. 2に於て求めた解の中熱板又は Steaming による加熱の場合はよく實際と合致する事を確めたが、温水又は熱氣による加熱の場合については尙今後の實驗的現象の觀察に俟たねばならない。
4. 計算の便を計る爲 Steaming による加熱の主なる場合についてノモグラフを作製した。

Résumé

To calculate the temperature distribution in wood when they are heated with various methods, for example with steaming, hot press, hot air or hot water etc., are very important in wood utilizations. I investigated about the subject and summarized the solutions of practically important problems as following. I think they will be sufficient to apply for any problems farther on.

I Equation of heat conduction in wood

(1) In rectangular Coordinates.

The equation of heat conduction in wood is given as

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_x \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \alpha_y \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \alpha_z \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \dots \dots \dots (1)$$

where $t \sim$ temperature at any position and time in wood

$\theta \sim$ heating period

$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z \sim$ thermal diffusivity of wood in direction

x, y, z ; i. e. radial, tangential and parallel to the grain

$x, y, z \sim$ direction of heat flows

(2) In cylindrical coordinates

The value of α_x is approximately equal to that of α_y in practice, so let

$\alpha_x = \alpha_y = \alpha_{\perp}, \alpha_z = \alpha_{\parallel}, x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$, from (1) we have

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \alpha_{\perp} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} \right) + \alpha_{\parallel} \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \dots \dots \dots (2)$$

where $\alpha_{\perp}, \alpha_{\parallel} \sim$ thermal diffusivity vertical and parallel to the grain.

If we assume the log as a cylinder, eq. (2) can be applied to the heat conduction in log

Since $\alpha = \lambda / cR$ (λ : thermal conductivity, c : specific heat, R : density) the influence of temperature t and the density R (consequently the species of wood) on α are very small and practically it can be recognized as a constant, but of the moisture content u is pretty large and α varies with u . Thus, in the case the moisture content u changes largely during the heating period, it is important to notice that the farther discussion must become necessary for following solutions.

II Heat conduction in plate timber

1. Heating with hot water or hot air.

(a) When the temperature of heating medium is constant $t_1^\circ\text{C}$. From eqs. (9),

(10), (11) and (12) we have the solution (13), where $h=h'/\lambda$, h' is coefficient of heat transfer and u_n is n th real root of $\cot u = u/ha$, $2a$ is the thickness of plate. If the initial temperature distribution $f(x)=t_0$, let $f(\lambda)=t_0$ we have the solution (14). and for the temperature of midplane t_m , let $x=0$ we have the solution (15).

(b) When the temperature of heating medium changes as a function of time $\varphi(\theta)$. Applying the Stokes method, from eqs (9), (10), (17) we have the solution (20) and if the initial temperature distribution $f(x)=t_0$, solution (21). For the t_m . let $x=0$ we have the solution (22).

2. Heating with hot steel plate or steaming.

(a) When the temperature of steel plate surface or steam is constant $t_1^\circ\text{C}$. From eqs. (9), (10), (24), (12) we have the solution (25). If the initial temperature is $t_0^\circ\text{C}$ we have (26) and for the t_m solution (27). It must be noticed that when we use as the heating medium the condensing steam, the coeff. of heat transfer h' i.e. $h=h'/\lambda$ increases extraordinarily and at the extreme $h\rightarrow\infty$, $\cot u\rightarrow 0$ so eq. (13) coincide with eq. (25).

(b) When the temperature of steel plate surface or steam changes as a function of time $\varphi(\theta)$ let $h\rightarrow\infty$, i.e. $u_n = \frac{2n-1}{2}\pi$, $\sin u_n = (-1)^{n-1}$, $\cos u_n = 0$, from eqs. (20), (21) and (22) we have the solutions (29), (30) and (31).

III. Heat conduction in long balk timber

1. Heating with hot water or hot air.

(a) When the temperature of heating medium is constant $t_1^\circ\text{C}$. From eqs. (32), (33), (34), (35), (36) We have the solution (37).

If the initial temperature is $t_0^\circ\text{C}$, let $f(\lambda, \mu)=t_0$ we have the solution (38) and for the temperature of midaxis t_m solution (39), where u_n is the n -th real root of eq. $\cot u = \frac{u}{ha}$ and u_m is m -th root of $\cot u = \frac{u}{hb}$.

(b) When the temperature of heating medium changes as a function of time $\varphi(\theta)$.

From the eqs. (44), (33), (45), (46) we have the solution (47) and if the $f(x,y)=t_0$ solution (48), for the t_m solution (49).

2. Heating with steaming.

(a) When the temperature of steam is const. $t_1^\circ\text{C}$. Let $h\rightarrow\infty$ i.e. $u_n = \frac{(2n-1)\pi}{2}$,

$u_m = \frac{(2m-1)\pi}{2}$ etc., from eqs (37), (38), (39) we have the solution (50), (51) and (52).

(b) When the temperature of steam changes as a function of time $\varphi(\theta)$.

Let $h \rightarrow \infty$, from eqs. (47), (48) and (49) we have the solution (54), (55) and (56).

III Heat conduction in short balk timber

1. Heating with hot water or hot air.

(a) When the temperature of heating medium is const. $t_1^\circ\text{C}$.

From eqs. (1), (57), (34), (35), (58), (59) we have the solution (60). If the initial temperature distribution $f(x, y, z) = t_0$ let $f(\lambda, \mu, \nu) = t_0$ we have the solution (61) and for the temperature of center let $x=0, y=0, z=0$ solution (62).

(b) When the temperature of heating medium changes as a function of time $\varphi(\theta)$.

From eqs. (64), (57), (45), (46) and (65) we have the solution (66). If the $f(x, y, z) = t_0$ we have solution (67) and for the t_m solution (68).

2. Heating with steaming.

(a) When the temperature of steam is const. $t_1^\circ\text{C}$.

Let $h \rightarrow \infty$, from eqs. (60), (61), (62) we have the solution (69), (70) and (71).

(b) When the temperature of steam changes as a function of time $\varphi(\theta)$.

Let $h \rightarrow \infty$, from eqs. (66), (67), (68) we have the solution (73), (74) and (75).

IV Heat conduction in long round timber

1. Heating with hot water or hot air.

(a) When the temperature of heating medium is const. $t_1^\circ\text{C}$.

From eqs (76, (77) and (78) we have the solution (79). If the initial temperature distribution $f(r) = t_0$, let $f(\eta) = t_0$ we have the solution (80) and for temperature of mid axis let $r=0$ we have the solution (81).

where λ_m is the m th positive root of eq. $xJ_1(x) - h_a J_0(x) = 0$.

(b) When the temperature of heating medium changes as a function of time $\varphi(\theta)$.

From eqs. (76), (77) and (83) we have the solution (84). If $f(r) = t_0$ we have the solution (85) and for the t_m solution (86).

2. Heating with steaming.

(a) When the temperature of steam is const. $t_1^\circ\text{C}$.

Let $h \rightarrow \infty$, from the condition $xJ_1(x) - h_a J_0(x) = 0$, we see that $J_0(x) = 0$ so

eqs. (79), (80) and (81) may be written as (87), (88) and (89), where λ_m is m th positive root of eq. $J_0(x)=0$.

(b) When the temperature of steam changes as a function of time $\varphi(\theta)$.

Let $x \rightarrow \infty$, from eqs. (84), (85) and (86) we have the solution (91), (92) and (93).

VI Heat conduction in short round timber

1. Heating with hot water hot air.

(a) When the temperature of heating medium is const. $t_1^\circ\text{C}$.

From eqs. (94), (95), (78), (58) we have the solution (96). If the initial temperature distribution $f(r, z)=t_0$, let $f(\eta, \nu)=t_0$ we have the solution (97) and for the temperature of center let $r=0, z=0$ solution (98).

(b) When the temperature of heating medium changes as a function of time $\varphi(\theta)$.

From eqs. (94), (95), (83), (65) we have the solution (100). If $f(r, z)=t_0$ we have the solution (101) and for the t_m solution (102).

2. Heating with steaming.

(a) When the temperature of steam is const. $t_1^\circ\text{C}$.

Let $h \rightarrow \infty$ i. e. $J_0(x)=0$, $u_p = \frac{2p-1}{2}$, $\sin u_p = (-1)^{p-1}$, $\cos u_p = 0$ from eqs. (96), (97) and (98) we have the solution (103), (104) and (105).

(b) When the temperature of steam changes as a function of time $\varphi(\theta)$

Let $h \rightarrow \infty$, from eqs. (100), (101) and (102) we have the solution (106), (107) and (108).

引用文献

1. Hunt, G. M. (1915) 'Temperature changes in wood under treatment.' Amer. Wood-Preservers' Assoc. Proc. 11.
(1923-26) 'Steam treatment.' Amer. Wood-Preservers' Assoc. Proc. 19, 1923; 20, 1924; 22, 1926.
2. Wirka, R. M. (1924) 'Temperature changes in wood under treatment.' Amer. Wood-Preservers' Assoc. Proc. 20; (1925) 'Temperature and moisture changes in wood and steam treatment.' Amer. Wood-Preservers' Assoc. Proc. 21.
3. Mac Lean, J. D. (1927) 'Steaming treatments.' Amer. Wood-Preservers' Assoc. Proc.

- 23.
4. Mac Lean, J. D. (1928) 'Boiling treatments.' Amer. Wood-Preservers' Assoc. 24.
5. Mac Lean, J. D. (1930) 'Studies of heat conduction in Wood.' Results of steaming green round southern pine timbers.' Amer. Wood-Preservers' Assoc. Proc. 26.
6. Mac Lean, J. D. (1932) 'Studies of heat conduction in Wood—Part II— Results of steaming green sawed southern pine timbers.' Amer. Wood-Preservers' Assoc. Proc. 28.
7. 松本文三 (1938) '木材温度の上昇による含水率の減少及び木材温度の上昇経過について' 日本林學會誌 20 : 5.
8. 小倉武夫 (1940) '人工乾燥に於ける前操作としての Steaming の効果について' 日本林學會誌 22 : 11.
9. 小倉武夫, 池田 稔 (1943) '木材内部の温度上昇について' 日本林學會誌 25 : 3.
10. Bittner, J. (1939) 'Furniere, Sperrholz, Schichtholz.' Teil. 1.
11. Prioform-Handbuch. (1930) 2 Aufl. Berlin.
* 日比野勝己 (1946 京都大學農學部林學科卒業論文), Rowley, F. B. (1933 Heating pipe) 兩氏の測定結果も略之と同様の値を出している。
12. Dunlap, F. (1912) 'The specific Heat of Wood.' U. S. Dep. Agric. Bull, No. 110, Washington.
13. Nusseit (1908) V. D. I. Z. Bd. 52.
14. Kollmann, F (1936) 'Technologie des Holzes.' Berlin.
15. Griffiths, E & Kaye, G. W. C. (1923) Proc. Roy. Soc. Lond. Ser. A Bd. 104.
16. Rowley, F. B. (1933) 'Heating Pipe.'
17. Mörrath, E. (1932) 'Mitt. Holzforsch.-stelle an der Techn. Hochschule Darmstadt' Heft 1.
18. Koehler, A. 'The Properties and Uses of Wood.'
19. Mac Lean, J. D. (1935) 'Manual on Preservative treatment of wood by pressure.' U. S. Dep. Agric. Misc Pub. No. 224.
20. Gurney, H. P. & Lurie, L. (1923) 'Charts for estimating temperature distribution in heating or cooling solid shapes.'
21. 野村 静男 (1948) 京都大學農學部林學科卒業論文
22. Kollmann, F. (1939) 'Vorgänge und Änderungen von Holzeigenschaften beim Dämpfen.' Holz. als Roh- und Werkstoff, 2 Jg. Ht. 1.

參 考 文 獻

- Carlslaw, H. S. : 'The Conduction of Heat.'
Bosch, M. : 'Wärmeübertragung.'
小平吉男 : '物理數學' 第2卷
川下研介 : '熱傳導論'
寺澤・小平 : '佐野 應用數學'
F. Kollmann. : 'Technologie des Holzes.'