

免震・連結制振ハイブリッド構造の振動低減のメカニズム

MECHANISM OF RESPONSE REDUCTION IN HYBRID CONTROL SYSTEM OF BASE-ISOLATED BUILDING CONNECTED TO FREE-WALL WITH DAMPER

林 晃平*, 満田衛資**, 藤田皓平***,
辻 聖晃****, 竹脇 出*****Kohei HAYASHI, Eisuke MITSUDA, Kohei FUJITA,
Masaaki TSUJI and Izuru TAKEWAKI

It is recognized that a base-isolated building exhibits a large response to a long-duration, long-period ground motion and an interconnected building system is not necessarily effective for a pulse-type ground motion. To compensate for each deficiency, a new hybrid passive control system is investigated in which a base-isolated building is connected to another building (free wall) with oil dampers. It is shown that the mechanism of response reduction in the proposed hybrid passive control system is closely related to the property of natural frequency and damping ratio with respect to increased capacity of connected dampers in a translation mode and a meeting-parting mode.

Keywords : Bas-isolation, building connection for control, robustness, eigenvibration, damping property, complex eigenvalue analysis,

基礎免震, 連結制振, ロバスト性, 固有振動, 減衰特性, 複素固有値解析

1. 序

近年, 従来の耐震構造に加え免震機構や制振機構を有する建物が急増している。免震構造はアイソレーターをはじめとする免震装置を建物下部に設置することで建物を長周期化して, 実質的に上部構造と地面を切り離したような効果を与え, 上部構造に伝わる地震動のエネルギーを小さくする構造システムである。一方, 制振構造は建物内部や建物間にダンパーを配置することで建物自身の減衰性能を高め, 効率的に地震エネルギーを吸収して建物の応答を低減する構造システムである。特に, 固有周期の異なる複数の建物の棟間にダンパーを配置した制振構造は連結制振構造と呼ばれている。連結制振構造では, 棟間の相対変位を利用してダンパーを変形させるため, 層間にダンパーを設置する一般的な制振構造に比べて少ない箇所へのダンパー設置により同等の制振効果を得ることが可能である。

免震構造や制振構造を採用した建物は, 一般には高い耐震性能を有していると考えられている。しかしながら, 免震構造は 2011 年の東北地方太平洋沖地震に代表されるような長周期地震動に対して共振し, 免震層に過大な変形が生じる可能性が指摘されている¹⁾。一方, 制振構造は繰り返し振動によりエネルギーを消費して効果を発揮するため, 1995 年のノースリッジ地震や 1995 年の兵庫県南部地震に代表されるようなパルス性の強い地震動に対しては十分なエネルギー吸収効果が発揮できない可能性がある。このように, 単一

の免震機構あるいは制振機構を有する建物は, ある特定の性質を有する地震動に対しては必ずしも有効ではないため, 幅広い特性のさまざまな地震動に対して高い耐震性能を有するような, ロバスト性に優れた構造システムが求められている^{2), 3)}。

幅広い特性の地震動に対して有効な構造システムとして, 免震構造と連結制振構造を組み合わせたハイブリッド構造システム(以下, 免震・制振ハイブリッド構造と称す)が提案されている^{2), 3)}。免震・制振ハイブリッド構造に関する研究は, その応答特性を数値解析的に明らかにしたものが存在し, 免震構造単一の建物や連結制振構造単一の建物と比べ, 幅広い特性の地震動に対して応答を有効に低減することが明らかにされている⁴⁾。しかしながら, 免震・制振ハイブリッド構造の応答低減メカニズムを解明した研究は存在しない。

本研究の目的は, 免震・制振ハイブリッド構造建物を 2 質点連結制振モデルに置き換え, 複素固有値解析に基づいてその固有振動特性の特徴を示すとともに, 単純化された入力地震動に対するその応答特性の一般的な傾向を示して, 両者の関係性を考察することにより, 免震・制振ハイブリッド構造の応答低減メカニズムを明らかにすることにある。

連結制振構造については, 基本的制振特性の解明や最適ダンパー量の決定方法に関する多数の研究結果が蓄積されており⁵⁻¹⁵⁾, 実建物に対する適用例も存在する^{16), 17)}。蔭山らは, 2 棟の構造物をダン

* 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 大学院生
** 満田衛資構造計画研究所 博士(工学)
*** 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 助教・博士(工学)
**** 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 准教授・博士(工学)
***** 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 教授・工博

Grad. Student, Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ.
Mitsuda Structural Consultants, Dr. Eng.
Assist. Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.
Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.
Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

パーのみ、もしくはばねとダンパーを併用して連結した連結制振構造建物について、伝達関数において連結ダンパー量によらない点(定点)が存在するという定理(定点定理)¹⁸⁾に基づきダンパーとばねの最適設計を行う研究を展開している^{9), 10)}。ダンパーのみで2棟の構造物を連結するときの構造モデルとしては、連結制振の理想系である双方の系の定点の伝達率の高さが等しくなるモデル(質量比と剛性比が反比例の関係となるモデル)を主に扱っており、その質量比と剛性比による制約を緩和するために、連結ばねとダンパーを併用したモデルを扱っている。一方、本論文では、免震・制振ハイブリッド構造建物を取り扱うために、より広範囲の質量比および剛性比を有するモデルについての検討を行う。

楊らは、2つの1質点系をばねとダンパーで連結した連結建物の主構造物の伝達関数のピークを最小にする最適ばねと最適ダンパーの決定方法について、定点定理に基づく理論を展開し、質量比、周波数比で定義される領域を3つに区分して、各領域での最適値決定法を提案している⁸⁾。

満田らは、2棟の建物をともに1質点とした2自由度の平面連結せん断質点モデルについて、質量比と剛性比を2軸とする平面において、連結ダンパー減衰係数に対する全体系の減衰定数と固有円振動数の変動の様相を分類する領域分けを示し、定点理論とは異なるアプローチから、各領域における連結制振系の固有振動特性について考察している¹⁵⁾。

本論文では、免震・制振ハイブリッド構造建物を2質点モデルに縮約し、固有振動方程式に対する理論的および数値解析的な検討に基づいてその固有振動特性を明らかにすることを通して、免震・制振ハイブリッド構造の振動低減のメカニズムを明らかにする。本論文で対象とするモデルは、連結する2棟のうち主構造物(主系)が免震建物で、もう一方の構造物(副系)は軽量かつ高剛性の壁式鉄筋コンクリート構造であるため、既往の研究の多くで対象とされている、複数の耐震構造建物を連結した場合に比べ、質量比(=主系の質量/副系の質量)が大きく、剛性比(=主系の剛性/副系の剛性)が小さい場合に対応している。

2. 2質点モデルの設定

図1(a)に、本論文で扱う2棟連結制振系の基本モデルを示す。基本モデルは2棟の建物を共に1質点に縮約したものをオイルダンパーで連結した2自由度の平面せん断質点モデルであり、2棟の建物のうち一方を主系、他方を副系と呼ぶ。主系と副系をそれぞれ1質点にすることの妥当性についてはAppendix 1に示す。主系の質量および剛性を m_a, k_a とし、副系の質量および剛性を m_b, k_b とする。連結ダンパーの減衰係数は c とする。ここでは主系として免震建物を扱うため、連結ダンパーの減衰係数と免震層の減衰係数を合わせたものを近似的に減衰係数 c とする。以下ではこれを連結ダンパー減衰係数 c と呼ぶ。副系に対する主系の質量比 m_a/m_b を μ 、剛性比 k_a/k_b を κ とし、両者をそれぞれ質量比、剛性比と呼ぶこととする。図1(b)に示すように、2棟連結制振系は連結ダンパー減衰係数 c が無限大に近づくと、2つあるモードの中で、一方のモードの減衰定数は0に収束し、他方のモードの減衰定数は増大し続けるという特徴を有している¹⁵⁾。

本論文では図2(a)に示すように、免震・制振ハイブリッド構造建物

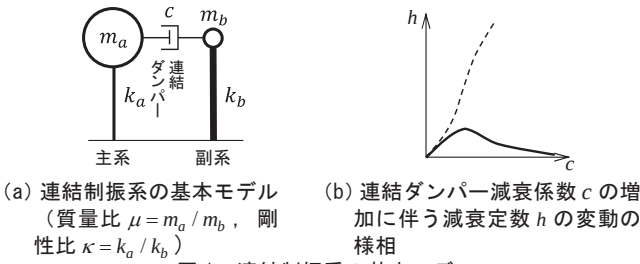


図1 連結制振系の基本モデル

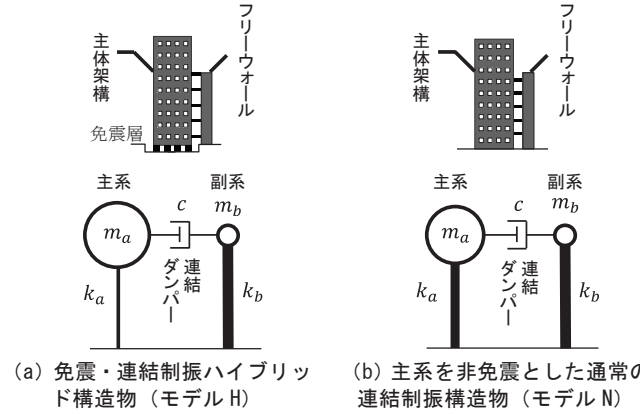


図2 解析対象とする2質点モデルの概要

表1(a) モデルHの諸元

	主系	副系
質量	$73.1 \times 10^6 [\text{kg}]$	$5.72 \times 10^6 [\text{kg}]$
剛性	$63.9 \times 10^6 [\text{N/m}]$	$569 \times 10^6 [\text{N/m}]$

表1(b) モデルNの諸元

	主系	副系
質量	$68.0 \times 10^6 [\text{kg}]$	$5.72 \times 10^6 [\text{kg}]$
剛性	$298 \times 10^6 [\text{N/m}]$	$569 \times 10^6 [\text{N/m}]$

を2質点連結制振モデルに縮約したものをモデルHとする。また、比較のため主系を非免震構造とした通常の連結制振構造物を2質点連結制振モデルに縮約したものをモデルNとする(図2(b))。ここでは40層のRC造免震建物(免震主体架構)と26層の耐震構造物(以下ではフリーウォールと称する)をオイルダンパーで連結した建物を想定する。想定建物の主体架構1層当たりの質量は $1.7 \times 10^6 [\text{kg}]$ 、フリーウォール1層当たりの質量は $0.22 \times 10^6 [\text{kg}]$ 、免震層の質量は $5.1 \times 10^6 [\text{kg}]$ とする。免震層固定時の主体架構の1次固有周期は3.0[s]、免震主体架構の1次固有周期は6.72[s]、フリーウォールの1次固有周期は0.63[s]とする。主系を非免震構造とした通常の連結制振構造物は、免震・制振ハイブリッド構造物から免震層のみを取り除いた建物であり、主体架構の1次固有周期は3.0[s]としている。免震・制振ハイブリッド構造物と通常の連結制振構造物を2質点モデル化したモデルHとモデルNの諸元を表1(a), (b)に示す。

モデルHやモデルNのような連結制振系の振動特性を把握するためには、連結ダンパー量を増加させた時の系の固有円振動数(固有周期)、減衰定数、および固有モードの変動特性を明らかにすることが効果的である。連結制振系は一般に強度の非比例減衰系となるため、特に減衰定数の大きい領域では、実固有値解析に基づく近似的な取り扱い(非連成近似)では、十分な特性の把握はできない。そ

ここで本論文では、モデル H とモデル N の振動特性を把握するため、複素固有値解析を行う。

3. 連結制振系の固有円振動数と減衰定数

2 節で設定したモデル H とモデル N の固有円振動数 ω と減衰定数 h を、複素固有値解析に基づき求める。

図 1(a) に示した連結制振系の基本モデルの自由振動の運動方程式は(1)式で表される。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (1)$$

ただし $[M]$, $[C]$, $[K]$ はそれぞれ、質量行列、減衰行列、剛性行列であり、次のように表される。

$$[M] = \begin{bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & m_b \end{bmatrix}, [C] = \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} k_a & 0 \\ 0 & k_b \end{bmatrix}$$

また、 $\{x\} = \{x_a \ x_b\}^T$ である。 x_a および x_b は主系および副系の地盤に対する相対変位を表す。建物の構造減衰および免震層の減衰は考慮しない。運動方程式(1)に対応する固有振動方程式は次式となる。

$$(\lambda^2[M] + \lambda[C] + [K])\{u\} = \{0\}, \quad \left| \lambda^2[M] + \lambda[C] + [K] \right| = 0 \quad (2a, b)$$

ここで λ は固有値、 $\{u\} = \{u_a \ u_b\}^T$ は固有ベクトルであり、一般には両者は複素数となるが、減衰が大きい場合には実数および実ベクトルとなる。以下では、固有値 λ が実数である場合も含め、(2b)式を解いて固有値 λ を求めることを複素固有値解析と呼ぶ。(2b)式左辺の行列式を展開すると、(2b)式は次の 4 次方程式となる。

$$m_a m_b \lambda^4 + (m_a + m_b)c\lambda^3 + (m_a k_b + m_b k_a)\lambda^2 + (k_a + k_b)c\lambda + k_a k_b = 0 \quad (3)$$

(3)式の 4 つの解（固有値）をそれぞれ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ とおく。4 次方程式の解と係数の関係より以下の式が成り立つ。

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = -\frac{(m_a + m_b)c}{m_a m_b} \quad (4a)$$

$$\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3 \lambda_4 + \lambda_4 \lambda_1 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_4 = \frac{k_a}{m_a} + \frac{k_b}{m_b} \quad (4b)$$

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 + \lambda_3 \lambda_4 \lambda_1 + \lambda_4 \lambda_1 \lambda_2 = -\frac{(k_a + k_b)c}{m_a m_b} \quad (4c)$$

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 = \frac{k_a k_b}{m_a m_b} \quad (4d)$$

2 節で設定したモデル H とモデル N について、連結ダンパー減衰係数 c をパラメータとして変動させた時の固有値 $\lambda_1 \sim \lambda_4$ の実部と虚部の変動を図 3, 4 に示す。図 3 と図 4 に示した $\lambda - c$ 関係曲線は、4 つの固有値 $\lambda_1 \sim \lambda_4$ のうち、(A) 4 個全てが複素固有値である場合（区間(A)）、(B) 2 個が複素固有値で 2 個が実固有値である場合（区間(B)）、(C) 4 個全てが実固有値である場合（区間(C)）の 3 つの区間に分類することができる。

次に、Veletsos と Ventura と同様の方法¹⁹⁾を用いて 4 個の固有値 $\lambda_1 \sim \lambda_4$ をペアリングし、それぞれ 2 個の固有円振動数と減衰定数を求める。各区間における固有値の対の作り方は次のとおりである。

区間 (A) : 4 個全てが複素固有値である区間

互いに複素共役の関係にある複素固有値を対とする。

区間 (B) : 2 個が複素固有値、2 個が実固有値である区間

互いに複素共役の関係にある 2 つの複素固有値を対とし、残りの 2 つの実固有値をもう一方の対とする。

区間 (C) : 4 個全てが実固有値である区間

実固有値が 4 個現れる減衰係数 c よりも小さい c での固有値の対

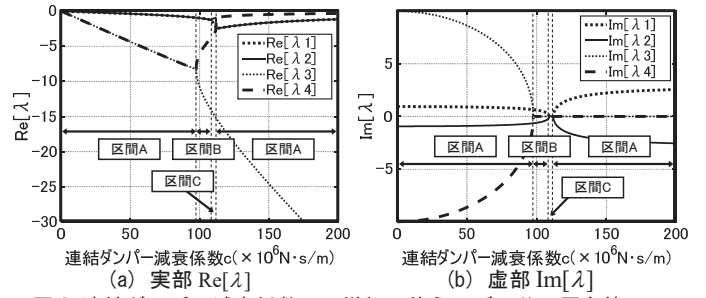


図 3 連結ダンパー減衰係数 c の増加に伴うモデル H の固有値 λ の実部と虚部の変動

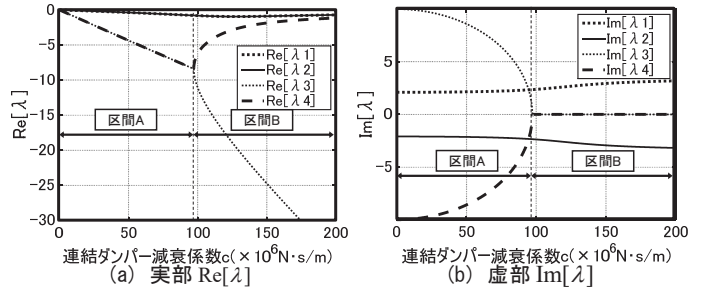


図 4 連結ダンパー減衰係数 c の増加に伴うモデル N の固有値 λ の実部と虚部の変動

表 2 区間 (A) ~ (C) における固有値のペアリング
($\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は実数、 λ_1 と λ_2 , λ_3 と λ_4 が固有値のペア)

区間	ペアリングされる固有値
区間 (A)	$\lambda_1, \lambda_2 = \alpha \pm \beta i, \lambda_3, \lambda_4 = \gamma \pm \delta i$
区間 (B)	$\lambda_1, \lambda_2 = \alpha \pm \beta i, \lambda_3 = \gamma, \lambda_4 = \delta$
区間 (C)	$\lambda_1 = \alpha, \lambda_2 = \beta, \lambda_3 = \gamma, \lambda_4 = \delta$

を引き継いで ($\lambda - c$ 関係曲線が連続するように) ペアリングする。

表 2 に、各区間においてペアリングされる固有値を、実数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ を用いた形で表したものをまとめて示す。

以上の方法により、固有値は次のようにペアリングされるとする。

$$\{\lambda_1, \lambda_2\} = \{\lambda_i^{(1)}, \lambda_j^{(1)}\}, \{\lambda_3, \lambda_4\} = \{\lambda_i^{(2)}, \lambda_j^{(2)}\} \quad (5a, b)$$

このようにペアリングされた固有値から、 r 次 ($r=1, 2$) の固有振動数 $\omega^{(r)}$ と減衰定数 $h^{(r)}$ を次のように算出する。

$$\lambda_i^{(r)}, \lambda_j^{(r)} = -h^{(r)} \omega^{(r)} \pm \omega^{(r)} \sqrt{\{h^{(r)}\}^2 - 1} \quad (6a)$$

$$\lambda_i^{(r)} \lambda_j^{(r)} = \{\omega^{(r)}\}^2, \quad \lambda_i^{(r)} + \lambda_j^{(r)} = -2h^{(r)} \omega^{(r)} \quad (6b, c)$$

$$\therefore \omega^{(r)} = \sqrt{\lambda_i^{(r)} \lambda_j^{(r)}} \quad (\text{固有円振動数}) \quad (7a)$$

$$h^{(r)} = -\frac{\lambda_i^{(r)} + \lambda_j^{(r)}}{2\sqrt{\lambda_i^{(r)} \lambda_j^{(r)}}} \quad (\text{減衰定数}) \quad (7b)$$

ここで、 r は次数 ($r=1, 2$)、 $\lambda_i^{(r)}$ と $\lambda_j^{(r)}$ は固有値の対を表す。なお、モードの次数は(7a)式から求めた $\omega^{(r)}$ の小さいものから順に 1 次、2 次とする。図 5 に、固有値 λ_k ($k=1, 2, 3, 4$) から固有円振動数 $\omega^{(r)}$ と減衰定数 $h^{(r)}$ を導く手順をまとめた図を示す。

図 6 と図 7 に、以上に示した手順に従い、2 節で設定したモデル H とモデル N について、連結ダンパー減衰係数 c をパラメータとして変動させた場合の固有円振動数 $\omega^{(r)}$ と減衰定数 $h^{(r)}$ の変動を示す。

図 6(a) と図 7(a) を比較すると、免震・制振ハイブリッド構造であるモデル H の方が、連結制振構造であるモデル N と比べて、同じ大きさの連結ダンパー減衰係数 c に対して 1 次モード、2 次モードとも

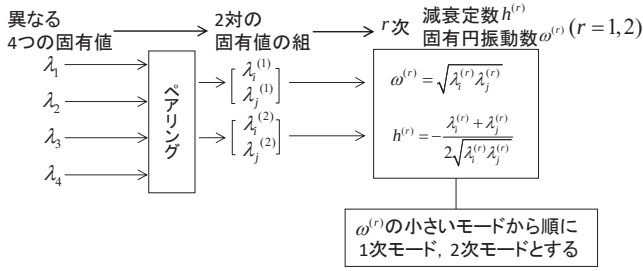


図5 固有値のペアリングと次数の定義

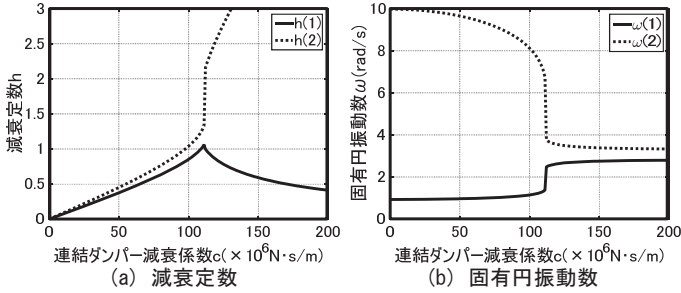


図6 免震・制振ハイブリッド構造物の2質点縮約モデル (モデルH) における減衰定数 h と固有円振動数 ω の c に対する変動

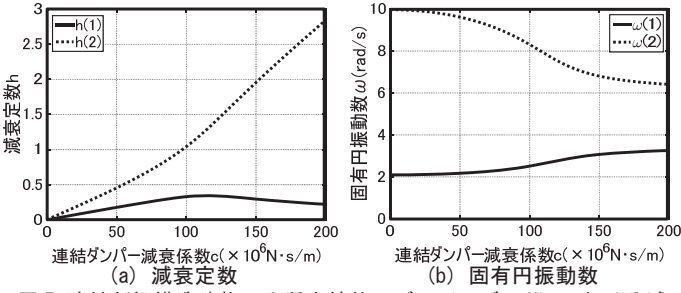


図7 連結制振構造物の2質点縮約モデル (モデルN) における減衰定数 h と固有円振動数 ω の c に対する変動

に減衰定数 h がより大きな値をとり、かつ、1次モードの減衰定数の最大値も大きくなっていることがわかる。

4. 連結制振系の並進モードと離合モードによる固有振動特性

4.1 並進モードと離合モードの概要

図1(b)、図6、図7に示すとおり、2棟連結制振系では、連結ダンパー減衰係数 c が無限大に近づく、2つある減衰定数のうち、一方は0に収束し、他方は増大し続ける。このように、2棟連結制振系における減衰定数が2つの極限を持つことの理由を理解するために、 c が無限大の場合の固有モードの極限を考えることとする。ただし、固有モードの特徴を表現する量として、以下では両質点の固有ベクトルの成分の比(固有ベクトル成分比)を用いることとする。固有ベクトル成分比は正規化条件によらない確定値となる。

2棟連結制振系では、固有値が4個あることに対応して、独立な固有モードも4個存在する。固有モードが複素ベクトルで表される場合には、習慣的に、互いに共役な複素ベクトルからなる固有モードの組を、1つの次数の固有モードとして取り扱うことが多い。この習慣にならって、ペアリングされた実固有値に対応する2個の実ベクトルからなる固有モードの組も、便宜的に1つの次数の固有モードとして取り扱うこととする。

2棟連結制振系における4個(2組)の固有モードは、後述するように、そのモード形状から並進モードと離合モードと呼ぶ固有モー

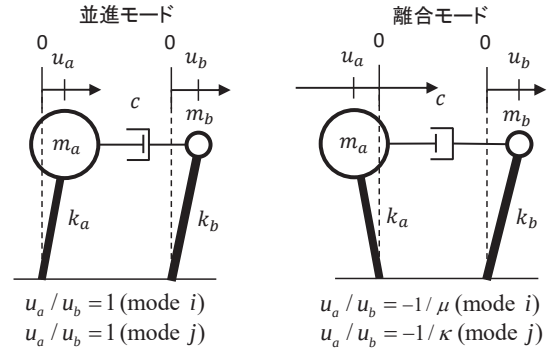


図8 並進モードと離合モード (連結制振系において減衰係数 c が無限大のときの2つのモード)

ドに分類することができる。並進モードと離合モードのモード形状を図8に示す。また、連結ダンパー減衰係数 c を増大させたときに並進モードに近づく固有モードを並進化モード、離合モードに近づく固有モードを離合化モードと呼ぶこととする。尚、モード形状の詳細な導出は後述する。

水平地動に対する刺激係数は、並進モードは有限値、離合モードはゼロとなる。このため、離合モードでは水平地動に対する刺激関数はゼロとなり、変位応答には離合モードの成分は含まれない。

4.2 並進モードと離合モードの定義と対応する固有円振動数

まず最初に、連結ダンパー減衰係数 c を無限大とした場合を考え、図1に示した連結制振系の基本モデルの並進モードと離合モードの定義を示した上で、各モードに対応する固有円振動数を導出する。連結ダンパー減衰係数 c が無限大の場合、2棟は緊結されているとみなせるため、系全体を質量が $m_a + m_b$ 、剛性が $k_a + k_b$ の非減衰1質点系と同等の振動系であるとみなすことができる。その場合の固有モードは2棟が一体となり並進する振動モードであり、この固有モードを並進モード (translational mode) と呼ぶこととする。並進モードに対応する固有円振動数を ω_{tr} とすれば、 ω_{tr} は次式で表される。

$$\omega_{tr} = \sqrt{\frac{k_a + k_b}{m_a + m_b}} \quad (8)$$

4つの固有値のうち、この振動モードに対応する固有値の組み合わせを λ_1, λ_2 とすれば、(6b)式より以下を得る。

$$\lambda_1 \lambda_2 = \frac{k_a + k_b}{m_a + m_b} \quad (9)$$

これを(4d)式に代入すると、残りの固有値 λ_3 と λ_4 は次式で表される。

$$\frac{k_a + k_b}{m_a + m_b} \lambda_3 \lambda_4 = \frac{k_a k_b}{m_a m_b} \quad (10)$$

よって、固有値 λ_3 と λ_4 の組み合わせに対応したモードの固有円振動数を ω_{mp} とすると次式が得られる。

$$\lambda_3 \lambda_4 = \frac{k_a k_b (m_a + m_b)}{m_a m_b (k_a + k_b)} = \omega_{mp}^2 \quad (11)$$

従って ω_{mp} は次式のようになる。

$$\omega_{mp} = \sqrt{\frac{k_a k_b (m_a + m_b)}{m_a m_b (k_a + k_b)}} = \frac{\omega_a \omega_b}{\omega_{tr}} \quad (12)$$

ここで $\omega_a = \sqrt{k_a / m_a}$ 、 $\omega_b = \sqrt{k_b / m_b}$ は、それぞれ主系と副系の固有円振動数を表す。この固有円振動数 ω_{mp} に対応する固有モードについては、後述するように2棟の位相差は π であり、2棟が離合する形となるため、離合モード (meeting and parting mode) と呼ぶ。

並進モードの固有円振動数 ω_{tr} と離合モードの固有円振動数 ω_{mp} は、質量比 μ と剛性比 κ の組み合わせによって、両者の大小関係が

入れ替わる¹⁵⁾。それに基づき行った領域分けを図9に示す。図10には、各領域における固有円振動数の連結ダンパー減衰係数 c の増大に対する変動の様相を示す。

図9の領域図は、並進モードの固有円振動数 ω_{tr} と離合モードの固有円振動数 ω_{mp} の差をとることで導かれる。まず、 ω_{tr} と ω_{mp} をそれぞれを2乗し、質量比 $\mu = m_a/m_b$ と剛性比 $\kappa = k_a/k_b$ を用いると次式となる。

$$\omega_{tr}^2 = \frac{k_a + k_b}{m_a + m_b} = \frac{k_b(1 + \kappa)}{m_b(1 + \mu)} \quad (13)$$

$$\omega_{mp}^2 = \frac{k_a k_b (m_a + m_b)}{m_a m_b (k_a + k_b)} = \frac{k_b(1 + \mu)\kappa}{m_b \mu(1 + \kappa)} \quad (14)$$

両者の差をとると、次式となる。

$$\omega_{tr}^2 - \omega_{mp}^2 = \frac{k_b(\mu - \kappa)(1 - \mu\kappa)}{m_b \mu(1 + \mu)(1 + \kappa)} \quad (15)$$

ここで $m_b > 0, k_b > 0, \mu > 0, \kappa > 0$ であるから、(15)式の正負は分子における $(\mu - \kappa)$ と $(1 - \mu\kappa)$ の積の正負で決まり、 ω_{tr} と ω_{mp} の大小関係は $\mu = \kappa$ と $\mu\kappa = 1$ を境界として、図9の領域図のように入れ替わる。

表3に、2節の表1(a), (b)で設定したモデルHとモデルNの質量比 μ と剛性比 κ を示す。表3より、モデルHとモデルNはいずれも図9の $\mu - \kappa$ 領域図において領域(ii)に属する。よって、いずれのモデルの固有円振動数も、 $\omega_{mp} > \omega_{tr}$ となり、図10における領域(ii)のグラフのような変動を示す。モデルHとモデルNの両モデルの固有円振動数の変動の様子は図6と図7に示すとおりであり、いずれのモデルにおいても、減衰係数 c を増大させると1次固有円振動数

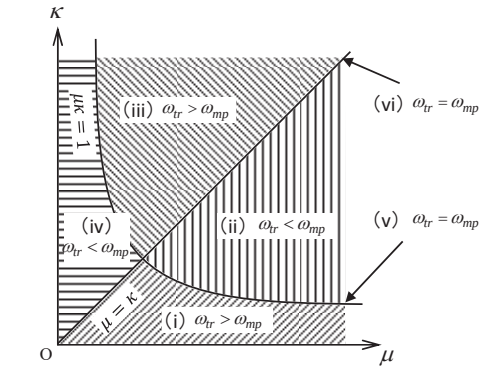


図9 μ と κ による領域図

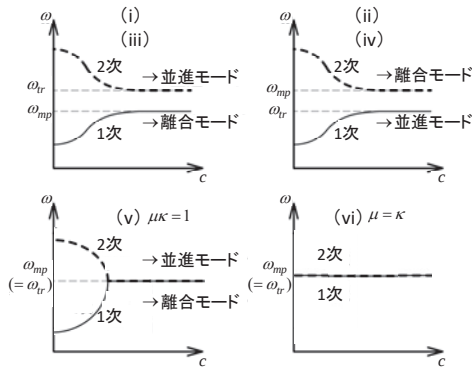


図10 各領域における固有円振動数の c に対する変動の様相

表3 モデルHとモデルNの質量比 μ と剛性比 κ

	質量比 μ	剛性比 κ	$\mu\kappa$
モデルH	12.77	0.112	1.43
モデルN	11.88	0.523	6.21

$\omega^{(1)}$ は ω_{tr} に、2次固有円振動数 $\omega^{(2)}$ は ω_{mp} に収束する。モデルH、モデルNはいずれも1次モードが並進モード、2次モードが離合モードである。

4.3 並進モードと離合モードの固有値の導出

図8で示した並進モードと離合モードのモード形状を明らかにすることの準備として、連結ダンパー減衰係数 c が無限大の場合を考え、並進モードと離合モードの固有値を導出する。固有値 λ に関する4次方程式である(3)式を一般的な c の値に関して解析的に解くことは極めて困難であるため、まず連結ダンパー減衰係数 c を極めて大きくしたときの固有円振動数を ω_{tr} あるいは ω_{mp} と近似することで並進モードと離合モードの固有値の近似解を求め、次に連結ダンパー減衰係数 c を無限大として並進モードと離合モードの固有値を求める。以下の定式化では、連結ダンパー減衰係数 c を極めて大きな値としたときの量を上付きバーで表し、 c が極めて大きな値ではない場合の量と区別する。

固有値 λ に関する4次方程式である(3)式を $\lambda_i^{(1)}, \lambda_j^{(1)}, \lambda_i^{(2)}, \lambda_j^{(2)}$ を用いて書き換えると次式となる。

$$(\lambda - \lambda_i^{(1)})(\lambda - \lambda_j^{(1)})(\lambda - \lambda_i^{(2)})(\lambda - \lambda_j^{(2)}) = 0 \quad (16)$$

(6b), (6c)式より、 $\lambda_i^{(r)} \lambda_j^{(r)} = \{\omega^{(r)}\}^2$, $\lambda_i^{(r)} + \lambda_j^{(r)} = -2h^{(r)}\omega^{(r)}$ となることを用いれば、(16)式は減衰定数 $h^{(r)}$ と固有円振動数 $\omega^{(r)}$ を用いて次式のように表せる。

$$\{\lambda^2 + 2h^{(1)}\omega^{(1)}\lambda + (\omega^{(1)})^2\} \{\lambda^2 + 2h^{(2)}\omega^{(2)}\lambda + (\omega^{(2)})^2\} = 0 \quad (17)$$

以降、表記を簡単にするため、(17)式を実数係数 p, q, r, s を用いて次のように書き換える。

$$(\lambda^2 + p\lambda + q)(\lambda^2 + r\lambda + s) = 0 \quad (18)$$

この p, q, r, s を用いると、固有値 λ に関する4次方程式の解と係数の関係を表した(4a)~(4d)の各式は次のように書き換えられる。

$$p + r = \frac{(m_a + m_b)c}{m_a m_b}, \quad q + s + pr = \frac{k_a}{m_a} + \frac{k_b}{m_b} \quad (19a, b)$$

$$qr + ps = \frac{(k_a + k_b)c}{m_a m_b}, \quad qs = \frac{k_a k_b}{m_a m_b} \quad (19c, d)$$

以下では(19a)~(19d)式から連結ダンパー減衰係数 c を極めて大きな値としたときの p, q, r, s を求め、(18)式で表される2つの2次方程式を解き、並進モードと離合モードの固有値の近似解を求める。

(18)式の q および s は、それぞれ(17)式における $(\omega^{(1)})^2, (\omega^{(2)})^2$ を書き換えたものである。連結ダンパー減衰係数 c が極めて大きな値である場合、 $\bar{\omega}^{(1)} \simeq \omega_{tr}$, $\bar{\omega}^{(2)} \simeq \omega_{mp}$ と近似すると、並進モードと離合モードにおける q および s は次式で近似できる。

$$\bar{q} \simeq \omega_{tr}^2 = \frac{k_a + k_b}{m_a + m_b} \quad (20)$$

$$\bar{s} \simeq \omega_{mp}^2 = \frac{k_a k_b (m_a + m_b)}{m_a m_b (k_a + k_b)} \quad (21)$$

次に並進モードと離合モードにおける p, r の近似解 $\bar{p}, \bar{r}$ を求める。(19a)式, (19c)式より $\bar{p}, \bar{r}$ を求める連立方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \bar{s} & \bar{q} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{p} \\ \bar{r} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \\ \frac{k_a + k_b}{m_a m_b} c \end{Bmatrix} \quad (22)$$

次に、(22)式の左辺の係数行列の逆行列の有無で場合分けを行う。ここでは係数行列が逆行列を持つ場合についてのみ記し、逆行列を持たない場合についてはAppendix 2に記す。係数行列が逆行列を持

つのは $\bar{q} - \bar{s} \neq 0$ の時である。

(i) $\bar{q} - \bar{s} \neq 0$ の場合

(22)式の両辺に左から係数行列の逆行列を乗じると、 $\bar{p}, \bar{r}$ は m_a, m_b, k_a, k_b, c を用いて次式のように表せる。

$$\bar{p} = \frac{c}{\bar{q} - \bar{s}} \left(\bar{q} \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} - \frac{k_a + k_b}{m_a m_b} \right) = \frac{m_a m_b (m_a + m_b) (k_a + k_b) c}{m_a m_b (k_a + k_b)^2 - k_a k_b (m_a + m_b)^2} \left(\frac{k_a + k_b}{m_a m_b} - \frac{k_a + k_b}{m_a m_b} \right) = 0 \quad (23)$$

$$\bar{r} = \frac{c}{\bar{q} - \bar{s}} \left(-\bar{s} \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} + \frac{k_a + k_b}{m_a m_b} \right) = \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \quad (24)$$

よって $\bar{q} - \bar{s} \neq 0$ の場合、 $\bar{p}, \bar{r}$ は以下のように求められる。

$$\bar{p} = 0, \bar{r} = \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \quad (25)$$

(ii) $\bar{q} - \bar{s} = 0$ の場合

詳細は Appendix 2 に示す。 $\bar{p}, \bar{r}$ は、(25)式と同じ結果となる。

以上(i), (ii)の検討により、 $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}, \bar{s}$ は次のように求められる。

$$\bar{p} = 0, \bar{q} = \frac{k_a + k_b}{m_a + m_b}, \bar{r} = \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c, \bar{s} = \frac{k_a k_b (m_a + m_b)}{m_a m_b (k_a + k_b)} \quad (26a-d)$$

(26a-d)式のように $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}, \bar{s}$ が求められたため、(18)式で表される 2 つの 2 次方程式を解くことで、並進モードと離合モードの固有値の近似解 $\bar{\lambda}_{i,j}^{(tr)}, \bar{\lambda}_{i,j}^{(mp)}$ が求められる。

まず、(18)式の前半の 2 次方程式は次のとおりである。

$$\lambda^2 + \bar{p}\lambda + \bar{q} = 0 \quad (27)$$

(20)式において $\bar{q} = \omega_{tr}^2$ としたため、(27)式より求まる固有値は並進モードの固有値の近似解である。(27)式に(26)式で表される $\bar{p}, \bar{q}$ を代入すると、並進モードの固有値の近似解は次式となる。

$$\bar{\lambda}_{i,j}^{(tr)} \approx \pm i \cdot \omega_{tr} \quad (28)$$

次に、(18)式の後半の 2 次方程式は次のとおりである。

$$\lambda^2 + \bar{r}\lambda + \bar{s} = 0 \quad (29)$$

(21)式において $\bar{s} = \omega_{mp}^2$ としたため、(29)式で求まる固有値は離合モードの固有値の近似解である。(29)式に(26)式で表される $\bar{p}, \bar{q}$ を代入すると、並進モードの固有値の近似解は次式となる。

$$\bar{\lambda}_{i,j}^{(mp)} \approx \frac{-\frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \pm \sqrt{\left(\frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \right)^2 - 4 \frac{k_a k_b (m_a + m_b)}{m_a m_b (k_a + k_b)}}}{2} \quad (30)$$

(30)式で表される離合モードの近似解において $c \rightarrow \infty$ とすると、複合+が $\lambda_i^{(mp)}$ 、-が $\lambda_j^{(mp)}$ に対応するとすれば、離合モードの固有値は次式のように求まる。

$$\begin{cases} \bar{\lambda}_i^{(mp)} \rightarrow \lambda_i^{(mp)} = -0 \\ \bar{\lambda}_j^{(mp)} \rightarrow \lambda_j^{(mp)} = -\infty \end{cases} \quad (c \rightarrow \infty) \quad (31)$$

4.4 並進モードと離合モードのモード形状

並進モードと離合モードは、連結ダンパー減衰係数 c が無限大のときの 2 つの固有モードであり、そのモード形状は図 8 のようになる。これは、各モードにおける固有ベクトルの成分比（固有ベクトル成分比）を求めることで明らかとなる。

複素固有値解析における固有値 λ_k ($k=1,2,3,4$) に対応する固有ベクトルを $\{u_{ak} \ u_{bk}\}^T$ とする。これらの固有値 λ_k と固有ベクトル $\{u_{ak} \ u_{bk}\}^T$ を、運動方程式から得られる固有振動方程式(2a)に代入することで次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} m_a \lambda_k^2 + c \lambda_k + k_a & -c \lambda_k \\ -c \lambda_k & m_b \lambda_k^2 + c \lambda_k + k_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{ak} \\ u_{bk} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (32)$$

この式より、固有値 λ_k に対応する固有ベクトル $\{u_{ak} \ u_{bk}\}^T$ の成分比は次式のように表される。ただし、 $\{u_{ak} \ u_{bk}\}^T \neq \{0 \ 0\}^T, c > 0, \lambda_k \neq 0$ であることを考慮してある。

$$\frac{u_{ak}}{u_{bk}} = \frac{c \lambda_k}{m_a \lambda_k^2 + c \lambda_k + k_a} \quad (33)$$

(33)式に(28)、(30)式で表される $\bar{\lambda}_{i,j}^{(tr)}, \bar{\lambda}_{i,j}^{(mp)}$ を代入し、連結ダンパー減衰係数 c が極めて大きい場合の並進化モードと離合化モードのそれぞれの固有ベクトル成分比の近似解 $\bar{u}_{ak}/\bar{u}_{bk}$ を求め、最後に $c \rightarrow \infty$ として両モードの固有ベクトル成分比 u_{ak}/u_{bk} を求める。

以降簡単のため、固有値 $\bar{\lambda}_k$ ($k=1,2,3,4$) はそれぞれ、 $\bar{\lambda}_{i,j}^{(tr)}, \bar{\lambda}_{i,j}^{(mp)}$ に対して次式のように対応するものとする。

$$\bar{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_i^{(tr)} = +i \cdot \omega_{tr}, \bar{\lambda}_2 = \bar{\lambda}_j^{(tr)} = -i \cdot \omega_{tr} \quad (34a,b)$$

$$\bar{\lambda}_3 = \bar{\lambda}_i^{(mp)} \rightarrow -0 \quad (c \rightarrow \infty), \bar{\lambda}_4 = \bar{\lambda}_j^{(mp)} \rightarrow -\infty \quad (c \rightarrow \infty) \quad (34c,d)$$

まず並進モードについて考えるため、(34a)式の固有値 $\bar{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_i^{(tr)} = +i \cdot \omega_{tr}$ の場合を考える。(33)式に $\bar{\lambda}_1$ を代入し $\bar{u}_{a1}/\bar{u}_{b1}$ を求め、連結ダンパー減衰係数 $c \rightarrow \infty$ とすると、 $k=1$ の主系と副系の固有ベクトルの成分比は次式となる。

$$\frac{\bar{u}_{a1}}{\bar{u}_{b1}} \rightarrow \frac{u_{a1}}{u_{b1}} = 1 \cdot e^{i \cdot 0} \quad (c \rightarrow \infty) \quad (35)$$

(35)式より、 u_{a1}/u_{b1} は、大きさが 1、かつ、位相差も 0 であることから、並進モードでは主系と副系の質点は一体として振動することがわかる。 $\bar{\lambda}_2 = \bar{\lambda}_j^{(tr)} = -i \cdot \omega_{tr}$ の場合も同じ結果となり、並進化モードの固有ベクトル成分比は、 $\bar{\lambda}_{i,j}^{(tr)}$ いずれの場合でも(35)式のように収束する。従って、固有円振動数が ω_{tr} の場合、それに対応する 2 個の固有モードは、いずれも固有ベクトル成分比が 1 で位相差が 0 であり、図 8 の左図に示した並進モードとなっている。

次に離合モードの固有値 $\bar{\lambda}_3 = \bar{\lambda}_i^{(mp)} \rightarrow -0$ ($c \rightarrow \infty$) について考える。(33)式に $\bar{\lambda}_3$ を代入すると、 $k=3$ の主系と副系の固有ベクトルの成分比は次式で近似できる。

$$\frac{\bar{u}_{a3}}{\bar{u}_{b3}} = \frac{c \bar{\lambda}_3}{m_a \bar{\lambda}_3^2 + c \bar{\lambda}_3 + k_a} \quad (36)$$

$\bar{\lambda}_3 = \bar{\lambda}_i^{(mp)}$ は離合モードの固有値の近似解であり、(29)式を満足するため、 $\bar{\lambda}_3$ を(36)式に代入すれば次式を満足する。

$$\bar{\lambda}_3^2 + \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \bar{\lambda}_3 + \frac{k_a k_b (m_a + m_b)}{m_a m_b (k_a + k_b)} = 0 \quad (37)$$

(37)式を $c \bar{\lambda}_3 = A(\bar{\lambda}_3)$ の形に変形し、(36)式の $c \bar{\lambda}_3$ に代入して $c \rightarrow \infty$ 、 $\bar{\lambda}_3 \rightarrow \infty$ の極限をとれば、 $k=3$ の主系と副系の固有ベクトルの成分比は次式のように導かれる。

$$\frac{u_{a3}}{u_{b3}} = e^{i \cdot \pi} \cdot \frac{1}{\kappa} \quad (38)$$

最後に、もう一つの離合モードの固有値 $\bar{\lambda}_4 = \bar{\lambda}_j^{(mp)} \rightarrow -\infty$ $c \rightarrow \infty$ について考える。(33)式に $\bar{\lambda}_4$ を代入すると、 $k=4$ の主系と副系の固有ベクトルの成分比は次式で近似される。

$$\frac{\bar{u}_{a4}}{\bar{u}_{b4}} = \frac{c \bar{\lambda}_4}{m_a \bar{\lambda}_4^2 + c \bar{\lambda}_4 + k_a} \quad (39)$$

$\bar{\lambda}_4 = \bar{\lambda}_j^{(mp)}$ も $\bar{\lambda}_3$ と同様に(29)式を満足するため、次式を満足する。

$$\bar{\lambda}_4^2 + \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \bar{\lambda}_4 + \frac{k_a k_b (m_a + m_b)}{m_a m_b (k_a + k_b)} = 0 \quad (40)$$

(40)式に m_b を乗じ、 $m_b \bar{\lambda}_4^2 = B(\bar{\lambda}_4)$ の形に変形したものを(39)式の

$m_b \bar{\lambda}_4^2$ に代入し、 $\bar{\lambda}_4 \rightarrow -\infty$ 、 $c \rightarrow \infty$ の極限をとれば、 $k=4$ の主系と副系の固有ベクトルの成分比は次式のように導かれる。

$$\frac{u_{a4}}{u_{b4}} = e^{i\pi} \cdot \frac{1}{\mu} \quad (41)$$

上に示した 2 個の離合モードのそれぞれの固有ベクトル成分比 u_{a3}/u_{b3} 、 u_{a4}/u_{b4} は共に負の実数値で、固有ベクトルの実数成分の符号が逆転していることを意味する。すなわち固有モードとしては共に質点間で逆位相（位相差が π ）となるものを表しており、図 8 の右図に示した離合モードとなっている。

連結ダンパー減衰係数 c が増大するにつれて、並進モードは並進モードに漸近するため、並進モードに対応する減衰定数は、図 6、図 7 に示すように極大値となった後に 0 に収束する。したがって並進モードにおいては、過大なダンパーはかえって振動低減効果を減じることとなる。

モデル H とモデル N は 3.2 節で示したとおり、いずれも図 9 に示した μ - κ 領域分け図において領域(ii)に属するため、図 6 と図 7 に示した減衰定数 $h^{(r)}$ と固有円振動数 $\omega^{(r)}$ のうち、1 次が並進モード、2 次が離合化モードに対応することとなる。図 6 と図 7 に示されたモデル H とモデル N の減衰定数を比べると、モデル H の方がモデル N よりも減衰定数が 1 次、2 次とも大きい値をとることがわかる。このことは、次節で示すように、モデル H がモデル N に比べて高い振動低減効果を有することと密接な関係があると考えられる。

4.5 免震・制振ハイブリッド構造物の固有モードの変動

図 11 と図 12 に、モデル H とモデル N の(33)式で表される固有ベクトル成分比 u_{ak}/u_{bk} ($k=1,2,3,4$) の変動の様子を示す。図 11(a) と図 12(a) は u_{ak}/u_{bk} の位相、すなわち、主系と副系の固有ベクトルの位相差の変動を示している。図 11(b) と図 12(b) は u_{ak}/u_{bk} のノルムの変動、すなわち、主系と副系の固有ベクトルのノルム比の変動を示している。

(38)、(41)式に示すとおり、連結ダンパー減衰係数 $c \rightarrow \infty$ とした場合に位相差が 180 度 (π) となるモード ($k=3,4$) が離合モードであり、 c を増大させたときに離合モードに近づくモードが離合化モードである。図 11(a) と図 12(a) より、離合化モードの位相差は 90 度～270 度の範囲で変化しながら、 c が増大するにつれて 180 度に収束することがわかる。

一方、(35)式に示すとおり、連結ダンパー減衰係数 $c \rightarrow \infty$ とした場合の、位相差が 0 度 (360 度) となるモード ($k=1,2$) が並進モードであり、 c を増大させたときに並進モードに近づくモードが並進化モードである。並進化モードの位相差は、図 12(a) に示すようにモデル N のような通常の連結制振構造物においては 0 度～90 度または 270 度～360 度の範囲で変化するのが一般的である。一方、図 11(a) に示すように、モデル H では、減衰係数 c が $0 \sim 140 \times 10^6$ [Ns/m] の範囲において、並進化モードにおいても離合化モードと同様に位相差が 90 度～270 度の範囲で変化しており、主系と副系の質量比、剛性比によっては、並進化モードが離合化モードと類似した位相を示す場合があることがわかる。

また、図 11(b) と図 12(b) から、並進化モードにおいては、 c が $0 \sim 110 \times 10^6$ [Ns/m] の範囲で、モデル H の方が、主系と副系のノルム比がモデル N よりも大きく (約 2 倍以上) なっていることがわかる。このことと、モデル H では並進化モードにおいても主系と副系の位

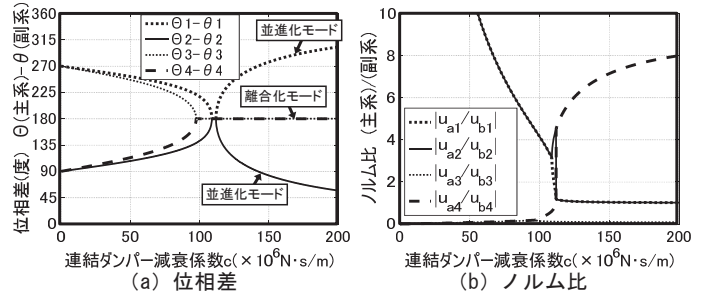


図 11 モデル H における固有ベクトル成分比 u_{ak}/u_{bk} の c に対する変動

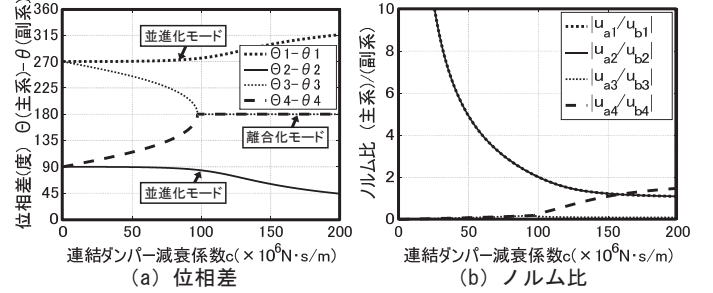


図 12 モデル N における固有ベクトル成分比 u_{ak}/u_{bk} の c に対する変動

相差が 90 度～270 度の範囲にあることの相乗効果により、図 6 と図 7 に示したように、モデル H において、並進化モード (モデル H とモデル N においては 1 次モード) における減衰定数が、同じ減衰係数 c を有するモデル N に比べて大きくなっていると考えられている。

5. 模擬長周期地震動と模擬パルス性地震動に対する応答特性

5.1 模擬長周期地震動と模擬パルス性地震動

免震・制振ハイブリッド構造における固有振動特性と地震動に対する応答との関係を検討するために、図 2 に示した免震・制振ハイブリッド構造物モデル (モデル H) と連結制振構造物モデル (モデル N) の 2 つのモデルに対して、模擬長周期地震動と模擬パルス性地震動に対する時刻歴応答解析を行う。

模擬長周期地震動として次のような加速度波形を設定する²⁰⁾。

$$\ddot{u}_L = C_L \omega_L \sin \omega_L t \quad (42)$$

ここで ω_L は地動の円振動数、 C_L は地動速度の振幅である。2003 年十勝沖地震の苫小牧 EW 波を参考に $C_L = 0.2$ [m/s] とし、継続時間は 47.6 [s] とする。図 13 に、地動周期 $T_L = 2\pi/\omega_L$ が 1.0 [s] と 8.0 [s] の場合の、地動の速度波形と加速度波形を示す。連結ダンパー減衰係数 c の増加に伴い連結制振系の固有周期は変動するため、応答を大きくするような地動周期は c によって異なると考えられる。従って、地動周期 T_L は 1.0～8.0 [s] の範囲を考え、それぞれの地震動に対して応答を求める。

また、パルス性地震動として、文献 21) を参考にして、次式の加速度波形を設定する。

$$\ddot{u}_p = \frac{\omega_p}{2\pi} C_p e^{-(\omega_p/2\pi)at} \left\{ \left(1 - \frac{\omega_p}{2\pi} at\right) \sin(\omega_p t) + \omega_p t \cos(\omega_p t) \right\} \quad (43)$$

ここで ω_p は地動の円振動数、 C_p は地動速度の振幅代表値、 a はパルス性地震動の波形の低減度を表す係数である。1995 年兵庫県南部地震の JMA Kobe NS 波を参考に $a = 2.51$ 、 $C_p = 6.7$ [m/s] とする。図 14 に、地動周期 $T_p = 2\pi/\omega_p$ が 0.1 [s] と 3.0 [s] の場合の地動の速度波形

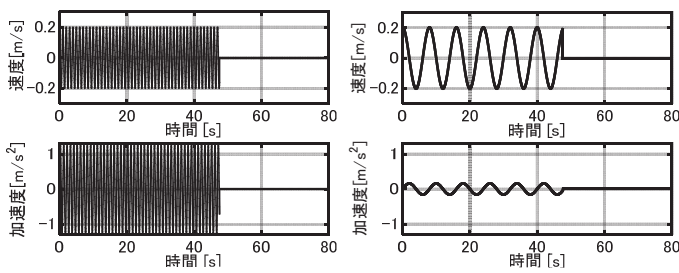


図 13 模擬長周期地震動の速度波形と加速度波形

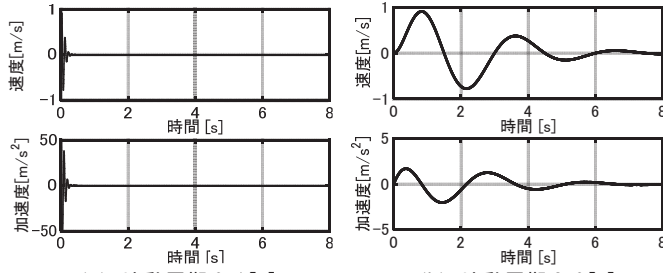


図 14 模擬パルス性地震動の速度波形と加速度波形

と加速度波形を示す。模擬パルス性地震動に関しても模擬長周期地震動と同様に、地動周期 T_p が 0.1[s] から 3.0[s] の範囲の種々の模擬パルス性地震動を設定し、それぞれの地震動に対して応答を求める。

5.2 比較対象とする応答

ここでは、次の 3 種類の応答量について検討する。

- (i) 模擬長周期地震動に対する主系変位の定常振幅
- (ii) 模擬パルス性地震動に対する主系変位の最大値
- (iii) 模擬パルス性地震動に対する主系絶対加速度の最大値

ここで(i)の定常振幅とは、模擬長周期地震動に対して時刻歴応答解析を行い、定常値となった時の値としている。長周期地震動では通常、過渡応答で生じる応答の最大値よりも累積変形が問題となる場合が多いと思われるため、このような定義としている。これら 3 種類の応答量を、連結ダンパー減衰係数 c と模擬地震動の地動周期 T_L および T_p を漸増させて求め、 c を横軸、 T_L あるいは T_p を左縦軸とする図に応答の等高線を描いたコンター図として描く。また、右縦軸にはモデルの固有周期をとる。以下では、応答量の変動を表したこのコンター図と各モデルの固有周期および減衰定数の変動を比較することで、免震・制振ハイブリッド構造システムの振動低減メカニズムを明らかにする。

5.3 模擬長周期地震動に対する主系変位定常振幅

図 15 に、連結ダンパー減衰係数 c と地動周期 T_L を変動させた場合の、模擬長周期地震動に対する主系変位定常振幅の変動を示す。連結系の 1 次固有周期 $T^{(1)}$ と 2 次固有周期 $T^{(2)}$ を重ねて示し、振幅の変動と比較する。図中の等高線の峰は、 c の値ごとに振幅が最大となる地動周期を結んだ線である。図より、等高線の峰と 1 次固有周期は、モデル H では $c \leq 100 \times 10^6$ [Ns/m] の領域で、モデル N では c の全領域では概ね一致していることがわかる。4 節で述べたように、両モデルでは 1 次モードが並進モードであることから、主系変位の定常振幅が最大となる地動周期は、連結系の並進モードの固有周期と概ね一致するといえる。ただし、モデル H の $c > 100 \times 10^6$ [Ns/m] の領域では、等高線の峰と 1 次固有周期に大きな乖離がみられるこ

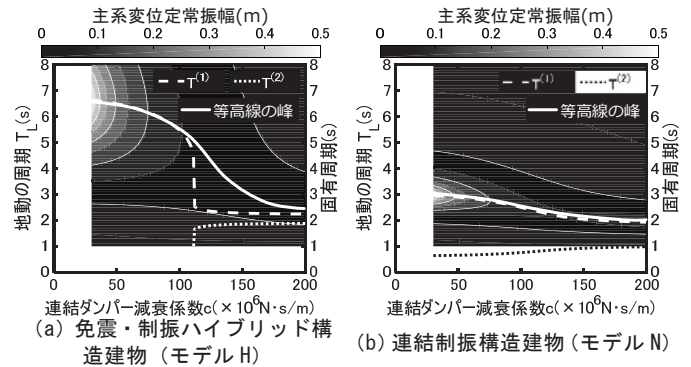


図 15 連結ダンパー減衰係数 c と地動周期 T_L を変動させた時の模擬長周期地震動に対する主系変位定常振幅の変動

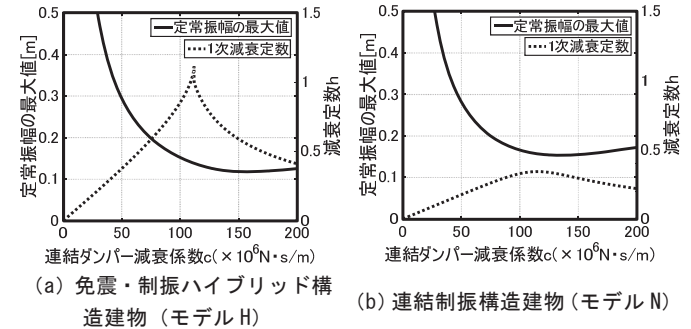


図 16 主系変位定常振幅の地動周期に関する最大値の c に対する変動および 1 次減衰定数の c に対する変動

とも注意を要する。

図 16 に、主系変位定常振幅が最大となる地動周期における主系定常振幅の連結ダンパー減衰係数 c に対する変動と、1 次減衰定数の変動を示す。4 節で述べたとおり、両モデルとも 1 次モードが並進モードであるため、並進モードの減衰定数である 1 次減衰定数が極大値をとる c の値において、定常振幅がおおむね極小値となっていることがわかる。

5.4 模擬パルス性地震動に対する主系最大変位応答

図 17 に、連結ダンパー減衰係数 c と地動周期 T_p を変動させた場合の模擬パルス性地震動に対する主系変位の最大値の変動を示す。連結系の 1 次固有周期 $T^{(1)}$ と 2 次固有周期 $T^{(2)}$ を重ねて示し、最大値の変動と比較する。

モデル H とモデル N を比較すると、連結ダンパー減衰係数 c が小さい範囲において、モデル H では振動がより低減されていることがわかる。これは、モデル H では主系の免震化によって 1 次固有周期が長周期化し、地動周期が共振周期から外れているため振動が低減されているためであると考えられる。また、モデル N においては、等高線の峰と 1 次固有周期がある程度対応していることがわかる。

5.5 模擬パルス性地震動に対する主系最大絶対加速度

図 18 に、連結ダンパー減衰係数 c と地動周期 T_p を変動させた時の模擬パルス性地震動に対する主系絶対加速度の最大値の変動を示す。比較のため、連結系の 1 次固有周期 $T^{(1)}$ と 2 次固有周期 $T^{(2)}$ を重ねて示す (右縦軸)。

モデル H とモデル N を比較すると、連結ダンパー減衰係数 c が小さい範囲において、モデル H は加速度がより低減されていることがわかる。これは、モデル H は主系の免震化によって 1 次固有周期が

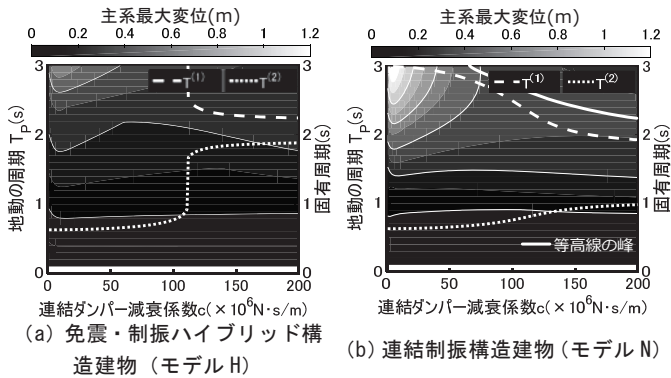


図 17 連結ダンパー減衰係数 c と地動周期 T_p を変動させた時の模擬パルス性地震動に対する主系最大変位の変動

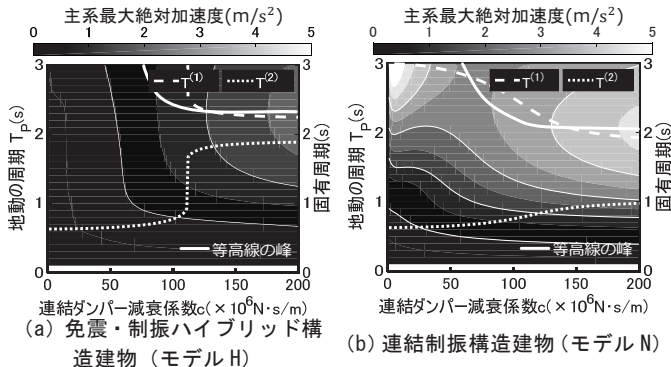


図 18 連結ダンパー減衰係数 c と地動周期 T_p を変動させた時の模擬パルス性地震動に対する主系絶対加速度の変動

長周期化しており、地動周期が共振周期から外れているため振動が低減されているためであると考えられる。また、いずれのモデルにおいても、等高線の峰と 1 次固有周期がある程度対応している。

5.6 必要とされる連結オイルダンパー容量の概算値

2 節で想定したモデルと同様の主系 40 層と副系 26 層の多質点系免震・連結制振ハイブリッドモデルについて、模擬パルス波入力（最大振幅 0.1(m/s)，周期 1 秒）に対するダンパー反力を時刻歴応答解析により求めた。連結ダンパーを 8 層（1 層につきオイルダンパー 4 台）に設置した結果、オイルダンパー 1 台あたりの反力は、最大でおよそ 1.08×10^3 [kN] となった。従って、1000 – 1500 [t] クラスのオイルダンパーを使用することにより対応可能と思われる。

5.7 副系の応答特性

40 層と 26 層の免震・連結制振ハイブリッド構造において、入力が模擬パルス波の場合は、副系の最大層せん断力は副系単独時よりも低下する⁴⁾。また、入力が模擬長周期地震動の場合は、副系単独時よりも最大層せん断力はやや増加するが、模擬パルス波の場合の値に比べ格段に小さい。よって、副系の層せん断力は模擬パルス波、模擬長周期地震動どちらに対しても副系単独の場合に対して過度に大きな値にはならないため、本研究では主系の応答のみを議論している。

5.8 幅広い特性の地震動に対するロバスト性

本論文では、対象モデルが連結建物モデルであるため、モデル N とモデル H の比較を示し、パルス性地震動に対する応答低減効果はモデル N と比較してモデル H が優れていることを 5.4, 5.5 節で示している。一方、免震単独モデルと提案ハイブリッドモデル（モデル H を多質点としたもの）との比較は、文献 4)で行われており、長周

期地震動に対する提案ハイブリッドモデルの有効性が示されている。

6. 結論

2 棟連結制振系の固有振動特性について、複素固有値解析と模擬長周期地震動・模擬パルス性地震動に対する時刻歴応答解析による詳細な解析を行い、免震構造と連結制振構造を組み合わせたハイブリッド構造システムにおける振動低減のメカニズムについて、以下のことを明らかにした。

- (1) 連結制振系の振動モードを並進モードと離合モードに分けることにより、連結制振系の振動特性をわかりやすく捉えることが可能となる。2 棟連結制振系の固有モードは、連結ダンパー減衰係数 c の増加に伴って 2 棟が一体となり振動する並進モードと、2 棟が離合する離合モードに収束する。副系に対する主系の質量比 $\mu = m_a/m_b$ と剛性比 $\kappa = k_a/k_b$ を 2 軸とする平面において、1 次と 2 次のいずれのモードが並進モードと離合モードに収束するかを分類する領域分けが可能である。
- (2) 免震・制振ハイブリッド構造システムの方が、通常の連結制振システムに比べて、同じ連結ダンパー量でも減衰定数が大きくなる。これは、免震層の減衰を考慮しなくても、免震層の変形により全ての高さレベルで棟間変位が大きくなり、連結ダンパーを有効に働かせることが可能となるためである。
- (3) 本論文で検討の対象とした免震・制振ハイブリッド構造システムの 1 次固有周期は、連結ダンパー減衰係数 c の増加に伴い、非連結時の主系の固有周期から、主系と副系が一体となって振動する並進モードの固有周期へと収束する性質がある。これに伴い、長周期地震動に対する主系の変位振幅を最大にするような入力周期も、 c の増加に伴い、非連結時の主系の固有周期から並進モードの固有周期へと変化する。
- (4) 連結制振系の主系を免震構造とすることは、連結制振系の 1 次固有周期が長周期化し、地震動との共振周期から外れるという理由により、パルス性地震動に対する変位および絶対加速度の低減に効果的である。
- (5) 連結ダンパー減衰係数 c を変化させたときの、並進モードの減衰定数の増減と、長周期地震動に対する主系の変位振幅の増減は、おおむね対応している。つまり、免震・制振ハイブリッド構造システムの主系の変位振幅は、並進モードの減衰定数と密接な関係がある。並進モードの減衰定数は、 c が増大するとともにいったん最大値をとり、その後、減少するため、このことは過度な連結ダンパーは連結制振効果を損なうことを意味する。

なお本論文では、免震層の減衰と連結ダンパーの減衰を統合したものとして扱っているが、両者を分離したモデルについて、今後検討が必要である。

謝辞

本研究の一部は、JSPS 科研費（No.15H04079）による。ここに記して謝意を表する。

参考文献

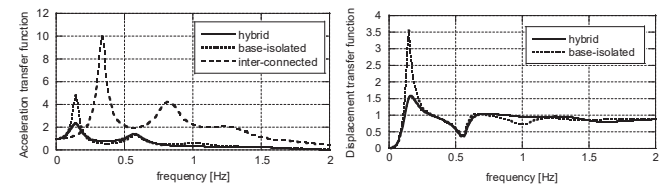
- 1) 北村春幸，東野さやか，竹中康雄，田村和夫：長周期地震動による既存免震建物の耐震性能評価，日本建築学会技術報告集，第 22 号，pp.127-132，2005.12

- 2) 竹脇 出：2011 年度日本建築学会技術部門設計競技入選作品「ロバスト性・冗長性を向上させた建物の構造デザイン」，建築雑誌，pp.73-79，2011.11
- 3) 応用力学運営委員会：2011 年度日本建築学会大会（関東）応用力学部門パネルディスカッション「ロバスト性・冗長性を向上させた建物の構造デザイン」資料（大林組提案モデル），日本建築学会，2011.8
- 4) 村瀬 充，藤田皓平，辻 聖晃，竹脇 出：幅広いタイプの地震動にも頑強な免震と連結制振のハイブリッド構造，構造工学論文集，Vol.60B，pp.413-422，2014.3.
- 5) 蔭山 満，安井 譲，背戸一登：連結制振の基本モデルにおける連結バネとダンパーの最適解の誘導，日本建築学会構造系論文集，第 529 号，pp.97-104，2000.3
- 6) 蔭山 満，安井 譲，背戸一登：多モード連結制振を対象とした連結バネとダンパーの最適配置に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第 538 号，pp.79-86，2000.12
- 7) 竹脇 出，辻 聖晃：連結制振ダンパーを有する構造物群へ入力される地震エネルギーの基本特性，日本建築学会構造系論文集，第 616 号，pp.81-87，2007.6
- 8) 楊 貴君，岩崎良二，高田毅士：連結構造物における定点理論に基づく質量比一周波数比空間の領域分類と最適パラメータの誘導，日本建築学会構造系論文集，第 617 号，pp.71-76，2007.7
- 9) 田原健一，山崎真司，見波 進：履歴ダンパーを用いた連結制振構造の地震応答低減効果，日本建築学会構造系論文集，第 621 号，pp.49-56，2007.11
- 10) 伊藤 宰，辻 聖晃，吉富信太，竹脇 出：アウトフレーム連結制振構法による既存建物耐震補強の逆問題型アプローチ，日本建築学会構造系論文集，第 627 号，pp.725-732，2008.5
- 11) 林 篤，大迫勝彦，和田 章，高梨晃一：連結制振構造を適用した線路上空建築物のエネルギーによる応答特性評価，日本建築学会構造系論文集，第 635 号，pp.55-63，2009.1
- 12) 伊藤 宰，辻 聖晃，吉富信太，竹脇 出：アウトフレーム連結制振耐震補強のための連結ダンパーの合理的決定法，日本建築学会構造系論文集，第 636 号，pp.273-281，2009.2
- 13) 林 篤，大迫勝彦，和田 章，高梨晃一，岩崎和明，鈴木勇：連結制振構造を適用した線路上空建築物の設計と実測による性能評価，日本建築学会構造系論文集，第 648 号，pp.299-307，2010.2
- 14) 辻 聖晃，中川大輔，吉富信太，竹脇 出：アウトフレーム型連結制振構法におけるアウトフレーム及び連結ダンパーの応答低減率マップを用いた設計法，日本建築学会構造系論文集，第 648 号，pp.299-307，2010.2
- 15) 満田衛資，大淵充紀，辻 聖晃，竹脇 出：連結制振構法を用いた建物の固有振動および減衰に関する基本特性，日本建築学会構造系論文集，第 79 巻，第 696 号，pp.227-236，2014.2
- 16) Kobori, T. et al. : Effect of dynamic tuned connection on reduction of seismic response -Application to adjacent office building-, *Proc. 9WCEE*, V, 1988.8
- 17) 連結制振工法を共同住宅の耐震改修工事へ適用，建築技術，第 628 号，p.54，2006.11
- 18) Den Hartog, J. P. : *Mechanical Vibrations*, 4th ed., McGraw-Hill, 1956
- 19) Veletos, A. S. and Ventura, C. E. : Modal analysis of non-classically damped linear systems, *Earthquake Engng. Estruct. Dyn.*, 14, pp.217-243, 1986.3
- 20) 辻本裕之，吉富信太，辻 聖晃，竹脇 出：極限的共振正弦波外乱レベルと建築構造物の応答量の相関関係，鋼構造年次論文報告集（第 16 回鋼構造シンポジウム），pp.521-528，2008.11
- 21) Xu, Z., Agrawal, A. K., He, W. L. and Tan, P. : Performance of passive energy dissipation systems during near-field ground motion type pulses, *Engineering Structures*, 29, pp.224-236，2007.2
- 22) Murase, M., Tsuji, M. and Takewaki, I. : Smart passive control of buildings with higher redundancy and robustness using base-isolation and inter-connection, *Earthquakes and Structures*, 4(6), pp.649-670, 2013.12.

Appendix 1

図 A1 に主系 40 層と副系 26 層の多質点系免震・連結制振ハイブリッドモデルの伝達関数を，免震単独モデルおよび耐震連結モデルとともに引用する²²⁾。この解析で用いられているモデルの棟間の連結ダンパーの減衰係数の合計は 20.0×10^6 [Ns/m]，免震層の減衰と合わせた減衰係数は 43.1×10^6 [Ns/m] である。

本システムにおける高次モードの影響は，図 A1 (a), (b) に示すように，頂部加速度，変位のいずれについても免震単独モデルよりも 2 次の影響は相対的に大きい，1 次には比べれば限定的である。従って，本研究で用いているモデルは 1 次モードの影響のみを考慮しているが，ほぼ妥当であると考えられる。



(a) 加速度伝達関数

(b) 免震層変位の伝達関数

図 A1 モデル H とモデル N および単独免震建物の伝達関数

Appendix 2

(ii) $\bar{q} - \bar{s} = 0$ の場合

(20)式と(21)式において $\bar{q} = \bar{\omega}_v^2$ ， $\bar{s} = \bar{\omega}_{mp}^2$ であり， $\bar{\omega}_v^2 - \bar{\omega}_{mp}^2$ は(15)式で求めているため， $\bar{q} - \bar{s}$ は次式で表される。

$$\bar{q} - \bar{s} = \frac{k_b(\mu - \kappa)(1 - \mu\kappa)}{m_b\mu(1 + \mu)(1 + \kappa)} \quad (A1)$$

$\bar{q} - \bar{s} = 0$ となるのは， $\mu = \kappa$ または $\mu\kappa = 1$ の 2 通りの場合であることがわかる。

(a) $\mu = \kappa$ の場合

(19b)式に(20)式と(21)式の $\bar{q}, \bar{s}$ を代入すると， $\bar{p}\bar{r}$ が次式のように求まる。

$$\bar{p}\bar{r} = \frac{m_a k_b + m_b k_a}{m_a m_b} - \frac{k_a + k_b}{m_a + m_b} - \frac{k_a k_b (m_a + m_b)}{m_a m_b (k_a + k_b)} = \frac{(m_a k_b - m_b k_a)^2}{m_a m_b (m_a + m_b)(k_a + k_b)} = 0 \quad (A2)$$

ただし， $\mu = \kappa$ であることから，

$$\mu = \kappa \Leftrightarrow \frac{m_a}{m_b} = \frac{k_a}{k_b} \Leftrightarrow m_a k_b = m_b k_a \Leftrightarrow m_a k_b - m_b k_a = 0 \quad (A3)$$

を用いた。(19a)式と(A2)式から， $\bar{p}$ と $\bar{r}$ は解と係数の関係より，

$$x^2 - \left(\frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \right) x = 0 \quad (A4)$$

の 2 解であり， $\bar{p}$ と $\bar{r}$ は次式のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \bar{p} \\ \bar{r} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \end{array} \right. \quad (A5)$$

ここで， $\bar{q} = \bar{s}$ のため， $\bar{p}$ と $\bar{r}$ は 0 あるいは $(m_a + m_b)c / (m_a m_b)$ のいずれであつても，固有値を求める式(18)を満たす。

(b) $\mu\kappa = 1$ の場合

$\mu\kappa = 1$ を用いると， $\bar{q}, \bar{s}$ は次式のように変形される。

$$\bar{q} = \bar{s} = (\bar{\omega}_v)^2 = (\bar{\omega}_{mp})^2 = \frac{k_a + k_b}{m_a + m_b} = \frac{k_b(1 + \kappa)}{m_b(1 + \mu)} = \kappa \frac{k_b}{m_b} \quad (A6)$$

よって，(19b)式に $\bar{q}, \bar{s}$ を代入すると， $\bar{p}\bar{r}$ が次式のように求まる。

$$\bar{p}\bar{r} = \frac{m_a k_b + m_b k_a}{m_a m_b} - (\bar{q} + \bar{s}) = (1 - \kappa)^2 \frac{k_b}{m_b} \quad (A7)$$

(19a)式と(A7)式から， $\bar{p}$ と $\bar{r}$ は解と係数の関係より，

$$x^2 - \left(\frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \right) x + (1 - \kappa)^2 \frac{k_b}{m_b} = 0 \quad (A8)$$

の 2 解であり，

$$\left. \begin{array}{l} \bar{p} \\ \bar{r} \end{array} \right\} = \frac{\frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \pm \sqrt{\left(\frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \right)^2 - 4 \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} (1 - \kappa)^2 \frac{k_b}{m_b}}}{2} \quad (A9)$$

が得られる。 c が無限大の場合を考えているため，

$$\left(\frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \right)^2 \gg 4 \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} (1 - \kappa)^2 \frac{k_b}{m_b} \quad (A10)$$

である。よって， $\bar{p}, \bar{r}$ は次式のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \bar{p} \\ \bar{r} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \frac{m_a + m_b}{m_a m_b} c \end{array} \right. \quad (A11)$$

(a) の場合と同様， $\bar{q} = \bar{s}$ のため， $\bar{p}$ と $\bar{r}$ は 0 あるいは $(m_a + m_b)c / (m_a m_b)$ のいずれであつても，固有値を求める式(18)を満たす。

MECHANISM OF RESPONSE REDUCTION IN HYBRID CONTROL SYSTEM OF BASE-ISOLATED BUILDING CONNECTED TO FREE-WALL WITH DAMPER

*Kohei HAYASHI**, *Eisuke MITSUDA***, *Kohei FUJITA****,
*Masaaki TSUJI***** and *Izuru TAKEWAKI******

* Grad. Student, Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ.

** Mitsuda Structural Consultants, Dr. Eng.

*** Assist. Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

**** Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

***** Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

It is recognized that a base-isolated building exhibits a large response to a long-duration, long-period ground motion and an interconnected building system is not necessarily effective for a pulse-type ground motion. To compensate for each deficiency, a new hybrid passive control system is investigated in which a base-isolated building is connected to another building (free wall) with oil dampers. It is shown that the mechanism of response reduction in the proposed hybrid passive control system is closely related to the property of natural frequency and damping ratio with respect to increased capacity of connected dampers in a translation mode and a meeting-parting mode.

First of all, the model H (hybrid) and the model N (normal) are defined in Section 2 and the natural frequencies and damping ratios of these models are formulated in Section 3 through the complex eigenvalue analysis. There are three cases (A, B, C). Case A is the case where all four eigenvalues are complex values, Case B is the case where two are complex and the other two are real and Case C is the case where all four eigenvalues are real. The total damping coefficient of the connecting dampers is increased in order to investigate the properties of the models H and N. It is shown that the three cases (Case A-C) appear corresponding to the range of the total damping coefficient of the connecting dampers.

In Section 4, it is demonstrated that there are two eigenmodes, called the translational mode and the meeting and parting mode, for the infinite total damping coefficient of the connecting dampers. The eigenmode for a finite total damping coefficient of the connecting dampers corresponding to the translational mode is called 'a mode toward the translational mode' and that for a finite total damping coefficient of the connecting dampers corresponding to the meeting and parting mode is called 'a mode toward the meeting and parting mode'. The eigenvalues and eigenmodes of the mode toward the translational mode and the mode toward the meeting and parting mode are derived in Section 4.2 and 4.3.

In Section 5, the response characteristics of both models (model H and model N) to the pulse-type earthquake ground motions and the long-period, long-duration ground motions are investigated. It is shown that the relation between the fundamental natural period of the main building and the predominant period of the long-period, long-duration ground motions plays a key role in the understanding of the response characteristics of both models (model H and model N). Furthermore it is also made clear that the relation between the fundamental natural period of the main building and the predominant period of the pulse-type ground motions plays a key role in the understanding of the response characteristics of both models (model H and model N).

Finally it is concluded that the mechanism of response reduction in the proposed hybrid passive control system is closely related to the property of natural frequency and damping ratio with respect to increased capacity of connected dampers and the relation between the fundamental natural period of the main building and the predominant period of the pulse-type or long-period, long-duration ground motions plays a key role.

(2016年11月4日原稿受理, 2017年3月23日採用決定)