

有界対称領域の各境界に付随する

ユニタリ表現と核関数

山形大学理学部 井上 透

§ 1 序

$D = \{z \in \mathbb{C}; |z| < 1\}$, $B = \partial D = \{z \in \mathbb{C}; |z| = 1\}$ とおけば
群 $G = SU(1, 1) = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ \bar{b} & \bar{a} \end{bmatrix}; |a|^2 - |b|^2 = 1 \right\}$ は一次分数変換

$$z \rightarrow g \cdot z = \frac{az + b}{\bar{b}z + \bar{a}}, \quad g = \begin{bmatrix} a & b \\ \bar{b} & \bar{a} \end{bmatrix}$$

として D および B に推移的に作用する。従って $K = \{g \in G; g \cdot 0 = 0\}$, $P = \{g \in G; g \cdot 1 = 1\}$ とおけば $D = G/K$, $B = G/P$ と置ける。 K および P の既約ユニタリ表現の同値類全体を $\hat{K}$, $\hat{P}$ とすれば, $\hat{K}$ (の部分集合) に対応して G の discrete series の表現が $D = G/K$ 上の正則 (または反正則) 関数からなる Hilbert 空間上で実現でき, $\hat{P}$ に対応して G の連続系系列の表現が $B = G/P$ 上の 2 乗可積分関数の空間 $L^2(B)$ 上で実現できる。 G の連続系系列の表現は, たゞ一つの例外 (それを V_1 とする) を除きすべて既約で V_1 は $g \in G$ に対し正則写像 $z \rightarrow g \cdot z$ の点 u での complex

Jacobian を $J(g, u)$ (したがって $g = \begin{bmatrix} a & b \\ \bar{b} & \bar{a} \end{bmatrix}$ であれば $J(g, u) = (\bar{b}u + \bar{a})^{-2}$) とすれば

$$(1.1) \quad (V_1(g)f)(u) = J(g^{-1}, u)^{\frac{1}{2}} f(g^{-1} \cdot u), \quad f \in L^2(B), u \in B$$

で与えられる。所謂 G の holomorphic discrete series は $n \geq 2$ なる整数で parametrize され n に対応する表現を T_n とすれば T_n は Hilbert 空間

$$(1.2a) \quad H_n = \left\{ f \in \mathcal{O}(D) ; \int_D |f(z)|^2 (1-|z|^2)^{n-2} dx dy < \infty \right\}$$

($z = x + iy$, $\mathcal{O}(D)$ は D で正則な関数全体) とで実現でき、 G の作用は

$$(1.2b) \quad (T_n(g)f)(z) = J(g^{-1}, z)^{\frac{n}{2}} f(g^{-1} \cdot z)$$

で与えられる。ところで (1.2ab) において H_1, T_1 を同様に定義すれば $H_1 = \{0\}$ となり自明な表現しか得られない。しかし $H^2(D)$ を D の Hardy 空間 i.e.

$$H^2(D) = \left\{ f \in \mathcal{O}(D) ; \sup_{0 < r < 1} \int_B |f(ru)|^2 du < \infty \right\}$$

($\cong \mathcal{O}(\bar{D})$ のノルム $\|f\|^2 = \left(\int_B |f(u)|^2 du \right)^{\frac{1}{2}}$ に因る完備化)

(du は B の Lebesgue 測度) とすれば $H^2(D) \neq \{0\}$ で T_1 を (1.2b) におけるように定義すれば T_1 は $H^2(D)$ 上の既約ユニタリ

り表現となる。しかも $H^2(D)$ は各関数にその境界値を対応させることにより $L^2(B)$ の内部分空間として埋めこめるから T_1 と (1.1) における V_1 の作用をみれば表現 $(T_1, H^2(D))$ は例外的な表現 $(V_1, L^2(B))$ の部分表現とユニタリ同値になることがわかる。このような事情から $(T_1, H^2(D))$, $(V_1, L^2(B))$ は特に興味のある表現ということができる。ところで単位円板 D は最も簡単な有界対称領域の例であるが、 D を $\mathbb{C}^n$ の有界対称領域、すなわち D は $\mathbb{C}^n$ の有界領域で各 $z \in D$ に對するを孤立不動点とする D の正則同相 $\sigma_z^2 = 1$ となるものが存在するとすればよく知られているように D は等質空間となり $D = G/K$ (G は半単純 Lie 群、 K は極大コンパクト部分群) と表わされる (逆に G/K を非コンパクト型 Hermitian 対称空間, $\dim_{\mathbb{C}} G/K = n$ とすれば G/K は $\mathbb{C}^n$ のある有界領域 D と正則同相)。 G の D での作用は D の $\mathbb{C}^n$ での肉包 $\bar{D}$ に連続的に拡張され、 D の境界 $\partial D = \bar{D} - D$ は $\text{rank } D = r$ とすれば r 組の G 軌道 $B_1, \dots, B_r$ の disjoint union になっていて、それらのうち次元の一番小さいのはコンパクト (それ以外は非コンパクト) な D の Silov 境界である。これらの境界 $B_1, \dots, B_r$ の詳しい構造は Wolf-Korányi [7] により分かっているが、本稿では D の各境界 B_i に付随するベクトル値 Hardy type Hilbert 空間とその上の G の既約ユニタリ表現が構成され、これらの表現が境界値をとる操作に

より、ある連続系列の表現に埋めこめ、従ってその連続系列の表現が可約であることの概略を示す。さらにそれら Hardy type Hilbert 空間は (作用素値) 再生核関数を持つことが示されるが、その explicit formula (特別の場合として D の Carleson-Szegő 核関数のそれが見られる) および核関数による積分作素の Lie 群論的表示についても触れる (詳細は [3] を参照されたい)。

Knapp-Okamoto [4] において holomorphic discrete series の limit が G/P (P はコンパクト Cartan 部分群) 上の正則 line bundle の正則切断からなるある Hilbert 空間上で構成されているが、これらの表現達は D の実余次元 1 の境界に対応して構成されるものと等価になっている。さらに Rossi-Vergne [8] は G/K を type II の Siegel 領域として実現し、その各境界に対し一方向スカラー値 Hardy type 空間とそれら上の G の表現を構成しているが、それらと等価な表現も特別の場合として得られる。

§2 準備

G を連結な線型単純 Lie 群、 K をその極大コンパクト部分群とし、 G/K は G 不変複素構造を持つと仮定する。従って K は 1 次元の中心を持ち G のコンパクト Cartan 部分群 T を $T \subset K$ なるように取れる。 G, K, T の Lie 環を $\mathfrak{g}, \mathfrak{k}, \mathfrak{t}$ としそれらの

複素化を $\mathfrak{g}_c, \mathfrak{k}_c, \mathfrak{t}_c$ とする。仮定から G は $\mathfrak{g}_c$ を Lie 環 とし 2 つ
 連続 Lie 群 G_c の部分群 とおける。重を $(\mathfrak{g}_c, \mathfrak{t}_c)$ に関する ルー
 系 とし Φ_c, Φ_n を それぞれ 2 パクト, 非コンパクト ルー
 系 とする。従って $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} + \mathfrak{p}$ を $\mathfrak{k}$ に 対応する Cartan 分解 とすれば

$$\mathfrak{k}_c = \mathfrak{t}_c + \sum_{\alpha \in \Phi_c} \mathfrak{g}_c^\alpha, \quad \mathfrak{p}_c = \sum_{\alpha \in \Phi_n} \mathfrak{g}_c^\alpha$$

となつて いる ($\mathfrak{g}_c^\alpha$ は ルー α に対応する 固有空間), $\alpha \in \Phi$ に対し
 $H_\alpha \in \sqrt{-1}\mathfrak{t}$ を $\frac{2(\mu, \alpha)}{(\alpha, \alpha)} = \mu(H_\alpha), \quad \forall \mu \in \sqrt{-1}\mathfrak{t}^*$, を 満たす ように と

り, ルーベクトル $X_\alpha \in \mathfrak{g}_c^\alpha$ を $[X_\alpha, X_{-\alpha}] = H_\alpha$, さらに $\alpha \in \Phi_n$ のとき
 は $\bar{X}_\alpha = X_{-\alpha}$ (bar は $\mathfrak{g}_c$ の $\mathfrak{g}$ に関する 共役) なる ように とす。

G/K に関する 仮定から 重の 順序で “任意の^{2つの} 非コンパクト 正ルー
 の 和は ルーでない” を 満たすものが 存在する。その ような
 順序を 以下 一つ 固定して, 正ルーの 全体を Φ^+ , $\Phi_c^+ = \Phi^+ \cap \Phi_c$, $\Phi_n^+ = \Phi^+ \cap \Phi_n$ とする。このとき $\mathfrak{p}^+ = \sum_{\alpha \in \Phi_n^+} \mathfrak{g}_c^\alpha$, $\mathfrak{p}^- = \sum_{\alpha \in \Phi_n^-} \mathfrak{g}_c^\alpha$ と
 おけば $\mathfrak{p}_c = \mathfrak{p}^+ + \mathfrak{p}^-$ で $\mathfrak{p}^+, \mathfrak{p}^-$ は 可換な 部分環である。 $\mathfrak{k}_c, \mathfrak{p}^+, \mathfrak{p}^-$
 に 対応する G_c の 連続部分群 を K_c, P^+, P^- とすれば K_c は $P^\pm$ を
 normalize して $K_c P^\pm$ は G_c の 放物部分群である。 $G_c/K_c P^-$ におい
 て 原点の G 軌道は 開集合で $G \cap K_c P^- = K$ より それは G/K と 同
 視できる。従って 埋め込み $G/K \subset G_c/K_c P^-$ により G/K には 複素
 構造が けいする。 $\Omega = P^+ K_c P^-$ とすれば Ω は G_c の 稠密な 開集合で
 しかも G を 含んでいる。 $\mathfrak{p}^+ \times \mathfrak{k}_c \times \mathfrak{p}^-$ から G_c への 写像を $(X, k, Y) \rightarrow$
 $\exp X \cdot k \cdot \exp Y$ で 定義すれば この 写像は Ω 上への 正則同相であ

る。従って $g \in \Omega$ は

$$(2.1) \quad g = \pi_+(g) \cdot \pi_0(g) \cdot \pi_-(g), \quad \pi_0(g) \in K_0, \pi_{\pm}(g) \in P^{\pm}$$

と一意的に表わされる。そこで $\zeta: \Omega \rightarrow \mathfrak{p}^+$ を $\zeta(g) = \log \pi_+(g)$ で定義すれば、 ζ は G_K から $\zeta(G) \cong D \subset \mathfrak{p}^+$ への正則同相を引き起こし D は $\mathfrak{p}^+$ の有界領域になっている。この D 上での G の作用は

$$(2.2) \quad g \cdot z = \zeta(g \exp z), \quad g \in G, z \in D$$

で与えられる。

有限次元複素ベクトル空間 E 上での K_0 の正則表現 τ に対し type τ の automorphic factor $J_{\tau}: G \times D \rightarrow GL(E)$ を

$$(2.3) \quad J_{\tau}(g, z) = \tau(\pi_0(g \exp z))$$

で定義する (π_0 は (2.1) で定義したものの)。このとき J_{τ} は次の性質をわっている。

$J_{\tau}(g, z)$ は $g \in G$ に関して C^{∞} で $z \in D$ に関して正則。

$$(2.4) \quad J_{\tau}(g_1 g_2, z) = J_{\tau}(g_1, g_2 z) J_{\tau}(g_2, z), \quad g_1, g_2 \in G, z \in D.$$

$$J_{\tau}(k, z) = \tau(k), \quad k \in K, z \in D$$

注意 (2.2) と (2.3) における $g \cdot z$, $J_{\tau}(g, z)$ は $g \exp z \in \Omega = P^+ K_0 P^-$ である $g \in G_0$ と $z \in \mathfrak{p}^+$ に対して定義できる。特に $g \in G, z \in \partial D$ に対して $g \cdot z$ が定義できる $g \cdot z \in \partial D$ 。

一次独立な $\alpha, \beta \in \Phi$ は $\alpha \pm \beta \notin \Phi$ のとき strongly orthogonal といわれるが、 Φ_0 の strongly orthogonal な極大集合

(2.5) $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r\}$, $\gamma_1 > \gamma_2 > \dots > \gamma_r$, $r = \text{rank } \mathbb{G}_K$
 γ_1 は Φ の最高 w - γ , γ_{j+1} は $\gamma_1, \dots, \gamma_j$ に strongly orthogonal
 であるもののうち最高 w のものとなるようにとり $H_{\gamma_j}, X_{\gamma_j}, X_{-\gamma_j}$
 をそれぞれ H_j, X_j, X_{-j} と略記する。各 $i = 1, \dots, r$ に対し

(2.6) Cayley 変換 $c_i \in G_c$ を

$$c_i = \prod_{j=1}^i \exp \frac{\pi}{4} (X_{-j} - X_j)$$

で定義する。(2.2) における記法を用い $o_i = c_i \cdot 0$ (0 は $\mathfrak{p}^+$ の
 原点), $B_i = G \cdot o_i$ (o_i の G 軌道) とおけば

$$o_i \in \partial D, \quad \partial D = \bigcup_{i=1}^r B_i \quad (\text{disjoint union})$$

となる。しかも各 B_i は階数 $r-i$ である既約な非零対称領域
 に正則同相な $\mathfrak{p}^+$ の複素部分多様体 (これらは B_i の holomorphic
 arc component と呼ばれる, B_r のそれは一点のみ) の disjoint
 union となり, その分割は G 同変的である。今 o_i を含む B_i の
 holomorphic arc component を C_i とすれば G の単連結部分
 群 G_i が存在し $C_i = G_i \cdot o_i$ となる。従って $K_i = \{g \in G_i; g \cdot o_i = o_i\}$
 とおけば $C_i \cong G_i/K_i$ 。また $S_i = \{g \in G; g \cdot o_i = o_i\}$, $P_i = \{g \in G;$
 $g \cdot C_i = C_i\}$ とおけば P_i は G の極大致密部分群で C_i に関係する
 一つの Langlands 分解 $P_i = M_i A_i N_i$ を持ち $L_i = M_i \cap S_i$ とおけ
 ば $S_i = L_i A_i N_i$ となる。

注意 $S_i \subset P_i$ ($S_r = P_r$), $B_i = G/S_i$ より B_i は G/P_i 上の fibre
 bundle でその fibre は B_i の holomorphic arc component.

§ 3 表現の構成

まずこれから構成しようとする表現を parametrize する集合 $\mathcal{F}_i(G)$ を定義する。

$$W(G) = \left\{ \lambda \in \sqrt{-1}\mathfrak{h}^* ; \begin{array}{l} c^\lambda \text{ は } T \text{ 上 well defined} \\ (\lambda, \alpha) \geq 0 \quad \forall \alpha \in \Phi_c^+ \end{array} \right\}$$

とし (従って $\lambda \in W(G) \iff \lambda$ は K のある既約表現の最高 weight),

$$\mathcal{F}_i(G) = \left\{ \lambda \in W(G) ; \begin{array}{l} (\lambda, \gamma_1) = (\lambda, \gamma_i) \\ (\lambda + \rho, \gamma_1 + \dots + \gamma_i) = 0 \end{array} \right\}, \quad 1 \leq i \leq r$$

とおく、ただし $\{\gamma_1, \dots, \gamma_r\}$ は (2.5) で定義したもので $\rho = \frac{1}{2} \sum_{\alpha \in \Phi^+} \alpha$ 。

注意 (1) $i=1$ のとき $\mathcal{F}_1(G) = \{\lambda \in W(G) ; (\lambda + \rho, \gamma_1) = 0\}$

となり、従ってこれは Knapp-Okamoto [4] で考察された場合である。

(2) $\mathcal{F}_i(G)$ の元は weight の基本系を用いて表わすことが出来る。

(3) G の適当な有限被覆 $\tilde{G}$ をとり $\mathcal{F}_i(\tilde{G})$ を同様に定義すれば、任意の $1 \leq i \leq r$ に対し $\mathcal{F}_i(\tilde{G}) \neq \emptyset$ で $i \neq r$ なら $\mathcal{F}_i(\tilde{G})$ は無限集合となる。また " i が偶数で G が $Sp(n, \mathbb{R}), SO_0(2n+1, 2)$ に局所同型" 以外の場合は、 $\mathcal{F}_i(\tilde{G}) \neq \emptyset$ なる $\tilde{G}$ を線型群としてとれる。

(4) 各 $i=1, \dots, r$ に対し $d(\lambda)=1$ なる $\lambda \in \mathcal{F}_i(\tilde{G})$ がただ一つ存在する ($d(\lambda)$ は λ を最高 weight とする $\tilde{K}$ ($=\tilde{G}$ の極大コンパクト部分群) の表現の degree 又は表現空間の次元)。これから λ

に対応する $\tilde{G}$ の表現は Rossi-Vergne [8] が $\tilde{G}/K$ を Siegel 領域
として実現し、その各境界に対レーフグ構成した表現と同値
になる。

$i, 1 \leq i \leq r$, と $\lambda \in \mathcal{F}_i(G)$ を固定し次のように定義する。

T_λ : λ を最高 weight とする K_c の正則表現 (これは $K_c P^-$ の正
則表現に P^- 上自明として拡張されるかそれも T_λ とする)

E_λ : T_λ の表現空間 ($T_\lambda(K)$ 不変内積を入れておく)

e_λ : $|e_\lambda| = 1$ なる T_λ の最高 weight ベクトル

$\tilde{\lambda}$: λ の $\mathfrak{h}_{i,c}$ への制限 ($\mathfrak{h}_{i,c}$ は $\mathfrak{h}_{i,c} \subset \mathfrak{g}$ なる $\mathfrak{g}_{i,c}$ の Cartan subalg)

$E_{\tilde{\lambda}}$: $\{T_\lambda(k)e_\lambda; k \in K_{i,c}\}$ で張られる E_λ の部分空間

$T_{\tilde{\lambda}}$: T_λ によって引き起こされる $K_{i,c}$ の $E_{\tilde{\lambda}}$ 上の表現

(3.1) 補題 $K_{i,c}$ の $E_{\tilde{\lambda}}$ 上の表現 $T_{\tilde{\lambda}}$ は既約。

G の $\mathfrak{a}_i$ での固定群 S_i は $S_i = G \cap C_i K_c P^- C_i^{-1}$ だから S_i の E_λ での
表現 $T_\lambda^{(i)}$ を

$$T_\lambda^{(i)}(s) = T_\lambda(C_i^{-1} s C_i), \quad s \in S_i$$

により定義することとする。さて $S_i = L_i A_i N_i$ であったか

(3.2) 補題 $T_\lambda^{(i)}(l)$ ($l \in L_i$) の E_λ での作用はユニタリで $E_{\tilde{\lambda}}$ を不
変にする。

補題(3.2)より L_i の $E_{\tilde{\lambda}}$ 上の表現 $T_{\tilde{\lambda}}^{(i)}$ を

$$T_{\tilde{\lambda}}^{(i)}(l) = T_\lambda^{(i)}(l)|_{E_{\tilde{\lambda}}}, \quad l \in L_i$$

で定義する。 $v \in \mathcal{U}_i^*$ ($\mathcal{U}_i$ は A_i の Lie 環) に対し $S_i = L_i A_i N_i$ の

E_{λ} 上の表現 $\sigma_{\lambda, \nu}$, $\sigma_{\lambda, \nu}$ を

$$\sigma_{\lambda, \nu}(lan) = e^{\sqrt{-1}\nu}(a) \tau_{\lambda}^{(\omega)}(l)$$

$$\sigma_{\lambda, \nu}(lan) = e^{p_i + \sqrt{-1}\nu}(a) \tau_{\lambda}^{(\omega)}(l), \quad lan \in L_i A_i N_i$$

で定義する. ただし $p_i \in \mathcal{U}_i^*$ で $p_i(H) = \frac{1}{2} \text{trace}(\text{ad}(H)|_{\mathfrak{n}_i})$ ($H \in \mathcal{U}$, $\mathfrak{n}_i$ は N_i の Lie 環). $\sigma_{\lambda, \nu}$ は既約ユニタリである. これを G の表現に誘導したものを

$$U_{\lambda, \nu} = \text{Ind}_{S_i \uparrow G} \sigma_{\lambda, \nu}$$

とすれば, $U_{\lambda, \nu}$ の表現空間として

$$L^2(G, \sigma_{\lambda, \nu}) \equiv \left\{ \begin{array}{l} f \text{ は Borel 可測} \\ f: G \rightarrow E_{\lambda}; f(gs) = \sigma_{\lambda, \nu}(s)^{-1} f(g), g \in G, s \in S_i \\ \int_{K \times G_i} |f(kg_i)|^2 dk dg_i < \infty \end{array} \right.$$

をとることができ, $U_{\lambda, \nu}$ の $L^2(G, \sigma_{\lambda, \nu})$ での作用は左移動 $(U_{\lambda, \nu}(g)f)(g') = f(g^{-1}g')$ で $\forall \nu \in \mathcal{U}_i^*$ に対し $U_{\lambda, \nu}$ は G のユニタリ表現である.

$U_{\lambda, 0}$, $\sigma_{\lambda, 0}$, $L^2(G, \sigma_{\lambda, 0})$ ($\nu = 0$ の場合) を U_{λ} , σ_{λ} , $L^2(G, \sigma_{\lambda})$ と書くことにする. さて

J_{λ} : type τ_{λ} の automorphic factor (cf. (2.3))

とし, $\mathcal{O}(D, E_{\lambda})$, $\mathcal{O}(\bar{D}, E_{\lambda})$ をそれぞれ $D, \bar{D}$ で正則な E_{λ} 値関数全体とすれば, (2.4) より $g \in G$ に対し $\mathcal{O}(D, E_{\lambda})$ 上の作用 $T_{\lambda}(g)$ を

$$(T_{\lambda}(g)F)(z) = J_{\lambda}(g^{-1}, z)^{-1} F(g^{-1}z), \quad F \in \mathcal{O}(D, E_{\lambda}), z \in D$$

で定義することができ, $T_{\lambda}(g_1 g_2) = T_{\lambda}(g_1) T_{\lambda}(g_2)$ ($g_1, g_2 \in G$) が成り

た. しかも $\mathcal{O}(\bar{D}, E_{\lambda})$ は $T_{\lambda}(g)$, $g \in G$, で不変な部分空間である.

E_{λ} から E_{λ} 上への直交射影を P_{λ} とし, $F \in \mathcal{O}(\bar{D}, E_{\lambda})$ に対し $\tilde{F}: G \rightarrow$

E_λ を

$$(3.3) \quad \tilde{F}(g) = P_\lambda J_\lambda(g \cdot o_i, 0)^{-1} F(g \cdot o_i)$$

で定義する. また S_i の E_λ 上での表現 $\sigma_\lambda (= \sigma_{\lambda,0})$ に対し

$$C^\infty(G, \sigma_\lambda) = \{ f \in C^\infty(G, E_\lambda); f(g \cdot s) = \sigma_\lambda(s)^{-1} f(g), g \in G, s \in S_i \}$$

とおけば, G は $C^\infty(G, \sigma_\lambda)$ と左移動として作用する.

(3.4) 補題 $F \in \mathcal{O}(\bar{D}, E_\lambda)$ に対し $\tilde{F}$ を (3.3) で定義すれば, $\tilde{F} \in C^\infty(G, \sigma_\lambda)$. さらに写像 $F \rightarrow \tilde{F}$ は G の作用と可換.

$L^2(G, \sigma_\lambda)$ でのノルムと補題 (3.4) を考慮に入れ, $\mathcal{O}(\bar{D}, E_\lambda)$ の semi-norm $\| \cdot \|_\lambda$ を

$$\| F \|_\lambda^2 = \int_{K \times G_i} | P_\lambda J_\lambda(k g_i \cdot o_i, 0)^{-1} \tilde{F}(k g_i \cdot o_i) |^2 dk dg_i$$

で定義し,

$$\mathcal{O}^2(\bar{D}, E_\lambda) = \{ F \in \mathcal{O}(\bar{D}, E_\lambda); \| F \|_\lambda < \infty \}$$

とおけば, $(U_\lambda, L^2(G, \sigma_\lambda))$ はユニタリ表現だから, 補題 (3.4) より

G の $\mathcal{O}(\bar{D}, E_\lambda)$ 上での作用 T_λ は, $\mathcal{O}^2(\bar{D}, E_\lambda)$ を不変にし, しかも semi-norm $\| \cdot \|_\lambda$ を保っている.

注意 B_i 上の G 準不変測度 $d\mu$ を $\int_{B_i} f(u) d\mu(u) = \int_{K \times G_i} f(k g_i \cdot o_i) dk dg_i$

($f \in C_c(B_i)$) で定義することに加えられるが, このとき上の $\| F \|_\lambda^2$ は,

ある $M_\lambda: B_i \rightarrow \text{End}(E_\lambda)$ により

$$\| F \|_\lambda^2 = \int_{B_i} (M_\lambda(u) F(u), F(u)) d\mu(u)$$

と書ける. ただし積分記号内の $(\cdot, \cdot)$ は E_λ での内積.

(3.5) 補題 $\mathcal{O}^2(\bar{D}, E_\lambda)$ 上の seminorm $\| \cdot \|_\lambda$ は norm である i.e.

$$F \in \mathcal{O}^2(\bar{D}, E_\lambda), \|F\|_\lambda = 0 \Rightarrow F \equiv 0.$$

$\mathcal{O}^2(\bar{D}, E_\lambda)$ の norm $\|\cdot\|_\lambda$ に因する完備化を $H^2(D, \lambda)$ とすれば

(3.6) 補題 $H^2(D, \lambda)$ は $\mathcal{O}(D, E_\lambda)$ の部分空間と同一視でき、 $T_\lambda(g)$ ($g \in G$) で不変.

(3.7) 定理 任意の $\lambda \in \mathcal{F}_i(G)$ ($1 \leq i \leq r$) に対し $H^2(D, \lambda) \neq \{0\}$ で $(T_\lambda, H^2(D, \lambda))$ は G の既約 $\mathcal{U}$ -タリ表現、しかも $(U_\lambda, L^2(G, \bar{\alpha}))$ の部分表現と $\mathcal{U}$ -タリ同値.

§ 4 連続系列への埋めこみ

$\tilde{\lambda}, E_{\tilde{\lambda}}$ は § 3 と同じとし

$$H^2(C_i, \tilde{\lambda}) = \left\{ F \in \mathcal{O}(C_i, E_{\tilde{\lambda}}); \int_{G_i} |J_\lambda(g_i \cdot c_i, 0)^{-1} F(g_i \cdot c_i)|^2 dg_i < \infty \right\}$$

とおく (C_i は O_i を通る B_i の holomorphic arc component $\mathcal{U}(\mathcal{O}(C_i, E_{\tilde{\lambda}}))$ は C_i で正則な $E_{\tilde{\lambda}}$ 値関数全体). $H^2(C_i, \tilde{\lambda})$ は (完備な) Hilbert 空間になっている. ($P_i = M_i A_i N_i$ における) M_i の $H^2(C_i, \tilde{\lambda})$ 上の表現 μ_λ を

$$(\mu_\lambda(m)F)(z) = J_\lambda(m^{-1}, z)^{-1} F(m^{-1} \cdot z), \quad m \in M_i, z \in C_i$$

で定義することができる.

(4.1) 補題 $H^2(C_i, \tilde{\lambda}) \neq \{0\}$ で $(\mu_\lambda, H^2(C_i, \tilde{\lambda}))$ は既約 $\mathcal{U}$ -タリ表現

$v \in \mathcal{U}_i^*$ に対し $P_i = M_i A_i N_i$ の $H^2(C_i, \tilde{\lambda})$ 上の表現 $\mu_\lambda \otimes e^{\sqrt{v}} \otimes 1$ を $(\mu_\lambda \otimes e^{\sqrt{v}} \otimes 1)(man) = \mu_\lambda(m) e^{\sqrt{v}}(a)$, $man \in M_i A_i N_i$, で定義し

$$V_{\lambda, \nu} = \text{Ind}_{M_i A_i N_i \uparrow G} (\mu_\lambda \otimes e^{\sqrt{\nu}} \otimes 1)$$

とおく. $V_{\lambda, \nu}$ の表現空間を $\mathcal{H}_{\lambda, \nu}$ とすれば $(V_{\lambda, \nu}, \mathcal{H}_{\lambda, \nu})$ は §3 における $(U_{\lambda, \nu}, L^2(G, \sigma_{\lambda, \nu}))$ の部分表現とユニタリ同値になることかゝいえるが, それを述べるため

$$C_c^\infty(G, \sigma_{\lambda, \nu}; \mathcal{P}_i^-) = L^2(G, \sigma_{\lambda, \nu}) \cap \{f \in C^\infty(G, E_\lambda); Xf = 0, \forall X \in \mathcal{P}_i^-\}$$

($\mathcal{P}_i^- = \mathcal{O}_{i, \mathbb{C}} \cap \mathcal{P}^-$ で, Xf は左不変な複素ベクトル場とみこの微分)

とおき, この $L^2(G, \sigma_{\lambda, \nu})$ での閉包を $L^2(G, \sigma_{\lambda, \nu}; \mathcal{P}_i^-)$ と記す. これは $U_{\lambda, \nu}$ 不変な部分空間である.

(4.2) 命題 $(V_{\lambda, \nu}, \mathcal{H}_{\lambda, \nu})$ と $(U_{\lambda, \nu}, L^2(G, \sigma_{\lambda, \nu}; \mathcal{P}_i^-))$ はユニタリ同値.

$V_{\lambda, 0}, \mathcal{H}_{\lambda, 0}$ を $V_\lambda, \mathcal{H}_\lambda$ と書く. G の放物部分群の表現から誘導される G の表現の既約性に関する Harish-Chandra [2, Lemma 3, p. 145] の判定法を適用すれば $V_{\lambda, \nu} = \text{Ind}_{M_i A_i N_i \uparrow G} (\mu_\lambda \otimes e^{\sqrt{\nu}} \otimes 1)$ は今 $\dim A_i = 1$ より $\nu \neq 0$ のときはすべて既約になる (正確には M_i がコンパクト Cartan 部分群を持つ仮定のもとである. しかし, まだ証明は与えられていないようであるが, 一般的に成り立つものと思われる). しかし, 例外的な $V_\lambda (= V_{\lambda, 0})$ の場合, 次のことが成り立つ.

(4.3) 定理 §3 における G の表現 $(T_\lambda, H^2(D, \lambda))$ は $(V_\lambda, \mathcal{H}_\lambda)$ の真部分表現とユニタリ同値, 従って $(V_\lambda, \mathcal{H}_\lambda)$ は可約である.

§ 5 核関数

(5.1) 補題 $z \in D$ に対し $E_z: H^2(D, \lambda) \rightarrow E_\lambda$ を $E_z(F) = F(z)$ と定義すれば, E_z は連続で全射.

補題(5.1)より E_z の adjoint $E_z^*: E_\lambda \rightarrow H^2(D, \lambda)$ が存在し $\forall F \in H^2(D, \lambda), \forall e \in E_\lambda$ に対し

$$(5.2a) \quad (F(z), e)_{E_\lambda} = (F, E_z^*(e))_{H^2(D, \lambda)}$$

をみたす. そこで関数 $K_\lambda: D \times D \rightarrow \text{End}(E_\lambda)$ を

$$K_\lambda(z, w) = E_z E_w^*, \quad z, w \in D$$

で定義する. このとき (5.2a) は

$$(5.2b) \quad (F(z), e) = (F(\cdot), K_\lambda(\cdot, z)e)$$

と書ける. $K_\lambda(z, w)$ は z に対し正則で $K_\lambda(w, z) = K_\lambda(z, w)^*$ をみたしている. ただし $K_\lambda(z, w)^*$ は $K_\lambda(z, w)$ の adjoint. K_λ を $H^2(D, \lambda)$ の再生核という. (作用素値再生核の一般論およびユニタリ表現との関係については Kunze [7] 参照.)

注意 (5.2b) を $H^2(D, \lambda)$ での具体的な内積を用いて表わせば,

ある $M_\lambda: B_i \rightarrow \text{End}(E_\lambda)$ が存在し, $F \in \mathcal{O}^2(\bar{D}, E_\lambda)$ に対し

$$F(z) = \int_{B_i} K_\lambda(z, u) M_\lambda(u) F(u) d\mu(u), \quad z \in D$$

の成り立つことが示される. 特に $\dim E_\lambda = 1$ のときは $M_\lambda(u)$

> 0 ($\forall u \in B_i$) とし $d\mu'(u) = M_\lambda(u) d\mu(u)$ とおけば, 上の積分は

$$F(z) = \int_{B_i} K_\lambda(z, u) F(u) d\mu'(u)$$

と, 測度 $d\mu'(u)$ に関する積分とみなせる.

K_λ の具体式を automorphic factor を用いて表わすことが出来るが、それを述べるために次のことに注意する。今 D は $\mathcal{P}^+$ の有界領域として実現されているので $x \rightarrow \bar{x}$ を $\mathcal{P}_0$ の $\mathcal{P}$ に関する共役とすれば、 $w \in D$ に対し $\exp \bar{w}$ は意味をもち $\bar{\mathcal{P}^+} = \mathcal{P}^-$ よりそれは $\mathcal{P}^- (= \exp \mathcal{P}^-)$ に属する。

(5.3) 命題 $H^2(D, \lambda)$ の再生核 K_λ は

$$K_\lambda(z, w) = c(\lambda) J_\lambda(\exp(-\bar{w}), z)^{-1}$$

で与えられる。ただし $c(\lambda) > 0$ 。

ところで §3 でも注意したように、 G の適当な有限被覆 $\tilde{G}$ をとれば、各 $i = 1, \dots, r$ に対し τ_λ が $\tilde{K}$ の 1 次元表現であるような $\lambda \in \mathcal{F}_i(G)$ がただ一つ存在することからいえる。いまこの λ を ω_i とおき $H^2(D, \omega_i)$ の核関数を k_i と書くことにする。

注意 $H^2(D, \omega_r)$ は D の通常の Hardy 空間に一致し、従って k_r は D の Cauchy-Szegő 核関数になる。

これらの k_i については命題(5.3)における式よりも、もっと具体的な表示が得られ、それらは定数倍を除き D の Bergman 核関数を何乗かしたものに一致することからいえる。それらを記述するため、まず Bergman 核関数から始めよう。

$$\mathcal{O}^2(D) = \left\{ f \in \mathcal{O}(D) ; \|f\|^2 = \int_D |f(z)|^2 dz < \infty \right\}$$

(dz は $\mathcal{P}^+$ の Euclid 測度) とおけば $\mathcal{O}^2(D)$ は Hilbert 空間で $\forall z \in D$ に対し写像 $f \rightarrow f(z)$ は $\mathcal{O}^2(D)$ 上の連続線型汎関数であるゆえ、

$H^2(D)$ の再生核が存在する。定義により $\mathcal{L}$ の再生核が D の Bergman 核関数で、今これを k で表わすことにする。次に $\rho_n = \frac{1}{2} \sum_{\alpha \in \mathbb{Z}_n^+} \alpha$ において、 $K_{\mathbb{C}}$ の一つの 1 次元表現 $\tau_{2\rho_n}$ を

$$\tau_{2\rho_n}(k) = \det(\text{Ad}(k)|_{\mathfrak{p}^+}), \quad k \in K_{\mathbb{C}}$$

で定義し (従って $2\rho_n$ は $\tau_{2\rho_n}$ の weight である) $k: D \times D \rightarrow \mathbb{C}$ を

$$(5.4) \quad k(z, w) = \int_{2\rho_n} (\exp(-\bar{w}), z)$$

で定義する。このとき

(5.5) 命題 D の Bergman 核関数 k は

$$k(z, w) = \text{vol}(D)^{-1} k(z, w)$$

で与えられる。

$H^2(D, \omega_i)$ の核関数 k_i の具体式を記述するまえに次のことに注意する。 $k_i(z, w)$ は、 z に関して正則 w に関して反正則だから、 $D \times D$ の対角線集合上での値のみで完全に定まる。また D の任意の点は $k(\sum_{j=1}^r t_j X_j) = \text{Ad}(k)(\sum_{j=1}^r t_j X_j)$, $k \in K$, $-1 < t_j < 1$, と書ける。(cf. Korányi-Wolf [6]). すると $n = \dim_{\mathbb{C}} D$, $n_i = \dim_{\mathbb{C}} C_i$, $d_i = \dim_{\mathbb{R}} B_i$ において

$$(5.6) \quad \begin{aligned} q_i &= \frac{n - n_i}{3n - n_i - d_i} \\ p_i &= \frac{3n - d_r}{r} \cdot q_i = \frac{(3n - d_r)(n - n_i)}{r(3n - n_i - d_i)} \end{aligned}$$

とおく、ただし $r = \text{rank } D$.

注意 $\frac{1}{2} \leq q_i < 1$ で、 p_i は整数または半整数、もし i が奇数なら

常に整数であることを示される。また g_i, p_i は $D = G/K$ としたとき G の Lie 環の real root の重複度を用いて表わすことができる。

(5.7) 命題 k を (5.4) における関数とすると $H^2(D, \omega_i)$ の核関数 k_i は

$$k_i(z, w) = c(w_i) k(z, w)^{g_i}$$

で与えられる ($D \times D$ は単連結だから $k(z, w)^{g_i}$ を $k(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix})^{g_i} = 1$ とする) 上に定義できる。さらに $z = k \cdot (\sum_{j=1}^r t_j X_j)$, $k \in K$, $-1 < t_j < 1$, とすれば

$$k_i(z, z) = c(w_i) \prod_{j=1}^r (1 - t_j^2)^{-p_i}$$

注意 $n_r = \dim_{\mathbb{C}} C_r = 0$ より $p_r = \frac{n}{r}$ とする。また右に注意したように $i=r$ のとき k_r は D の Cauchy-Szegő 核関数である。

命題 (5.7) の右辺式における $k_r(z, z)$ の式は Korányi [5, Prop. 5.7] により type II の Siegel 領域での Gindikin [1] の結果を Cayley 変換で有界領域にうつすことにより初めて得られた。

例 個々の D に対し核関数 k_i の具体式がどのように得られるかを示すため、次の D で例示しよう。 $p \geq q \geq 1$ に対し $D = \{z \in M_{p,q}(\mathbb{C}) ; 1_q - z^* z > 0\}$ とする (" > 0 " は行列が正定値を意味する)。この D に対し $B_i = \{z \in M_{p,q}(\mathbb{C}) ; 1_q - z^* z \geq 0, \text{rank}(1_q - z^* z) = q - i\}$ で、 $C_i = \left\{ \begin{bmatrix} 1_i & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} \in M_{p,q}(\mathbb{C}) ; 1_{q-i} - z^* z > 0 \right\}$ とおくことができる。従って $\dim_{\mathbb{C}} D = pq$, $\dim_{\mathbb{C}} C_i = (p-i)(q-i)$, $\dim_{\mathbb{R}} B_i = 2pq - i^2$ 。

またこの D は $\text{rank } D = q$ で $G = \text{SU}(p, q)$, $K = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix}; a \in \text{U}(p), d \in \text{U}(q), (\det a)(\det d) = 1 \right\}$ に對し $D = G/K$ と表わされる. このとき $G_{\mathbb{C}} = \text{SL}(p+q, \mathbb{C})$, $K_{\mathbb{C}} = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix}; a \in \text{GL}(p, \mathbb{C}), d \in \text{GL}(q, \mathbb{C}), (\det a) \times (\det d) = 1 \right\}$, $\mathfrak{g}_{\mathbb{C}} = \text{sl}(p+q, \mathbb{C})$, $\mathfrak{k}_{\mathbb{C}} = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix}; \text{trace } a + \text{trace } d = 0 \right\}$, $\mathfrak{p}_{\mathbb{C}} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & c \\ c & 0 \end{bmatrix}; c \in M_{p,q}(\mathbb{C}), c \in M_{q,p}(\mathbb{C}) \right\}$ で, $\mathfrak{p}^+ = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & c \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$, $\mathfrak{p}^- = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{bmatrix} \right\}$ とおくことにする. 従つて $\mathfrak{p}^+ = \left\{ \begin{bmatrix} 1_p & c \\ 0 & 1_q \end{bmatrix} \right\}$, $\mathfrak{p}^- = \left\{ \begin{bmatrix} 1_p & 0 \\ c & 1_q \end{bmatrix} \right\}$ とする.

$g = \begin{bmatrix} a & c \\ c & d \end{bmatrix} \in G$ は $\mathfrak{p}^+ K_{\mathbb{C}} \mathfrak{p}^-$ の分解に於いて

$$g = \begin{bmatrix} 1_p & cd^{-1} \\ 0 & 1_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a - cd^{-1}c & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_p & 0 \\ d^{-1}c & 1_q \end{bmatrix}$$

と一意的に表わされる. 従つて § 2 の記号を用いければ $\zeta(g) = \begin{bmatrix} 0 & cd^{-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ とはり G/K の $\mathfrak{p}^+$ の有界領域としての実現は

$$D = \zeta(G) = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & z \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{p}^+; 1_q - z^*z > 0 \right\}$$

となる. 以下 $D \subset \mathfrak{p}^+$ としておく. $\begin{bmatrix} 0 & z \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & w \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in D$ に對し $z' = \begin{bmatrix} 0 & z \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $w' = \begin{bmatrix} 0 & w \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ とおけば $\bar{w}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ w^* & 0 \end{bmatrix}$ (但し $\mathfrak{sl}(p+q, \mathbb{C})$ の $\mathfrak{su}(p, q)$ に関する共役) により

$$\begin{aligned} \pi_0(\exp(-\bar{w}') \exp z') &= \begin{bmatrix} 1_p & 0 \\ -w^* & 1_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_p & z \\ 0 & 1_q \end{bmatrix} \text{ の } \mathfrak{p}^+ K_{\mathbb{C}} \mathfrak{p}^- \text{ の分解における } K_{\mathbb{C}} \text{ 成分} \\ &= \begin{bmatrix} 1_p + z(1_q - w^*z)^{-1}w^* & 0 \\ 0 & 1_q - w^*z \end{bmatrix} \end{aligned}$$

とこゝで $k = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \in K_{\mathbb{C}}$ とすれば

$$\tau_{2p_n}(k) \equiv \det(\text{Ad}(k)|_{\mathfrak{p}^+}) = (\det a)^q (\det d)^{-p} = (\det d)^{-(p+q)}$$

より

$$J_{2p_n}(\exp(-\bar{w}') \exp z') \equiv \tau_{2p_n}(\pi_0(\exp(-\bar{w}') \exp z')) = \det(1_q - w^*z)^{-(p+q)}$$

命題(5.5)によれば、これは定数倍を除いて D の Bergman 核関数である。よって (5.6) における k_i は今の場合 $\frac{p+q-i}{p+q}$ となる。従って p^+ と $M_{p,q}(\mathbb{C})$ を同一視しておけば、命題(5.7)より核関数 k_i は

$$k_i(z, w) = c(w_i) \cdot \det(1_q - w^* z)^{-(p+q-i)}$$

となる。特に $i=q$ の場合 k_q は D の Cauchy-Szegő 核関数で

$$k_q(z, w) = c(w_q) \cdot \det(1_q - w^* z)^{-p}$$

で与えられる

注意 定数 $c(w_i)$ は測度の normalization に依存している。

§ 6 Intertwining operator

$$\mathcal{O}(G, \tau_\lambda) = \left\{ f \in C^\infty(G, E_\lambda); \begin{array}{l} f(gk) = \tau_\lambda(k)^{-1} f(g), \quad g \in G, k \in K \\ xf = 0, \quad \forall x \in \mathfrak{p}^- \end{array} \right\}$$

とおく。 $F \in \mathcal{O}(D, E_\lambda)$ に対し $I_\lambda F: G \rightarrow E_\lambda$ を $(I_\lambda F)(g) = J_\lambda(g, 0)^{-1} F(g, 0)$

で定義すれば、 $I_\lambda F \in \mathcal{O}(G, \tau_\lambda)$ となり写像 $I_\lambda: \mathcal{O}(D, E_\lambda) \rightarrow \mathcal{O}(G, \tau_\lambda)$

は全単射である。そこで

$$H^2(G, \tau_\lambda) = I_\lambda(H^2(D, \lambda))$$

とおき、 I_λ が 2-タリ同値になるように $H^2(G, \tau_\lambda)$ に内積を入れれば G の左移動により $(\tau_\lambda, H^2(D, \lambda))$ と 2-タリ同値な G の表現が $H^2(G, \tau_\lambda)$ 上で得られる。

よって $(U_\lambda, L^2(G, \tau_\lambda))$ を定理(3.7)における 2-タリ表現とす。
 3. $\varphi \in L^2(G, \tau_\lambda)$, $g \in G$ に対し

$$(6.1) \quad (P_\lambda \varphi)(g) = \int_{K \times G_i} \tau_\lambda(k) J_\lambda(g_i^{-1}, 0)^{-1} \varphi(gkg_i) dk dg_i$$

とおく.

(6.2) 補題 任意の $\varphi \in L^2(G, \tau_\lambda)$ と $g \in G$ に対し $(P_\lambda \varphi)(g)$ は存在し

$$(P_\lambda \varphi)(g) = \int_{K \times G_i} J_\lambda^*(g^{-1}kg_i, 0_i)^{-1} \varphi(kg_i) dk dg_i$$

と表わされる. ただし $J_\lambda^*(\cdot, \cdot)^{-1}$ は $J_\lambda(\cdot, \cdot)^{-1}$ の adjoint.

(6.3) 定理 (1) 任意の $\varphi \in L^2(G, \tau_\lambda)$ に対し (6.1) で定義される

$P_\lambda \varphi$ は $H^2(G, \tau_\lambda)$ に属する. さらに $P_\lambda: L^2(G, \tau_\lambda) \rightarrow H^2(G, \tau_\lambda)$

は上の G -intertwining operator である.

(2) $L^2(G, \tau_\lambda)$ の部分空間 $L^2(G, \tau_\lambda; \beta_i^-)$ (cf. 命題 (4.2)) の上

では P_λ は

$$(P_\lambda \varphi)(g) = \beta(\lambda) \int_K \tau_\lambda(k) \varphi(gk) dk$$

で与えられる.

注意 $\lambda \in \mathcal{F}_r(G)$ のときは $L^2(G, \tau_\lambda) = L^2(G, \tau_\lambda; \beta_r^-)$ となる.

特に λ が §5 における ω_r のときは $H^2(D, \lambda)$ は D の普通の Hardy 空間で, $L^2(G, \tau_\lambda)$ は Sierlov 境界 B_r の K -不変な測度に関する $L^2(B_r)$

と, 対応 $L^2(B_r) \ni f \rightarrow \varphi \in L^2(G, \tau_\lambda)$, $\varphi(g) = J_\lambda(g \sigma_r, 0)^{-1} f(g \cdot \sigma_r)$,

に §7) 一対一に対応している. $f \in L^2(B_r)$ に対し $\mathcal{S}f$ を f の

Cauchy-Szegö 積分 i.e.

$$(\mathcal{S}f)(z) = \int_{B_r} k_r(z, u) f(u) d\mu(u), \quad z \in D$$

($k_r(z, u)$ は D の Cauchy-Szegö 核関数) とすれば

$$\mathcal{S}: L^2(B_r) \rightarrow H^2(D, \lambda)$$

であるが、このとき図式

$$\begin{array}{ccc} L^2(G, \sigma_\lambda) & \xrightarrow{\rho_\lambda} & H^2(G, \tau_\lambda) \\ \parallel & & \parallel \\ L^2(B_r) & \xrightarrow{\delta} & H^2(D, \lambda) \end{array}$$

は可換になっている。

References

- [1] S.G. Gindikin: Analysis in homogeneous domains, Russian Math. Surveys 19 (1964), 1-89.
- [2] Harish-Chandra: Harmonic analysis on real reductive groups III, Ann. of Math. 104 (1976), 117-201.
- [3] T. Inoue: Unitary representations and kernel functions associated with boundaries of a bounded symmetric domain, (to appear).
- [4] A.W. Knap and K. Okamoto: Limits of holomorphic discrete series, J. Functional Analysis 9 (1972), 375-409.
- [5] A. Koranyi: The Poisson integral for generalized half-planes and bounded symmetric domains, Ann. of Math. 82 (1965), 332-350.
- [6] A. Koranyi and J.A. Wolf: The realization of hermitian symmetric spaces as generalized half-planes, Ann. of Math. 81 (1965), 265-288.
- [7] R.A. Kunze: Positive definite operator-valued kernels and unitary representations, in "Proceeding of the Conference on Functional Analysis", Thompson Book Company, 1967.
- [8] H. Rossi and M. Vergne: Analytic continuation of the holomorphic discrete series of a semi-simple Lie group, Acta Math. 136 (1976), 1-59.
- [9] J.A. Wolf and A. Koranyi: Generalized Cayley transformations of bounded symmetric domains, Amer. J. Math. 87 (1965), 899-934.