

氏 名	中 西 靖 忠 なかにし のぶただ
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 614 号
学位授与の日付	昭 和 53 年 5 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Lie subalgebras of finite codimension of the classical infinite Lie algebras (古典的無限次元リー環の有限余次元部分リー環)

論文調査委員 (主 査) 教 授 戸 田 宏 教 授 永 田 雅 宜 教 授 楠 幸 男

論 文 内 容 の 要 旨

申請者中西靖忠の研究は、古典的無限次元リー環の有限余次元部分リー環を、標準的な部分リー環に含まれる、あるいは含む、ということによって規定しようというものである。古典的無限次元リー環とは、形式的巾級数を係数とする次の4つのリー環のうちのひとつのことである。

- 1) すべての形式的ベクトル場のリー環
- 2) 体積要素を不変にする形式的ベクトル場のリー環
- 3) ハミルトニアンを不変にする形式的ベクトル場のリー環
- 4) 接触構造を関数倍を除いて不変にする形式的ベクトル場のリー環

これらの4つのリー環は、可微分多様体M上のベクトル場よりなる、大域的な無限次元リー環に対応し、また、これらは E. Cartan によって分類された無限次元推移的単純リー環でもある。

1)のリー環はM上のベクトル場全体のリー環 $\Gamma(TM)$ に対応するが、Curtis-Miller は、コンパクトな台をもつものからなる部分リー環 $\Gamma_c(TM)$ に制限して考えるとき、 $\Gamma_c(TM)$ の部分リー環Kが有限個の一次独立な線型汎関数の核の共通部分として与えられている場合には、Mの有限個の点 $a_1, \dots, a_r$ が存在して

$$K \subset \bigcap_{i=1}^r \{X \in \Gamma_c(TM) ; X(a_i) = 0\}$$

が成り立つことを示した。また、増田は $\Gamma(TM)$ の有限余次元部分リー環の場合に、上の結果を拡張したものを示している。

本論文において、申請者はこれらの結果が上に挙げた4つの古典的無限次元リー環に対してすべて成り立つことを証明した。研究の対象を幾何学的な可微分多様体上の(大域的)リー環から、形式的ベクトル場の(局所的)リー環に移すことによって、申請者は古典的無限次元リー環に対する代数的かつ統一的な議論に成功し、次の結果をえた。

主定理 A : L を古典的無限次元リー環、 $\{L_p\}$ をLの filtration、BをLの有限余次元部分リー環、と

する。このとき、正の整数 h が存在して $L_h \subset B \subset L_0$ が成り立つ。

この定理を用いるとき、Curtis-Miller の結果は、付帯条件なしに成立し、2)~4) のリー環にも拡大されることがわかる。即ち、

主定理 B: L を古典的無限次元リー環に対応する可微分多様体上の大域的無限次元リー環とし、 B を L の有限余次元リー環とする。このとき、次のいずれかが成り立つ:

a) M 上の有限個の点 $a_1, \dots, a_r$ が存在して

$$B \subset \bigcap_{i=1}^r \{X \in L; X(a_i) = 0\}$$

b) B は M 上至る所推移的 ($Bx = Lx, \forall x \in M$) である。

論文審査の結果の要旨

無限次元推移的単純リー環は、E. Cartan によって4種に分類され、古典的無限次元リー環とよばれている。その第1のものに対応する大域的無限次元リー環は、可微分多様体上のベクトル場のなすリー環 $\Gamma(TM)$ である。

古典的無限次元リー環の有限余次元部分リー環の研究については、まず Curtis-Miller が、コンパクトな台をもつベクトル場のリー環 $\Gamma_c(TM)$ について、その有限余次元部分リー環 K が $\Gamma_c(TM)$ 上の有限個の線型汎関数の核の共通部分で与えられているとき、

$$K \subset \bigcap_{i=1}^r \{X \in \Gamma_c(TM); X(a_i) = 0\}$$

となる有限個の M の点 $a_1, \dots, a_r$ の存在することを示した。また、申請者中西靖忠は参考論文2, 3において、この結果は Cartan の分類における第3, 第4の場合にも成立することを発表した。一方、増田は Curtis-Miller の結果を一般化して、 $\Gamma(TM)$ とその有限余次元部分リー環 B について同じ包含関係を示し、さらに、逆に p -jet を用いて作られる部分リー環で B に含まれるものの存在を示した。

本論文において、申請者は、議論を形式的ベクトル場に移すことによって、問題を代数的かつ統一的に取り扱うことに成功した。まず、増田の結果の代数化として、主定理Aがリー環の filtration を用いて表わされ、その幾何学的応用として、上記の諸結果を含む主定理Bがのべられる。これらの定理は、4つの古典的無限次元リー環すべてに対して成り立つ一般なものであり、特に主定理Bにおいては、Curtis-Miller における、コンパクトな台をもつあるいは線型汎関数であらわされる、という様な条件なしに成り立つものである。

以上の様な申請者の研究は、無限次元リー環の分野に新しい成果を挙げたものとして、注目に価するものであり、その方面の研究発展に大きく貢献するものであると思われる。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。