

## 2 輪型倒立振子ロボットのサンプル値制御 Sampled-Data Control of Two-Wheel Self-Balancing Robot

京都大学大学院情報学研究科 ○ 大島 貫保之, 永原 正章, 山本 裕

○ Toru Oshima, Masaaki Nagahara, Yutaka Yamamoto

Graduate School of Informatics, Kyoto University

**Abstract** In this paper, we consider digital control of two-wheel self-balancing robots. Conventionally, a continuous-time controller is first designed and then discretized to implement it on a digital controller. In this case, intersample behavior is often ignored. Alternatively, we propose sampled-data control for self-balancing robots to improve intersample behavior. We show simulation and experimental results to illustrate the effectiveness of the proposed method.

### 1 はじめに

現在, 倒立振子の制御は, デジタル機器によって実現されることがほとんどである. しかし, 従来, コントローラは連続時間系で設計されることが多く, それを計算機上に実装する場合には何らかの方法で離散化が必要がある. 従来は連続時間最適レギュレータを用いて得られたコントローラをステップ不変変換や双一次変換などで離散化する方法がよく用いられる. しかし, それらの手法で離散化されたコントローラを用いた場合, 想定通りにうまく動作する保障はない. その原因はサンプル点間の応答を考慮していないことにあり, これを解決する手法としてサンプル値最適レギュレータを用いた制御が考えられる [1, 5]. 本稿ではサンプル値最適レギュレータを用いた倒立振子の制御の有効性をシミュレーションおよび実機実験により検証する.

### 2 コントローラ的设计

LEGO 社が発売している Mindstorms NXT を用いて NXTway-GS という二輪型倒立振子ロボットを製作した (図 1). これをモデル化すると図 2 のようになる [2].

図 2 より二輪型倒立振子の並進方向の運動エネルギー, 回転方向の運動エネルギー, 位置エネルギーを求め, ラグランジアンとしてラグランジュの運動方程式へと代入する. 状態変数を  $x = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ , 入力を  $u$  を直流モータへの印加電圧  $v$  とし, 倒立振子の傾斜角度  $\psi$  が十分小さいと仮定して線形化を行うと, 次の状態方程式

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -407.51 & -156.8828 & 156.8828 \\ 0 & 241.0744 & 67.1498 & -67.1498 \end{bmatrix},$$



図 1: Mindstorms NXT を用いて制作した NXTway-GS

$$B := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 152.4824 \\ -65.2664 \end{bmatrix}$$

が得られる.

この線形モデルに対してサンプル値最適レギュレータを設計し, 状態フィードバックゲイン  $K_d$  を離散時間 Riccati 方程式より求める. この際, 文献 [4] のプログラムを用い, 数値計算により  $K_d$  を求めたところ, サンプル時間  $h = 0.02$  では次のように得られた.

$$K_d = [-2.6532 \quad -63.0342 \quad -2.6789 \quad -6.5047].$$

また比較対象として連続時間最適レギュレータにより状態フィードバックゲイン  $K$  を求めると次のようになった.

$$K = [-3.1623 \quad -69.4151 \quad -2.9622 \quad -7.1959].$$

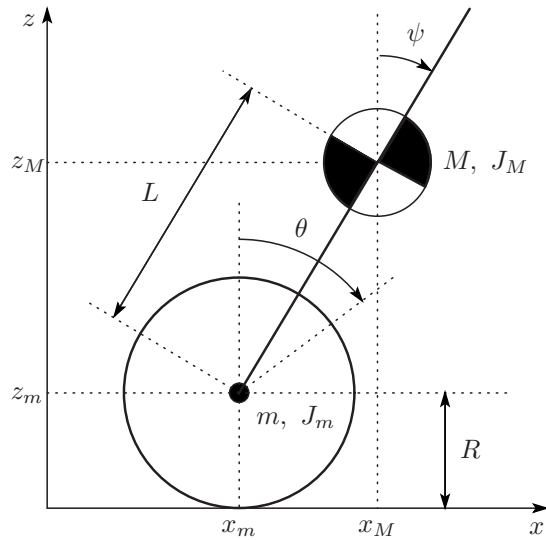


図 2: NXTway-GS のモデル

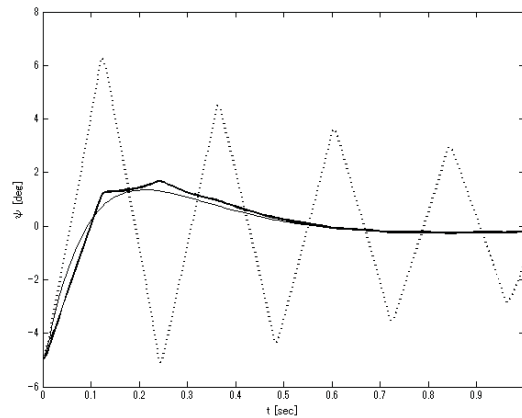


図 3: サンプル値最適レギュレータによる応答 (実線), 連続時間コントローラを用いた応答 (点線), 連続時間系において連続時間コントローラを用いた応答 (細線)

### 3 シミュレーション結果と実験結果

求めた状態フィードバックゲインを用いてシミュレーションを行った。サンプル時間  $h$  を 0.12 [sec], 倒立振子の傾斜角度  $\psi$  の初期値を  $-5$  [deg] とし、倒立振子の傾斜角度  $\psi$  の値の推移を追った結果、図 3 のような応答を得た。図 3 よりサンプル値最適レギュレータによる応答が、目標とすべき応答である連続時間系において連続時間コントローラを用いた応答に非常に近いので、サンプル値最適レギュレータによる制御が連続時間コントローラを用いた制御より性能が良いということがわかる。またサンプル時間  $h$  を次第に大きくしていくと前者に大きな変化が表われる前に後者が不安定化した。

次にサンプル時間  $h$  を 0.02 [sec] とし、 $K$  と  $K_d$  をそ

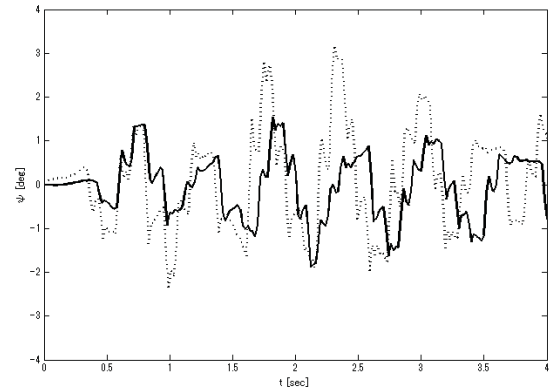


図 4: サンプル値最適レギュレータによる応答 (実線), 連続時間コントローラを用いた応答 (点線)

れぞれ Mindstorms NXT に実装し [2], 倒立振子を垂直に立たせた状態から動作させた。動作開始直後 4 秒間の倒立振子の傾斜角度  $\psi$  の値の推移を追った結果、図 4 が得られた。サンプル値最適レギュレータによる応答は連続時間コントローラを用いた応答と比較して倒立振子の傾斜角度  $\psi$  の振れ幅が小さいことがわかる。これは前者が後者に比べてより少ないエネルギー消費でより垂直に近い姿勢を保つことができることを示している。

### 4 おわりに

サンプル値最適レギュレータによる設計が従来の連続時間設計より良い性能をもつことを示した。状態方程式の導出の際に線形近似を行ったので、今後の課題として倒立振子の非線形性を考慮した制御が考えられる。

### 参考文献

- [1] T. Chen and B. Francis: *Optimal Sampled-Data Control Systems*, Springer (1995)
- [2] 川田：MATLAB/Simulink と実機で学ぶ制御工学—PID 制御から現代制御まで, TechShare (2013)
- [3] The MathWorks 社：NXTway-GS のモデルベース開発—LEGO Mindstorms NXT を用いた二輪型倒立振子ロボットの制御 (2009)
- [4] 永原：離散時間制御；システム/制御/情報, Vol. 56, No. 6, pp. 298–301 (2012)
- [5] Y. Yamamoto: A function space approach to sampled-data control systems and tracking problems, *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol. AC-39, pp. 703–713 (1994)