

並木美喜雄

*。矢島達夫（東大物性研）：コメント

。小林孝嘉（東大理）：Two photon resonant optical bistability in submicron size cavity

*。国府雄次郎（茨城大理）：Two beam interferences of massive particles as single particle phenomena

量子力学における観測問題

早大・理工 並木 美喜雄

量子力学はその成功にも拘らず、生誕以来 50 年以上もの間、原理的問題についての疑問や対立があり、論争が続けられてきた。その中心は観測問題にある。くわしい問題意識の説明は別のところにゆずるが、¹⁾測定による‘波束の収縮’が量子力学自身によって解明されるかという問題であり、量子力学の理論的体系の無矛盾性や自己完結性を問うものである。すでに、500 以上の論文が公刊されており、とても紹介し切れないが、とくに有名なものとして、(i) v. Neumann-Wigner 理論、(ii) エルゴード増幅理論、(iii) 多世界理論などがある。ここでは、問題点整理を目的に、まず前二者間の対立論争について紹介し、次に筆達者の理論を新しい視点から再構成してみたい。

はじめに、観測理論の到達目標を設定しよう。状態 $\psi^Q = \sum_i c_i u_i$ にある対象系 Q の力学量 F （固有値 λ_i ，固有関数 u_i ）の測定を問題にするのであるが、観測理論はこの測定による‘波束の収縮’を表す統計演算子の変化

$$\bar{E}^{\text{tot}} = |\psi^Q\rangle\langle\psi^Q| \otimes \sigma^A \rightarrow \bar{E}^{\text{tot}} = \sum_i |c_i|^2 \xi_F^Q(u_i) \otimes \sigma_{F(i)}^A \quad (1)$$

を説明するものでなければならない。ただし、 $\rho^Q = |\psi^Q\rangle\langle\psi^Q|$ と σ^A は対象系 Q と測定器 A の測定前の状態を表す統計演算子、 $\xi_F^Q(u_i)$ と $\sigma_{F(i)}^A$ は測定によって値 λ_i を得た後の Q と A の状態を表す統計演算子である。測定器系状態の関与は本質的に重要であり、もしも‘波束の収縮’を対象系だけで $\rho^Q \rightarrow \bar{\rho}^Q = \sum_i |c_i|^2 \xi_F^Q(u_i)$ と書くと矛盾を生ずるので注意を要する（渡辺の注意）。観測理論は量子力学を全体系 $Q + A$ に適用し、相互作用の結果として u_i 間の位相相関を消して、(1) を導くはずのものである。

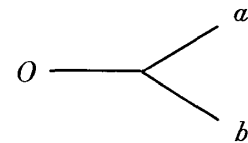
v. Neumann-Wigner 理論は測定過程として

$$\bar{\Psi} = (\sum_i c_i u_i) \otimes \Phi^A \rightarrow \tilde{\Psi} = \sum_i c_i u_i \otimes \Phi_i^A \quad (2)$$

を与える。 Φ_i^A は測定器系で上手にえらばれた力学量の固有状態であり、その状態の出現によって F が λ_i をとったことを知るように工夫されている。しかし、測定後の状態 $\tilde{\Psi}$ では依然として位相相関があり、‘波束の収縮’が起ったとはいえない。そこで、周知のとおり、 $Q \rightarrow A \rightarrow \text{眼} \rightarrow \text{神経} \rightarrow \text{脳細胞} \rightarrow \dots$ という観測の連鎖をもち込み、究極的には‘抽象的自我’や‘意識’によって‘波束の収縮’が起るとするのである。(2)において、位相相関が消えない本質的な原因は、全測定過程にわたって重ね合せの原理が適用されるとする要求にあった。同じことだが、ユニタリーの時間発展の厳守が原因であるといつてよい。系 A が混合状態にあったとしても、ユニタリーの時間発展によっては‘波束の収縮’が生れないという話は、Wigner-Fine の定理として数学的に整理されている。

v. Neumann-Wigner理論に対しては、当然のことながら、多くの反論が生れた。最大の敵はエルゴード的増幅理論であるが、要点は次のとおりである：マイクロ系 Q はマクロ系 A を駆動するだけのエネルギーがないから、増幅過程を導入してエネルギー供給を行う必要があり、その増幅過程は必然的に熱的不可逆過程となって位相相関を消す。キリ箱、アワ箱、カウンターなどを考えればよい。この考えは常識的だから、支持者も多かった。H. S. Green のモデルと Daneri-Loinger-Prosperi の一般論がとくに有名である。この理論で位相相関が消える最大の要因は時間発展演算子のユニタリー性の破壊にあった。v. Neumann-Wigner 派はそれを許さない。こうして両派は厳しい対立論争に入るのである。

v. Neumann-Wigner 派は二つの点でエルゴード的増幅理論を批判する。第一はすでに述べた Wigner-Fine の定理に抵触するというものだが、第二は negative result measurement (NRM と略記) における‘波束の収縮’を説明できないという批判である。簡単に NRM を説明しよう。図のように、 O から a と b に別れる Q の通路を設定



する。 O と a にカウンター D_o と D_a をおき、両者の coincidence (yes) をとれば Q は a に行き、anti-coincidence (no) をとれば b に行ったことがわかる。いずれの場合も、 a と b に対応する

測定が完了したことになり、‘波束の収縮’が実現する。yes のときは D_a が放電するから、‘放電’という熱的不可逆過程によって‘波束の収縮’が招来したと考えてもよいが、no の場合には‘放電’なしで b に相当する‘波束の収縮’が起ってしまうわけである。すなわち、エルゴード増幅理論では NRM を説明できない。これが批判の要点である。

‘波束の収縮’に関して、筆者は次のように考える。(i) エネルギー供給は‘波束の収縮’にと

って本質的に重要なものではない。これは以前簡単なモデルで示した¹⁾したがって、(ii) ‘波束の収縮’と放電のような熱的不可逆過程は別物であり、区別しなければならない。放電と無放電はいずれも測定結果の表示用であって同格である。無放電の場合でも Q と A の相互作用はあり、それによって波束は収縮している。(iii) Q は A 全体とではなく、 A の‘局所系’と相互作用するだけである。その局所系はマクロ的には小さいが、ミクロ的には大きく、そして依然としてマクロ系である。(iv) その局所系の状態変数は v. Neumann-Wigner 理論のように量子力学的オブザーバブルの固有値そのものではなく、ミクロ変数の局所系についての平均として与えられるマクロ変数である。この平均がミクロマクロ尺度変換を与え、その操作がマクロ性の定式化を示唆してくれる。

‘波束の収縮’にとってとくに重要な点は (iii) と (iv) である。 Q と相互作用する A の局所系は有限の大きさ (l としよう) をもつが、散乱理論によれば、両者の衝突の S 行列は

$$S = e^{i\delta} \frac{1+iK}{1-iK} e^{i\delta} \quad (3)$$

で与えられる。ただし、 δ は対角、 K は非対角行列であり、 δ の要素は $-\bar{p}l/2\hbar$ である ($\bar{p}$ は有効運動量)。(3) はユニタリー性をもつが、以下ではそれをこわさない。さて、 A の局所系はマクロ性と開放系だということで、エネルギーと粒子個数一定の状態にはない。したがって、次の統計演算子によって記述されるはずである。

$$\rho^A = \sum_{N_0-4N}^{N_0+4N} W_N \rho_N^A, \quad \rho_N^A = \sum_n |\phi_n^N\rangle w_n^N \langle \phi_n^N| \quad (4)$$

W_N は正の重率 ($\sum_N W_N = 1$)、 ϕ_n^N は N 粒子系ハミルトニアン固有関数、 w_n^N はボルツマン因子、マクロ系という性質から $N_0 \rightarrow \infty$, $4N \rightarrow \infty$, ただし $4N/N \ll 1$ であり、マクロ系としての A の局所系は極限統計演算子

$$\sigma^A \equiv \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \rho^A = \int dL W(L) \rho^A(L) \equiv \mathcal{W} \cdot \rho^A(L) \quad (5)$$

によって記述される (ただし、 $l = aN$, $L = aN_0$, $\Delta L = a4N$, $W(L)$ は中心 L 幅 ΔL の正関数: $\int dL W(L) = 1$)。なお、 $\Delta p \equiv (\hbar/\Delta L) = (\hbar/a)(1/4N)$ は通常の粒子運動量に比べて極めて小さい。

さて、数学によれば²⁾ (5) は無数のヒルベルト空間の連続直和によってつくられる空間の演算子であるが、マクロ変数または古典変数がこの空間の量と考えられているので、自然な結果といえよう。ゆえに、全体系の統計演算子の時間的发展は

$$\Xi_t^{\text{tot}} = \mathcal{W} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} H t} \rho_I^Q \otimes \rho_I^A e^{\frac{i}{\hbar} H t} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \bar{\Xi}_t^{\text{tot}} = \mathcal{W} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} H_0 t} S \rho_I^Q \otimes \rho_I^A S e^{\frac{i}{\hbar} H_0 t} \quad (6)$$

によって与えられる。 $\mathcal{W}$ は(5)の平均操作, S は S 行列 ($e^{-\frac{i}{\hbar}Ht} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t} S : H \text{ と } H_0 \text{ は } Q + A$ の全および自由ハミルトニアン), I は初期状態を表す添字である。

さて, 先ほどの図において, a と b に検出器 D_a と D_b をおいた場合を考えよう。通路設定に対応して, まず $\psi^Q = c_a |a\rangle + c_b |b\rangle$ ($|a\rangle$ と $|b\rangle$ は a 点と b 点に向う波束, c_a と c_b はその振幅) とおかなければならないから, 漸近形は

$$\bar{E}_t^{\text{tot}} = |c_a|^2 \bar{E}_t^{aa} + |c_b|^2 \bar{E}_t^{bb} + c_a c_b^* \bar{E}_t^{ab} + c_a^* c_b \bar{E}_t^{ba} \quad (7)$$

と書ける。ただし,

$$\begin{aligned} \bar{E}_t^{aa} &= \mathcal{W}_a \mathcal{W}_b \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t} S[|a\rangle \langle a| \otimes \rho_I^{D_a} \otimes \rho_I^{D_b}] S^t e^{\frac{i}{\hbar}H_0t}, \\ \bar{E}_t^{ab} &= \mathcal{W}_a \mathcal{W}_b \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t} S[|a\rangle \langle b| \otimes \rho_I^{D_a} \otimes \rho_I^{D_b}] S^t e^{\frac{i}{\hbar}H_0t} \end{aligned}$$

S による相互作用は破線で結ばれた状態間で起り, ($|a\rangle$, $\rho_I^{D_a}$) からは $\exp(-i\bar{p}_a l_a / \hbar)$, ($\langle b|$, $\rho_I^{D_b}$) からは $\exp(i\bar{p}_b l_b / \hbar)$ という位相因子を生む。この位相因子は $\bar{E}_t^{aa}$ では l_a 積分の中で相殺するが, $\bar{E}_t^{ab}$ は l_a 積分と l_b 積分に別れて入るため残る。したがって, $\bar{E}_t^{ab}$ は積分

$$[\int dl_a W(l_a) e^{-\frac{i}{\hbar}\bar{p}_a l_a} \dots] [\int dl_b W(l_b) e^{\frac{i}{\hbar}\bar{p}_b l_b} \dots]$$

をもつ。これは通常 $\bar{p}_a \gg \Delta p_a \equiv (\hbar / \Delta L_a)$, $\bar{p}_b \gg \Delta p_b \equiv (\hbar / \Delta L_b)$ のためゼロとなる。 $\bar{E}_t^{aa}$ は消えない。同じようにして, $\bar{E}_t^{ba}$ は消え, $\bar{E}_t^{bb}$ は残る。こうして

$$\bar{E}_t^{\text{tot}} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} |c_a|^2 \xi_F^Q(a) \otimes \sigma_F^{D_a} \otimes \sigma_I^{D_b} + |c_b|^2 \xi_F^Q(b) \otimes \sigma_I^{D_a} \otimes \sigma_F^{D_b} \quad (8)$$

が得られる。これはたしかに(1)の形になっており, ‘波束の収縮’が実現したことを示している。

NRMの場合も簡単である。上の議論で検出器 D_b ($\therefore \mathcal{W}_b$, ρ^{D_b}) をとり除けばよい。(7)の形は変わらないが, $\bar{E}_t^{ab}$ と $\bar{E}_t^{ba}$ から l_b 積分をとり去る必要がある。それでも

$$[\int dl_a W(l_a) e^{\pm \frac{i}{\hbar}\bar{p}_a l_a} \dots]$$

が残り, $\bar{p}_a \gg \Delta p_a$ に対して, $\bar{E}_t^{ab}$ と $\bar{E}_t^{ba}$ をゼロにしてくれる。ゆえに

$$\bar{E}_t^{\text{tot}} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} |c_a|^2 \xi_F^Q(a) \otimes \sigma_F^{D_a} + |c_b|^2 \xi_I^Q(b) \otimes \sigma_I^{D_b} \quad (9)$$

がえられる。これはNRMの場合の‘波束の収縮’を表している。

このようにして, 我々の理論は Wigner-Fine の定理を突破して, NRMにおける‘波束の収縮’を示すことができた。

町田 茂

参考文献

- 1) S. Machida & M. Namiki, P. T. P. **63** ('80) 1457, 1833, 町田・並木, 「科学」 **50** ('80) 759 ; **51** ('81) 36.
並木, 「科学基礎論研究」 **15** ('81) 45.
S. Machida & M. Namiki, I. S. Q. M 報告, 近刊。
- 2) H. Araki, P. T. P. **64** ('80) 719.

オブザーバブルと装置の巨視性

京大・理 町 田 茂

以下の話は並木氏との共同研究である。

1. 検出装置の量子力学的取扱い

観測は観測対象および装置の準備, 観測目的量の固有値ごとに時空的に分離するスペクトル分解, 時空の一定領域での yes-no experiment から成る検出の三段階から成っている。

検出しなければ波束の収縮は起らない(検出はそこに来なかったという否定的‘検出’でもよい)。したがって, 観測過程の量子力学は, 上記三つの過程をすべて適切に扱わなくてはならない。

観測対象の準備は微視的对象の一定の状態をつくり出すことであるが, 検出装置が量子力学的に見てどのように準備されているかはほとんど議論されたことがない。von Neumann は装置を一つの状態ベクトルであらわし, Jauch は一つの Hilbert 空間での混合とした。

どのように表現すべきかは現実の検出過程を調べることによってきめるほかない。例として一枚の写真乾板による検出の場合を見てみよう。図1のように写真乾板上のスポットによって

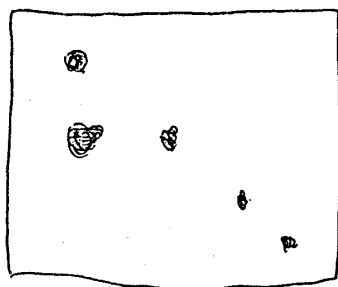


図 1

粒子は検出される。一枚の写真乾板を $1/2$, $1/4$, ... に切ってもやはり検出装置であることに変りないから, 本来の要素的な検出装置は一つ一つのスポットを成す部分である。これを ‘genuine detector’ と名づけることにしよう。量子力学的に扱うべき検出過程は, 対象粒子と genuine detector との相互作用である。

では, genuine detector の準備はどのようにされているで