

不確実性を含む交渉集合について

大阪大学 *鶴見 昌代 TSURUMI Masayo

大阪大学 塩出 省吾 SHIODE Shogo

大阪大学 石井 博昭 ISHII Hiroaki

ある提携が組まれたときの、提携としての利得を分けることについての解である交渉集合は、他の提携が組まれたと仮定した場合の分け方に依存する。それにもかかわらず、一般的な交渉集合においては、他の提携が組まれうるものなのか否かということは、提携を組むことが利得の点において合理的か否か、しかも 2 値的にしか考えられていない。しかし現実には利得以外の要素、例えば仲の悪さや意見の相違などによる提携の組まれ易さという要素が解に影響を及ぼしていると考えられる。このような提携の組まれ易さと、各プレイヤーのイデオロギー的位置が公表されていない場合について考慮した解を期待値を用いて求めた。

1 はじめに

これまでの一般的な交渉集合の概念は

- 1. 解の基準となる提携については許容的 (実現可能) であるか否かのいずれかとして考え、その基準は、利得の点で提携を組むことが合理的か否かのみである。
- 2. 交渉力は、許容的な提携とその提携値 (提携としての利得) のみに依存する。

の 2 点に基づくものであったが、今回の研究ではこの交渉集合の概念に

- 1. 利得以外の要素からの提携の起こりやすさ (確率で与える)
- 2. 提携の起こりやすさに関する情報

について考慮した解の提案を試みる。

2 この問題に対するアプローチ

まず本問題を考える上で、交渉集合に対し以下の四点を仮定した。

1. 起こり得ない提携の提携値は、その提携に含まれるはずのプレイヤー全員についての、提携を組まない場合の利得の合計と等しいと考える。
2. 各プレイヤーは イデオロギーの尺度に対し、どの確率で許容するか、前もって決めている。つまり、自分がそれぞれのイデオロギーに対して許容するかどうかの確率は確定値で与えられ、他のプレイヤーと独立であるとする。
3. 提携を組んだとき、提携のメンバーの間では互いの情報を明らかにする。
4. 提携外のプレイヤーの情報については 共通の認識があるが、不確実である (確率で与えることができる)。つまり、提携外のプレイヤーがそれぞれのイデオロギーに対しての許容するかどうかの確率は、確率変数で与えられる。

3 この問題の解法

3人ゲームで、ゲームは合理的であるとき、提携 $\{1,2\}$ の得た提携値 $v(\{1,2\}) = v_3$ の分けかたについて考えてみる。なお、結果はプレイヤーの置換によって、提携 $\{1,3\}$, $\{2,3\}$ についても適用できる。

交渉集合を考える際には提携を組まない場合の利得をゼロと仮定して一般性を失わないということと、提携を組むことが利得の上で合理的でない場合、その提携は実現しないと考えられることから、このときの 提携値を以下のようにおく。

$$\begin{aligned}
 v(\phi) &= v(\{1\}) = v(\{2\}) = v(\{3\}) = 0 \\
 v(\{1,2\}) &= v_3 \\
 v(\{1,3\}) &= \begin{cases} v_2 & \text{確率 : } p_{13(12)} \\ 0 & \text{確率 : } 1 - p_{13(12)} \end{cases} \\
 v(\{2,3\}) &= \begin{cases} v_1 & \text{確率 : } p_{23(12)} \\ 0 & \text{確率 : } 1 - p_{23(12)} \end{cases} \\
 v_1, v_2, v_3 &\geq 0
 \end{aligned}$$

ただし、 $p_{13(12)}$ は $P(\{1,3\}|\{1,2\})$ 、つまり提携 $\{1,2\}$ が組まれ、その2人が自分の立場について公表しあったときの提携 $\{1,3\}$ が組まれる確率とする。ただし、仮定に従い、この確率自身も情報が不完全であるために確率変数として現れる。同様に $p_{23(12)}$ は $P(\{2,3\}|\{1,2\})$ のことであると考ええる。

・ $v_1 \leq v_2 + v_3, v_2 \leq v_1 + v_3, v_3 \leq v_1 + v_2, v_1 < v_3, v_2 < v_3$ のとき
 プレイヤー 1,2 の利得の分け前をそれぞれ x_1, x_2 と書き、提携 { 1,2 } が組まれた
 ときの提携値の分配のしかたを許容的か否かについて場合分けして 従来の交渉集合
 によって求めると、以下のようになる。

1. 提携 { 1,3 } および提携 { 2,3 } が 許容的であるとき
 (確率: $p_{13(12)}p_{23(12)}$)

$$x_1 = \frac{1}{2}(v_2 + v_3 - v_1)$$

$$x_2 = \frac{1}{2}(v_1 + v_3 - v_2)$$

2. 提携 { 1,3 } は許容的であるが 提携 { 2,3 } は許容的でないとき
 (確率: $p_{13(12)}(1 - p_{23(12)})$)

$$v_2 \leq x_1 \leq v_3$$

$$x_2 = v_3 - x_1$$

3. 提携 { 1,3 } は許容的でないが 提携 { 2,3 } は許容的であるとき
 (確率: $(1 - p_{13(12)})p_{23(12)}$)

$$0 \leq x_1 \leq v_3 - v_1$$

$$x_2 = v_3 - x_1$$

4. 提携 { 1,3 } および提携 { 2,3 } が 許容的でないとき
 (確率: $(1 - p_{13(12)})(1 - p_{23(12)})$)

$$0 \leq x_1 \leq v_3$$

$$x_2 = v_3 - x_1$$

以上の結果をもとに、提携 { 1,2 } が組まれたときの利得の分配のしかたを期待値
 を用いて与えると以下のようになる。

$$E_{\{1,2\}}(x_1) = \frac{1}{2}(-p_{23(12)}v_1 + p_{13(12)}v_2 + v_3)$$

$$E_{\{1,2\}}(x_2) = \frac{1}{2}(p_{23(12)}v_1 - p_{13(12)}v_2 + v_3)$$

(ただし、解が範囲で与えられたとき メディアンを期待値として考えた。)

注意： $p_{13(12)}$ 、 $p_{23(12)}$ 自身が確率変数になっているため、これらの期待値自身も確率変数になっている。

以上のように求めた結果を整理すると、

$v_1 \leq v_2 + v_3, v_2 \leq v_1 + v_3, v_3 \leq v_1 + v_2, v_1 < v_2 < v_3$ のとき、

1. 提携 $\{1,2\}$ が組まれたときの 分けかた

$$E_{\{1,2\}}(x_1) = \frac{1}{2}(-p_{23(12)}v_1 + p_{13(12)}v_2 + v_3)$$

$$E_{\{1,2\}}(x_2) = \frac{1}{2}(p_{23(12)}v_1 - p_{13(12)}v_2 + v_3)$$

2. 提携 $\{1,3\}$ が組まれたときの 分けかた

$$E_{\{1,3\}}(x_1) = \frac{1}{2}\{-p_{23(13)}v_1 + (1 + p_{12(13)} - p_{12(13)}p_{23(13)})v_2 + p_{12(13)}p_{23(13)}v_3\}$$

$$E_{\{1,3\}}(x_3) = \frac{1}{2}\{p_{23(13)}v_1 + (1 - p_{12(13)} + p_{12(13)}p_{23(13)})v_2 - p_{12(13)}p_{23(13)}v_3\}$$

3. 提携 $\{2,3\}$ が組まれたときの 分けかた

$$E_{\{2,3\}}(x_2) = \frac{1}{2}\{(1 + p_{12(23)} - p_{13(23)})v_1 - p_{12(23)}p_{13(23)}v_2 + p_{12(23)}p_{13(23)}v_3\}$$

$$E_{\{2,3\}}(x_3) = \frac{1}{2}\{(1 - p_{12(23)} + p_{13(23)})v_1 + p_{12(23)}p_{13(23)}v_2 - p_{12(23)}p_{13(23)}v_3\}$$

得られた解について以下のことが言える。

- $$\left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ 求めかたの性質上 } E_{\{1,2\}}(x_1) + E_{\{1,2\}}(x_2) = v_3 \text{ は常に成り立っているので、この方法による分配は可能である。} \\ 2. \text{ 許容的か否かが問題となっている提携 } \{1,3\}, \{2,3\} \text{ が許容的であるとき } (p_{13(12)} = p_{23(12)} = 1 \text{ のとき) この分配のしかたは 従来の交渉集合と一致するか、部分集合となっている。} \end{array} \right.$$

4 結びにかえて — 今後の課題

1. 交渉集合の性質上、提携 $\{i, j\}$ を組んだときと提携 $\{i, k\}$ を組んだときのプレイヤー i の利得は等しくなるはずであるが、求められた解においてはそれは必ずしも成り立たない。このことは、ここで求められた解が不適切であるということを示しているのか、或いはそれを考慮することによって新たな解が提示できるのか、十分に検討を行えなかった。これについては検討中である。
2. プレイヤー i が提携が許容的かどうかわからずに、提携 $\{i, j\}$ と提携 $\{i, k\}$ のどちらを志向するかを選ばなくてはならないとき、以上で求めた解を用いて $P(\{i, j\}|\{i\})E_{\{i,j\}}(x_i)$ の値と $P(\{i, k\}|\{i\})E_{\{i,k\}}(x_i)$ (確定値) の値を比べて選んでいるということが考えられる。
今後、これを検証する。
3. 提携値の分けかたについて 期待値やメディアンを用いることの妥当性を 考察する。或いは、期待値による方法より妥当な分けかたを 求める。
4. 各プレイヤーの許容度を表す関数により、提携の実現しやすさを定義する。

なお、この研究は文部省科学研究費基盤研究 (c)(2)08680460 による援助を受けていることを付記しておく。

5 参考文献

- 鈴木 光男:「ゲーム理論の展開」東京図書 (1973).
鈴木 光男:「新ゲーム理論」勁草書房 (1994).