

噴流干渉時の乱流構造に関する実験的研究

— 双対噴流の乱流構造 —

中川 博次・禰津 家久・神田 幹夫

EXPERIMENTAL INVESTIGATION ON TURBULENT STRUCTURE OF DUAL-JET WITH ITS STRONG INTERACTION

By Hiroji NAKAGAWA, Iehisa NEZU and Mikio KANDA

Synopsis

For establishment of a reasonable hydraulic design of multi-diffuser by which various waste waters such as sewage or warmed water can be efficiently diffused in river or sea, an experimental investigation on the turbulent structure of two-dimensional dual-jet whose two nozzles were set in parallel has been performed. By systematically varying the ratio of flow quantity of each jet and the space between both nozzles, the mean velocity distribution and the turbulence characteristics of the dual jet have been investigated through hot-film measurements and visual observations.

Since the flow axes of dual jet were attracted and then merged each other, the flow field could be divided into three subregions: (1) *two-single-jet region (before mergence)*, (2) *one-single-jet region (after mergence)* and (3) *transition region between (1) and (2)*. The turbulent structure of each subregion could be described fairly well by a simple model in which two Gaussian profiles were combined under the conservation law of momentum flux. A noticeable fact has been also obtained from the characteristics of intermittency factor, macro-scale of turbulence and spectral distribution that a coherent motion, so-called '*puff phenomenon*', appeared near the edge of potential core of both single- and dual-jets.

1. 序 論

産業・経済の発展, 社会生活の向上・多様化に伴って水をめぐる環境の急激な変化は, 近年その質的・量的な劣悪さをもたらすようになり, 環境保全を考慮に入れた合理的な水理・水工設計が要請されている。火力・原子力発電所からの温排水や汚泥水等の各種の廃棄水問題もこの例外ではなく, 河海水域での環境冷排水による稀釈混合の促進法の確立が急務となっている。これまでの温排水等の放流設備は開水路からの表層放流が大半であるが, 表層温排水は成層化しやすく, その稀釈率はたかだか3程度であり, このため環境水による強制稀釈混合効果が期待できる深層放流形式が最近注目されている。この深層放流の流出口が一つの場合は, 従来からの噴流理論やブリューム理論を適用してその水理解析が可能となるが, 乱流拡散効果をさらに高めるには放流口を多設したいいわゆる multi-diffuser が有効であり, これに関する基礎的知見が必要となる。すなわち, 放流口間隔が放流口径に比べて十分大きく, 隣接した噴流群相互の干渉が無視されうる場合や逆に放流口間隔が十分小さい場合は, 単独噴流と考えるとよく, 従来の噴流理論がそのまま適用されるが, 噴流群相互の干渉が大きい場合は相当複雑な水理挙動を示すものと考えられ, これに関する理論的・実験的研究が新たに必要である。しかし, 著者らの知る限り, このような多孔噴流についての研究はほとんど

どないようであり^{*)}、本研究はこの多孔噴流に関する基礎的知見を得る第一歩として、2次元ノズルが平行に2本設置された双対2次元噴流を対象にし、流量比および噴流間隔比を系統的に変化させて噴流相互の干渉が大きい場合の乱流構造に関する実験的研究を行おうとするものである。

さて、上述の双対噴流 (dual jet) に関する研究を遂行するに当り、現在までに理論的および実験的にほぼ解明された単独噴流 (single jet) に関する従来の研究成果を概観することは有益であろう。単独噴流は自由乱れ (free turbulence) の代表例であり、また実用上の見知から戦前より多くの理論的・実験的研究がなされて来た¹⁾。理論的研究には、Prandtl の混合距離 l が噴流断面で一定であると仮定して得られた Tollmien 理論 (1926)、渦動粘性 ν_T が噴流断面で一定と仮定した Görtler 理論 (1942) および乱流運動と分子運動間のアナロジーに基づいて展開された Reichardt 理論 (1951) などの古典的研究があり、Zijnen (1958) はこれらの妥当性を空気流を用いて詳細に検討し、噴流近傍では Görtler 理論、噴流軸から離れた周辺部では Tollmien 理論がそれぞれ良好に適用され、一方 Reichardt 理論から得られる Gauss 分布形は噴流軸近傍および周辺部を含めたほぼ全領域で適用されることを示した²⁾。一方、Albertson ら (1950) は、水工上の要請からやはり空気流を用いて噴流実験を行い、平均流速を Gauss 分布形で近似しても実用上十分であることを示した³⁾。1960年代前半には高性能の hot-wire 流速計が改良・製作され、Bradbury (1965)⁴⁾ や Hestekstad (1965)⁵⁾ は2次元噴流の乱れ特性を詳細に計測し、後述するように単独噴流の大きな特徴である self-preservation を乱れ構造の面から検討し、また乱れエネルギー収支を調べ、長時間平均から見た単独噴流の乱流構造はかなり明らかとなった。しかし、1960年代後半には乱流境界層などの壁面乱れ (wall turbulence) の中に bursting 現象で代表されるかなり規則性をもった coherent な渦運動の存在が発見され、従来の長時間平均のみからでは乱流構造が解明され得ないことが明らかとなった。これらの経緯は他に譲ることにし⁶⁾、噴流などの自由乱れの中にも coherent な渦運動が存在することが指摘されるようになった。すなわち、Crow ら (1971)⁷⁾ は円形噴流の可視化観測から Reynolds 数 R_e が数100から 7×10^4 で potential core 端付近に規則立った大規模渦運動いわゆる puff 運動が発生することを見出し、空気流による詳細な検討からその卓越 Strouhal 数 S_r は0.3で波長 λ は管径 D の2.38倍であると報告している。その後、Brownand ら (1975)⁸⁾ も円形噴流の規則的な puff 運動を可視化計測し、この渦輪の合体挙動など注目される結果を報告しているが、計測された S_r 数が0.5以上と Crow らのものに比べてかなり大きく、このような puff 運動の内部機構には不明な点が多く残されている。2次元噴流にもこの puff 運動が存在するという報告例を著者らは知らないが、後述するように本実験にはこの存在を十分示唆する結果が得られた。puff 運動の崩壊後 Zone of established flow が形成され、しかもこの領域にも puff 運動ほどには規則的ではないが大規模渦運動が認められ、乱流拡散に重要な役割を果たすことが福岡ら (1978)⁹⁾ によって指摘されたことを考えると、このような coherent な渦運動の解明が今後待たれる。

以上は主として空気流を用いた噴流実験成果であり、水流を用いた実験は数少ない。これは、空気流に比べ水流での正確な流速測定がかなり困難であることに起因している。 R_e 数が同じであれば、両者の結果は同一となるはずであるが、水工問題に関連した噴流は自由水面をもつことが多く、実際、村岡 (1972)¹⁰⁾ は噴流に及ぼす自由水面の影響をピトー管計測により検討している。Mih ら (1972)¹¹⁾ は乱れ特性を MHD 法ではじめて計測したが、高精度の実験結果を得るにはやはり hot-film 流速計を用いなければならず、福岡ら (1978)⁹⁾ はこれを用い乱れ強度を検討しているが、空気流に比べ十分な結果を得るまでには至っていない。

このように噴流研究の進展の中で、噴流相互の干渉を強く伴う複雑な双対噴流を hot-film 流速計を使うとはいえず、水流で実験を行うのは、上述したようにこの研究の最終目的が水域での multi-diffuser の開発にあり、水流による熱・物質輸送が問題にされているからである。また噴流相互の干渉を可視化観測し、

*) 本論文執筆後に、1:1の双対噴流を空気流で詳細に計測した田中の一連の研究論文を入手した¹⁵⁾。しかし、本研究ではこれと比較検討されていない。

この水理挙動を把握するのに水流の方がむしろ望ましいと考えたからである。多孔噴流の最も基本的な2次元双対噴流の乱流構造さえほとんど不明である現在、本報告ではこの平均流特性を主として検討し、乱れ特性に関しては単にその結果を述べるにとどめる。

2. 理論的考察

Fig. 1 は、鉛直に置かれた2次元双対噴流場を示す模式図である。A, B 両噴流ともノズル幅は B 、ノズル中心間隔は L であり、初期放流速度は噴流AおよびBでそれぞれ U_{0a} , U_{0b} とする（以下では添字 a , b はそれぞれA噴流, B噴流を表す）。ノズルから流下方向を x 軸、これに垂直な横断方向を y 軸に選び、平均流速を (U, V) , 乱れ変動を (u, v) , また乱れ強度を (u', v') で表わすことにする。

双対噴流は y 方向に卓越したせん断乱流であるから次式で示される通常の境界層近似された運動方程式によって支配される ($U \gg V$)。

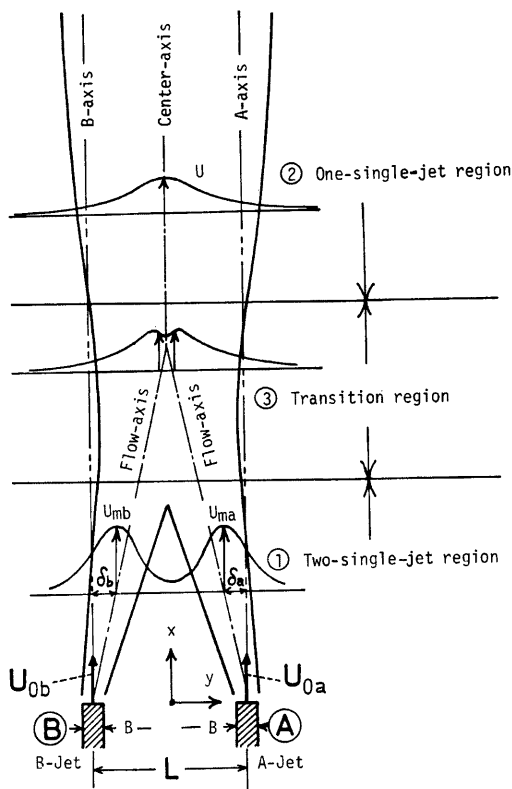


Fig. 1 Illustration of the turbulent field of dual jet and its subdivision.

Table 1 Comparison of characteristic-scale system between the single and the dual jets.

	Single jet	Dual jet
Geometric scale	Nozzle size B	Nozzle size B Space between nozzles L
Initial velocity	U_0	$\frac{U_{0a}}{U_{0b}}$
Characteristic length scale	$h \propto x/B$	$\frac{b_a}{b_b}$
Characteristic velocity-scale	$\frac{U_{m \propto} (x/B)^{-1/2}}{U_0}$	$\frac{U_{ma}}{U_{mb}}$
Characteristic scale-system	Single	Multi
Self-preservation	Valid	Generally invalid
Parameter reducing to single-scale	—	$U_{ma}/U_{mb}, L/B$

$$\frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial(-\bar{u}^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau)}{\partial y \rho} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial(-\bar{v}^2)}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\tau/\rho \equiv -\bar{u}\bar{v} + \nu \partial U/\partial y$ は全せん断応力であり、 P は圧力であって、式 (2) から

$$P = P_\infty - \rho \bar{v}^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

P_∞ は噴流周辺の静水圧であり、 $P_\infty = \rho g(h-x)$ と表わされる (ここで、 h はノズル口 $x=0$ から自由静水面までの鉛直距離)。式 (3) を (1) に代入すると次の近似式が得られる。

$$\frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial(UV)}{\partial y} = \frac{\partial(\tau)}{\partial y \rho} - \frac{\partial}{\partial x}(g^2 - \bar{v}^2) \doteq \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

式 (4) は噴流場の基本式であり、せん断応力 τ を適切に仮定し、所定の境界条件のもとでこれを解けばよいが、この解析解を得ることは一般に困難である。このような乱流構造を明らかにするには、式 (4) の基本式とともに支配特性スケール系をまず考察することが必要であって、**Table 1** に単独噴流および双対噴流の特性スケール系を比較して示した。単独噴流の特性速度および長さスケールはそれぞれ U_m, b であり、いわゆる単一スケール系を構成している。乱流理論によれば¹²⁾、このような単一スケール系の乱流構造はその特性スケールで無次元表示すると普遍 (universality) あるいは相似 (similarity) 構造を示すことが期待され、実際、単独噴流は $x/B \geq 30$ で自己相似特性 (self-preservation) を示すことが明らかにされている⁴⁾。このとき、 $U/U_m = \text{fun.}(y/b)$ と表わされ、連続式を使うと式 (4) は y/b に関する常微分方程式に帰着され、 τ の仮定の仕方によって先述の Tollmien, Görtler, Reichardt らの諸理論が容易に導びかれる。例えば、Reichardt 理論による Gauss 分布形は Zijnen の実験定数を使って²⁾、

$$U/U_m = \exp(-71(y/x)^2) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$= \exp(-0.693(y/b)^2) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 b は $U/U_m=0.5$ となる半値半幅で定義され、

$$b = c \cdot x \quad \dots\dots\dots (7)$$

とおくと、 $c=0.1$ となる。

一方、双対噴流の特性速度および長さスケールは U_{ma}, U_{mb} および b_a, b_b であって、それぞれ2重スケール系を構成している。このように多重スケール系の乱流構造は一般に self-preservation を示さず、式 (4) の基本式も偏微分方程式のままであってその取扱いは単一スケール系に比べてはるかに複雑である。多重スケール系を解明する一般的手法はないが¹²⁾、開水路流ではこの代表例に滑・粗面乱流や壁面流入を伴う

乱流などがあり、乱流場を小領域に区分して各特性スケール間の比をパラメータにとって単一スケール系に縮退される試みがなされている⁹⁾。この手法によれば、双対噴流の縮退パラメータは流速比（流量比に等しい） $\Phi \equiv U_{0a}/U_{0b}$ および 噴流間隔比 $\Omega \equiv L/B$ と考えられ、 $\Phi \rightarrow 0$ or ∞ また $\Omega \rightarrow 1$ or ∞ のとき単独噴流に帰着される。これらのパラメータが両極端の値をとらないとき双対噴流が形成されるが、Fig. 1 に示すように A, B 両噴流の干渉効果が弱く、単独噴流が 2 本独立に存在すると見なし得る領域（(1) two-single-jet region）および A, B 両噴流が合体し、 U_{0a}/U_{0b} や L/B の重要性がなくなると 1 本の単独噴流と見なし得る領域（(2) one-single-jet region）では近似的に単一スケール系となり、self-preservation が期待される。そして、(1) と (2) の領域間に噴流相互の干渉効果が強く、近似的にも単一スケール系に縮退できない複雑な遷移領域（(3) transition region）が存在すると考えられる。このような小領域区分は、後に示される双対噴流のモデリングで役立つが、それらの内部構造を考察するまでには至っていない。

さて、マクロな構造を検討するには流量 $Q(x)$ 、運動量 $M(x)$ およびエネルギー量 $E(x)$ があり、それぞれ次式で定義される。

$$Q(x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} U dy \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$M(x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} U \cdot U dy \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$E(x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} (U^2/2) \cdot U dy \quad \dots\dots\dots (10)$$

$Q(x)$ は連続式から

$$dQ/dx = V_{ea} + V_{eb} = \alpha_a U_{ma} + \alpha_b U_{mb} > 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

となり、A 噴流側および B 噴流側からの連行速度 V_{ea} および V_{eb} が、また連行係数 α_a および α_b がそれぞれ導入される。当然、単独噴流では $\alpha_a = \alpha_b = 0.053/2$ となる¹⁾。双対噴流の連行係数もこれと同程度と予想されるが、(1) の two-single-jet region では A, B 噴流とも中央軸を含む噴流間部での連行が抑制され、ここでの連行量は単独噴流 2 本分より少ないであろう。したがって、噴流合体前の噴流間部では $P < P_{\infty}$ すなわち負圧となり、噴流同志は互いに引き合うと考えられ、また式 (3) から噴流間部でさえ乱れ強度はかなり強いことが推測される。

次に、運動量 $M(x)$ は式 (4) から

$$\frac{dM}{dx} = - \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^{\infty} (\bar{u}^2 - \bar{v}^2) dy \approx 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

となり、運動量 $M(x)$ は流下方向に保存されることがわかる。

最後に、エネルギー量 $E(x)$ は式 (4) の両辺に U を乗じて積分すると

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= - \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -\bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right\} dy - \int_{-\infty}^{\infty} U \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}^2 - \bar{v}^2) dy \\ &\approx - \int_{-\infty}^{\infty} (-\bar{u}\bar{v}) \frac{\partial U}{\partial y} dy < 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$(-\bar{u}\bar{v}) \partial U / \partial y$ は乱れエネルギーの発生率であり、平均流エネルギー $E(x)$ の流下方向への減少は乱れエネルギーの発生に費されることを示している。

3. 実験装置および水理条件

3. 1 実験装置

Fig. 2 に示すように、実験装置は長さ 126 cm、幅 17 cm、高さ 82 cm の拡散水槽中に、内径幅 $B = 0.4$ cm、長さ 15 cm の長方形放流口をもつ高さ 15 cm のノズルを 2 本平行に設置したものである。拡散水槽は、可視化観測ができるように透明アクリル板製であり、水槽の四方側面の頂部はエッジがつけられ、噴流を放流しても環境水が静水圧分布するように四方越流型となっている。ノズル形状は噴流の形成に大きな影

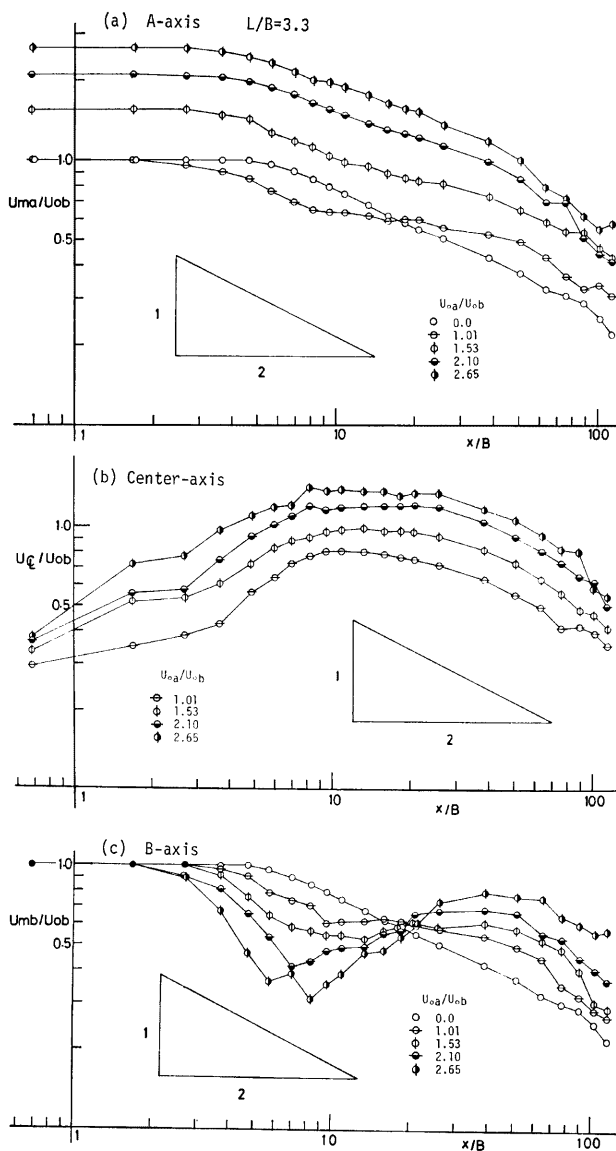


Fig. 3 Variation of velocity along the A-, B- and Center-axes (preliminary experiments).

$x/B \geq 5$ ではほぼ x/B の $-1/2$ 乗則に従って低減することがわかり、単独噴流理論が満足されている。すなわち、式 (6) を用いると、式 (12) から

$$U_m/U_0 = 0.815 e^{-1/2 \cdot (x/B)^{-1/2}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$c=0.1$ とすると、potential core 端 x_1/B は 6.6 となる。もちろん、式 (4) は potential core 端から Zone of established flow に至る遷移領域を考慮していないため、実測の x_1/B は理論値より若干小さくなっている。また、 $x/B \geq 100$ で U_m/U_0 は $-1/2$ 乗則より急低減するが、これは、村岡の実験によれば¹⁰⁾ $x/h \geq 0.7$ すなわち $x/B \geq 105$ で自由水面の影響が現われる stagnation 領域が形成されるためと考えられる。

一方、 $\Phi \neq 0$ の双対噴流では、各ノズルの鉛直軸上 (A, B 軸) の低減特性は単独噴流よりかなり複雑である。当然、B 軸上の低減特性は A 軸上におきかえると $1/\Phi$ の場合、すなわちそれぞれ $\Phi=0.65, 0.48, 0.38$ の特性に相当する。Fig. 3 から、流下方向の速度低減特性は $\Phi \geq 2$ ではほぼ単独噴流のそれに等しく、隣接の噴流の影響は小さいが、 $1 \leq \Phi \leq 2$ では x/B が小さな初期段階で $-1/2$ 乗則より急低減し、ある遷移区間を経て十分下流では $-1/2$ 乗則に従うようである。一方、 $0 < \Phi < 1$ ではやはり初期段階で $-1/2$ 乗則より急低減するが、さらに下流では隣接の高速噴流によって逆に加速され、ある最大値に達したのち $-1/2$ 乗則にはほぼ従って低減し、この特性は Φ が小さいほど顕著である。また、中央軸に沿う速度低減は、可視化観測 (Fig. 4~7 参照) から得られた噴流軸の合体位置 $x_i/B=13$ までは両側の噴流によって加速され、単調に増加するが、流軸合体後はほぼ単独噴流的に低減している。

以上のような双対噴流の低減特性は、Fig. 1 に示した噴流場の領域区分から定性的に説明される。すなわち、(1) の two-single-jet region では流軸 (flow-axis) が x 軸に対して傾斜し、しかも流速勾配が大きいから、A, B 軸上の速度は初期段階で単独噴流より急低減し、(3) の transition region では噴流相互が強く干渉して、例えば低速噴流の方は加速され、両噴流は合体一様化し、その後 (2) の one-single-jet region に移行して単独噴流的に低減すると考えられる。したがって、双対噴流の乱流構造を解明するには流軸形状をまず知ることが不可欠といえるが、式 (3) で示される負圧 ($P-P_\infty$) の分布が不明である現在、これを理論的に求めることは不可能であって、可視化観測などから実験的に推測しなければならない。

以上の予備実験から、(1) 計測区間は自由水面の影響が現われない $x/B \leq 100$ とする (2) $\Phi = 1$ および 2 で双対噴流の主な特性が把握される (3) 計測区間内で Fig. 1 の 3 領域が各々相対的に顕著に現われるように噴流間隔 L/B を系統的に変化させることを考慮して水理条件を決定した。

3.3 水理条件および計測方法

双対噴流を実験的に解明するために、前節の予備実験の知見に従って、Table 2 に示す 7 通りの水理条件を設定した。まず、ケース HA-1 は単独噴流であって、双対噴流と比較検討するために設定された。次に、ノズル間隔比 L/B を 3.3, 6.7 および 12.1 の 3 通りに変化させ、Fig. 1 の各領域が計測区間 ($0 \leq x/B \leq$

Table 2 Hydraulic parameters for experiments.

CASE	U_{0a} (cm/sec)	U_{0b} (cm/sec)	$\Phi \equiv U_{0a}/U_{0b}$	$\mathcal{Q} \equiv L/B$	$Re_a \equiv BU_{0a}/\nu$	$Re_b \equiv BU_{0b}/\nu$	T_w (°C)	x_i/B
HA-1	37.0	—	—	—	1297	—	15.00	—
HA-2	36.3	36.3	1.00	3.28	1291	1291	15.55	13.0
HA-3	70.8	35.8	1.98	3.28	2515	1272	15.50	13.7
HA-4	44.3	42.6	1.04	12.1	1596	1535	16.07	82.0
HA-5	80.8	43.4	1.86	12.1	2888	1551	15.75	83.0
HA-7	79.4	38.1	2.08	6.68	2740	1315	14.40	36.8
HA-9	37.8	37.8	1.00	6.68	1290	1290	14.06	33.0

x_i = intersection of A- and B-flow axes obtained visually.

100) 内で各々相対的に大きくなるように設定された。そして、各 L/B に対して流速比を 1 および 2 の 2 種類設定した。

A 軸、B 軸および中央軸に沿っての流速低減特性に加え、 $x=2, 8, 16$ および 32 cm すなわち $x/B=5, 20, 40$ および 80 での横断面内 (y 軸方向) の流速分布特性が検討された。このとき、各断面での半値半幅 b は式 (7) からそれぞれ $0.2, 0.8, 1.6$ および 3.2 cm 程度とかなり小さく、予備実験で用いられた 5 mm 径のプロベラ流速計を使うのは不適當である。このため、1 成分 hot-film 流速計 (DISA 55 A 80 の模型 hot-film) を新たに用い、センサ面をノズルに平行に (z 軸方向) 設置したからセンサ部の幅は 0.35 mm と高精度な点計測が可能となった。hot-film 流速計の検定は、これをノズル先端 ($x=0$) に置き、オリフィス・メータから得られた初期平均流速によって行われた。その結果、この出力電圧と流速との検定曲線は福津 (1977)⁶⁾ によるものとはほぼ同様であった。各軸上計測の測点数は 22 点、各横断面内の測点数は最大 28 点であり、1 実験ケースで最大 200 点もの多点計測を要した。hot-film は水温 T_w の影響を強く受けるから、実験中の水温上昇を冷却水を加えることによってほぼ零に抑えるとともに、実験前後で上述の検定を行い、実測中の水温で検定曲線係数を温度補正した。hot-film 流速計からの出力電圧は京都大学大型計算機センターの A・D 変換器で数値化されたのち、種々の計算処理が行われた。なお、A・D 変換の際のサンプリング周波数は 100 Hz 、データ総数は 1 測点当り 5,000 個それぞれ選ばれた。

4. 平均流速の分布特性

2. で指摘したように、2 次元双対噴流の乱流構造を解明するにはその領域区分を明白にし、単一特性スケール系に縮退させて考察することが当面必要である。本節ではこの観点から平均流速の分布特性をまず検討し、次にこれから得られた知見に基づいて双対噴流に関する簡単なモデルを提示する。

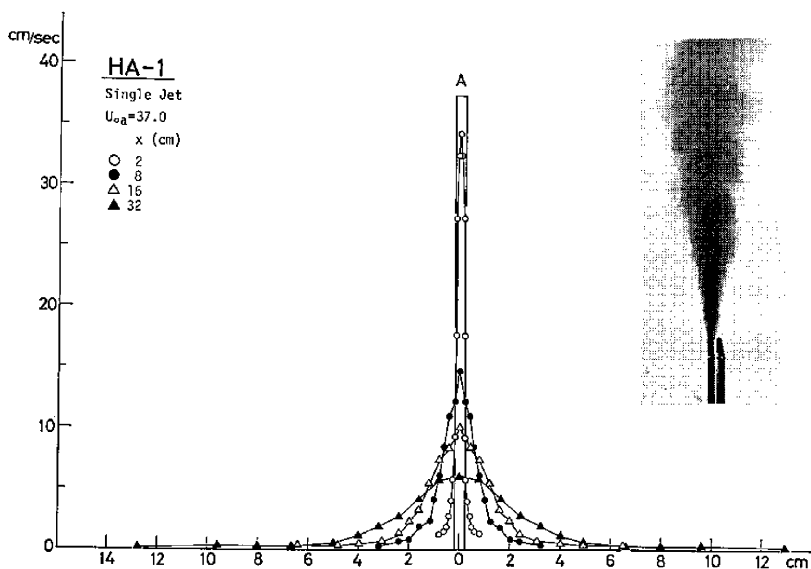


Fig. 4 Velocity distribution of single jet and its visual photograph.

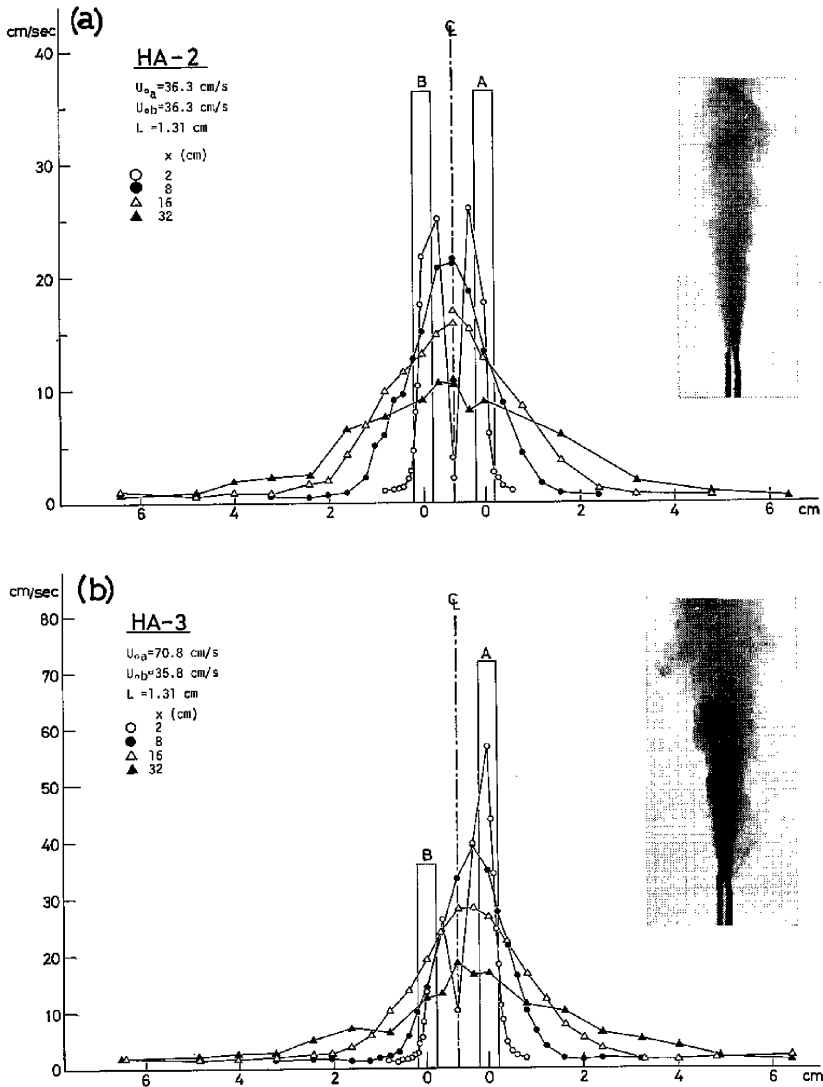


Fig. 5 Velocity distribution of dual jet ($L/B=3.3$).
 (a) $U_{0a}/U_{0b}=1.0$, (b) $U_{0a}/U_{0b}=2.0$

4. 1 平均流速の分布特性の概要

Fig. 4~7 はそれぞれケース HA-1~HA-9 の平均流速分布を示したものであり、各ケースとも4つの断面位置 ($x=2, 8, 16, 32 \text{ cm}$) で得られた結果である。横軸はAおよびBのノズル中心からそれぞれ測られた

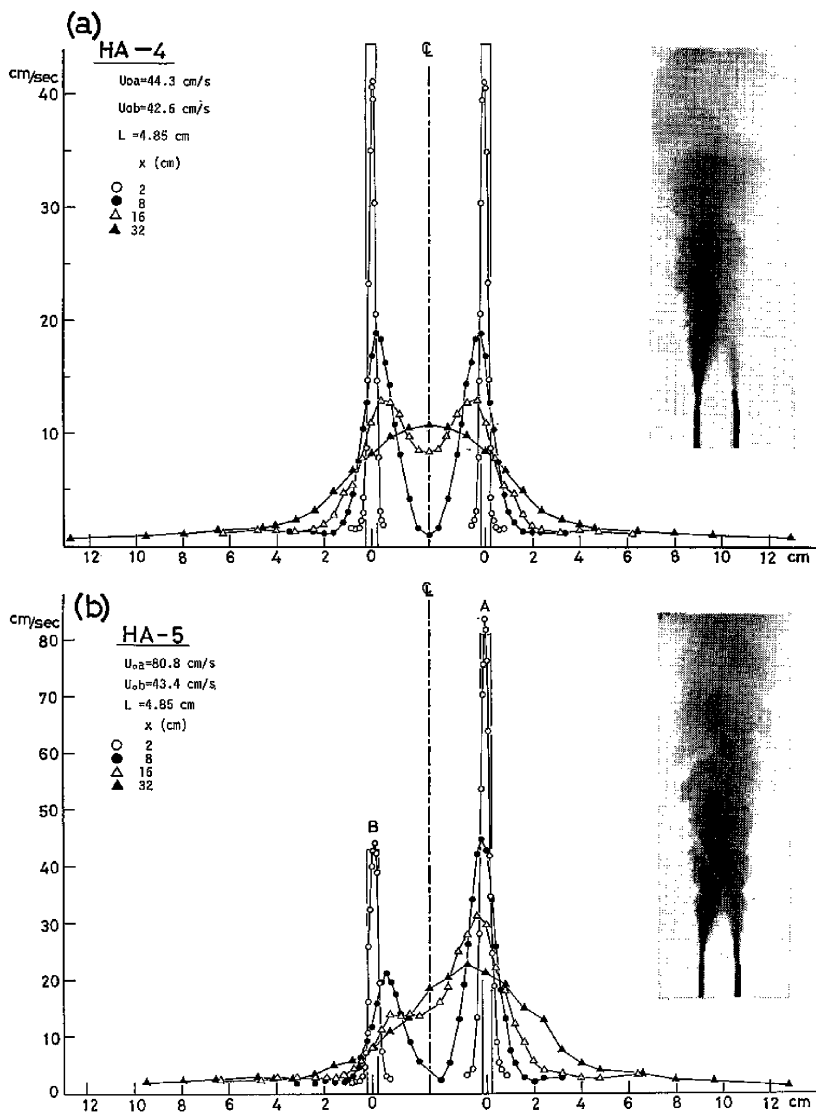
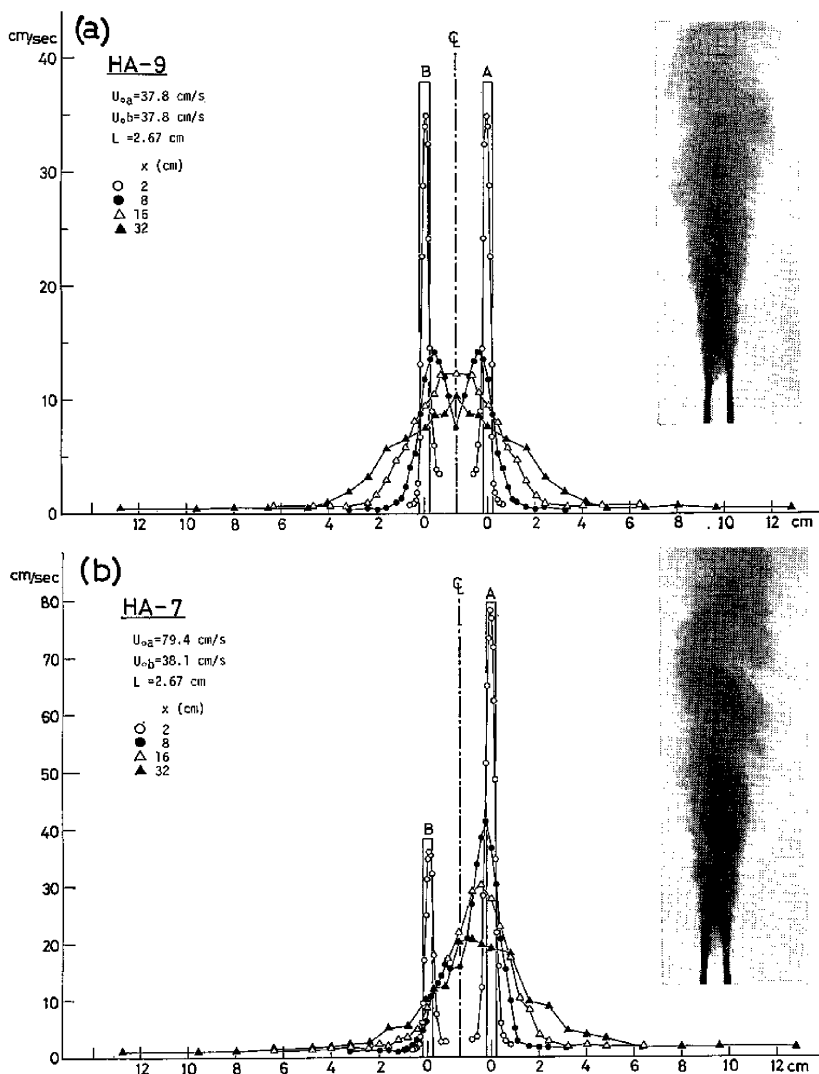


Fig. 6 Velocity distribution of dual jet ($L/B=12.1$).

(a) $U_{0a}/U_{0b}=1.0$, (b) $U_{0a}/U_{0b}=1.9$

y 軸距離を示し、噴流出口 ($x=0$) での流速 U_0 が長方形分布で模式的に示されている。また各図の右側には可視化網測で得られた流況写真が併示され、写真中のメッシュ幅は 1 cm であり、これから双対噴流の概

Fig. 7 Velocity distribution of dual jet ($L/B=6.7$).(a) $U_{0a}/U_{0b}=1.0$, (b) $U_{0a}/U_{0b}=2.1$

略なスケールが把握される。

まず, Fig. 4 は双対噴流の乱流構造と比較検討する目的で得られた単独噴流での平均流速分布である。この結果は、従来の多くの実験結果例えば式 (5) の Gauss 分布形と良好に一致し、本研究の実験装置や計測方法が妥当であることが確認された。

Fig. 5(a) は、噴流間隔 $L/B=3.3$ と本実験では最小なケース **HA-2** の実験結果である。流速比 Φ は 1 であり、この計測結果は中央軸に関してほぼ対称な分布となることから、 $\Phi=1$ の場合の以後の実験では A 噴流のみを計測した。**Fig. 5(b)** は、 $L/B=3.3$ で $\Phi=2$ となる非対称な双対噴流を示している。両ケース共に、噴流相互は早くから干渉するようである。すなわち、平均流速分布は $x=2\text{ cm}$ では 2 つのピークをもつが、8 cm 以上の断面ではピークは 1 つしか現われず、噴流相互は合体して遷移領域がまず形成され、ピークが 1 つになってからの平均流速はこのピーク位置（流軸位置）を中心とする Gauss 分布的な特性を示し、単独噴流領域が形成されると考えられる。当然、合体したのちの流軸位置は $\Phi=1$ では中央軸に一致するが、 $\Phi=2$ では流速が大きな A 噴流側に偏っている。

次に、**Fig. 6(a)** および **(b)** は、それぞれケース **HA-4** および **HA-5** であり、 $L/B=12.1$ の実験結果である。各ノズルから出た噴流は単独噴流の特性を示すが、それらの流軸は互いに引き合い、最後に 1 つの噴流に合体する挙動がよくわかる。**HA-5** の $x=16\text{ cm}$ 断面では平均流速は大きなピークと小さなより平坦なピーク部を各 1 つもつが、これは B 噴流が A 噴流に吸収・合体される遷移挙動を示すものであり、**HA-4** および **HA-5** とともに x/B が 40 程度まで two-single-jet region が形成されると考えられる。

最後に、**Fig. 7(a)** および **(b)** はそれぞれケース **HA-9** および **HA-7** であり、 $L/B=6.7$ であって、これらの平均流速分布は上述した 2 つのグループの中間的な特性を示している。すなわち、 $x/B=20$ 程度から遷移領域が現われ、単独噴流領域へと移行していることがわかる。

4. 2 流軸合体前（(1) 領域）の平均流速分布特性

双対噴流を解明するには流軸形状を決定することが不可欠であるが、この正確な決定は実験的にもかなり困難である。各噴流の最大流速 U_m の位置を流軸と定義し、ここから各ノズル中心までの距離 δ_a , δ_b を求めれば流軸が決定されるが（**Fig. 1** を参照）、本実験での横断方向の最小測点間隔 Δy は $\Delta y/x=0.025$ であり、流軸位置 δ の値はこの範囲程度の誤差をもつ。

さて、流軸合体前の (1) 領域を検討するにはケース **HA-4** および **HA-5** が適当である。流軸位置 δ_a , δ_b を計測上の最大流速位置に与えれば流速分布は $y_a=y-(L/2-\delta_a)$, $y_b=-y-(L/2-\delta_b)$ に対して式 (5) の Gauss 分布にほぼ従うことが **Fig. 8** から見い出される。最大流速位置が不明確となる遷移領域での断面では実測の流速分布が式 (5) に従うように δ_a , δ_b を決定した。図中の ①～④ は $x/B=5\sim 80$ の順に A 軸あるいは B 軸位置を示し、流速値は各噴流とも中央軸位置まで図示され、また式 (5) の Gauss 分布が実線で併示された。 y_a/x , $y_b/x>0.2$ となる噴流外縁部での実験値は Gauss 曲線よりかなり大きい。これは拡散水槽が有限のため環境水の再循環が避けられず、また相対速度 V/U が無視できなくなって 1 成分 hot-film 流速計の精度が低下するためと考えられる。このため、噴流外縁部までも高精度に計測するには Bradbury も指摘しているように⁴⁾、環境水自体を一樣流速場にする必要があろう。しかし、実測値と式 (5) との一致は全般に良好であり、流軸合体前 ((1) 領域) の平均流速は流軸位置を適当に与えれば単独噴流の特性で表わすことができる。すなわち、双対噴流相互の干渉が弱ければ (1) 領域は単独噴流 2 本が独立に存在すると見なしてよい。

Fig. 9 に流軸位置 δ を示す。計測断面数が少なく、また δ の評価がかなり粗いから正確な流軸特性を把握することはできないが、Zone of established flow では次の直線ではほぼ近似される。

$$\delta = mx + n \quad (x/B \geq 5) \quad \dots\dots\dots (15)$$

流速比が 2 のケース **HA-5** では当然 B 噴流の方が流軸の傾斜率 m は大きく、これは **Fig. 6** の可視化写真でも明白に見られる。この流軸上の流速 U_m は実測されなかったが、**Fig. 8** で示したように流速分布はほぼ式 (5) の Gauss 分布で近似されるから、A 軸上および B 軸上の実測の流速値から式 (5) を使って U_m を容易に評価できる。

Fig. 10 は、 U_m/U_{0b} を x/B に対して両対数表示したものであり、図中の直線は Albertson らの実験定数 $c=0.127$ ($x_1/B=5.2$) を用いた式 (14) である。なお、 δ は小さいから流軸に沿う流下距離は鉛直距離 x で

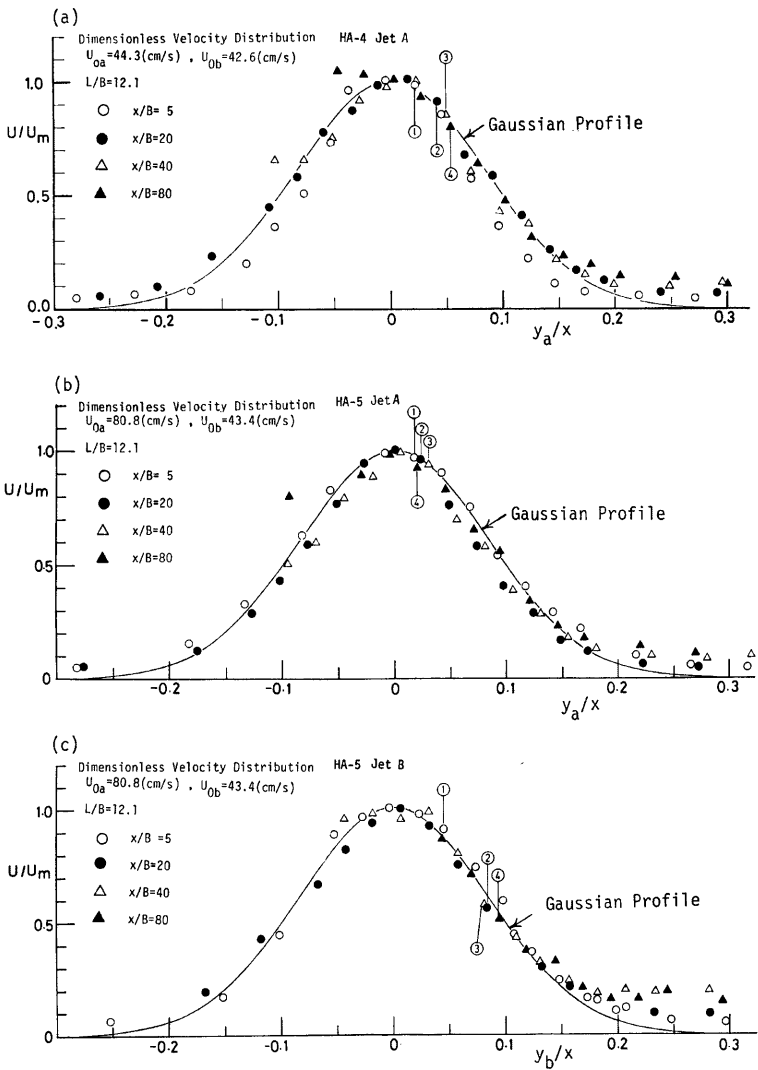


Fig. 8 Dimensionless velocity distribution in (1) two-single-jet region.

近似してよい。 U_m の値には若干ばらつきが見られるが、ほぼ式 (14) の $-1/2$ 乗則に従って低減し、単独噴流の特性を示している。後述するように、ケース HA-5 の B 軸上の流速は $-1/2$ 乗則より急低減するが、これを流軸上に評価しなおすと単独噴流の $-1/2$ 乗則にほぼ従う点は特に注目される。

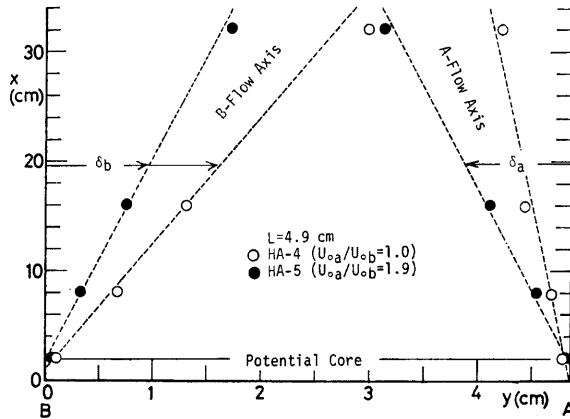


Fig. 9 Characteristics of flow-axes δ_a , δ_b of dual jet.

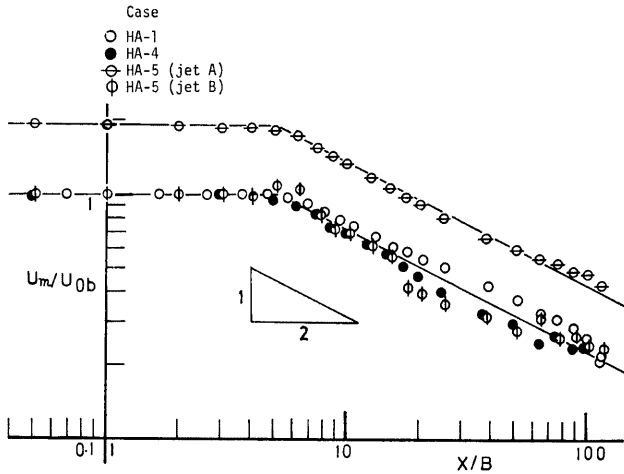


Fig. 10 Variation of velocity along the flow-axis obtained in Fig. 9.

以上のことから、噴流相互が合体する前の個々の噴流はほぼ単独な噴流と見なしてもよく、その平均流速特性は流軸の位置が既知となれば予測することができる。

4. 3 噴流合体後 ((2) 領域) の平均流速分布特性

2つの噴流が合体した後の平均流速特性を検討するにはこの(2)領域が最も広いケース HA-2 および HA-3 を対象とするのが適当である。Fig. 5 で見たように、この領域の平均流速分布は1つのピーク $U_{\max}$ を中心に左右ほぼ対称となるからこのピーク位置を $y=0$ に選び、 $U/U_{\max}$ を y/b に対して図示したものが Fig. 11 である。ケース HA-3 の半値半幅 b は左右別々に求められ、また式 (6) の Gauss 分布が図中に実

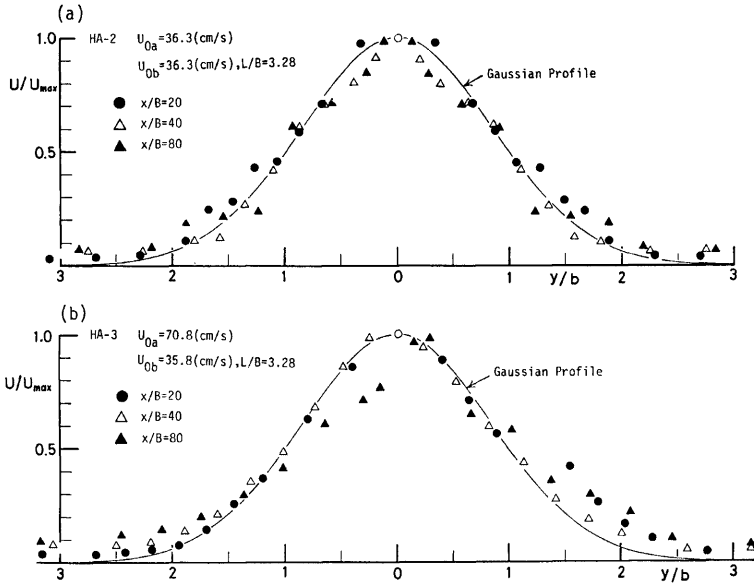


Fig. 11 Dimensionless velocity distribution in (2) one-single-jet region.

線で併示された。流量比が1:1のケース HA-2 の実験値は式 (6) とかなり良好に一致するが、流量比が1:2となる HA-3 の $x/B=80$ では式 (6) との差異が若干認められる。この原因は不明であるが、このケースは L/B が最小でかつ放流量が最大となるから他のケースより自由水面の盛り上がり (hump) の影響が現われやすいためとも考えられる。

次に、Fig. 11 の表示で用いた半値半幅 b をすべてのケースについて Fig. 12 に示した。図中の実線は $\epsilon=0.1$ とおいた式 (7) である。遷移領域 (3) をも含めた全領域で b はほぼ直線分布を示し、単独噴流の特性に概ね一致する。すなわち、双対噴流の環境水に面した方の拡散幅は単独噴流のものにはほぼ等しく、このことは Fig. 4~7 の可視化写真からも容易にわかる。データ数が少なく、詳しい検討はできないが、噴流が合体した後の拡散幅 b はその増加率が若干抑えられる傾向を示し、式 (7) に従う単独噴流の特性を完全に得るまでにはかなりの流下距離を要するものと推測される。

4.4 鉛直軸上の流速低減特性

4.2 および 4.3 で (1) two-single-jet region および (2) one-single-jet region の平均流特性が概略明らかとなった。次に、両領域間に存在する (3) transition region の特性を検討すべきであるが、ケース HA-7 および HA-9 を対象としてもこの領域での計測断面数が少なく (Fig. 7 参照)、しかも噴流相互の干渉が強い複雑な領域であるから、その実験的検討はかなり困難である。このため以下では、鉛直軸上の流速低減特性を考察するにとどめる。

まず、(3) の遷移領域の位置を示す目安として、可視化撮影された 16 mm 高速度フィルムの解析から A、B 噴流の流軸交叉点 x_i が求められた。 x_i は噴流合体位置であり、正確な決定は困難であったが、その平均値が Table 2 に示されている。 x_i の値は流速比 Φ にはほとんどよらず、噴流間隔比 L/B にはほぼ支配され

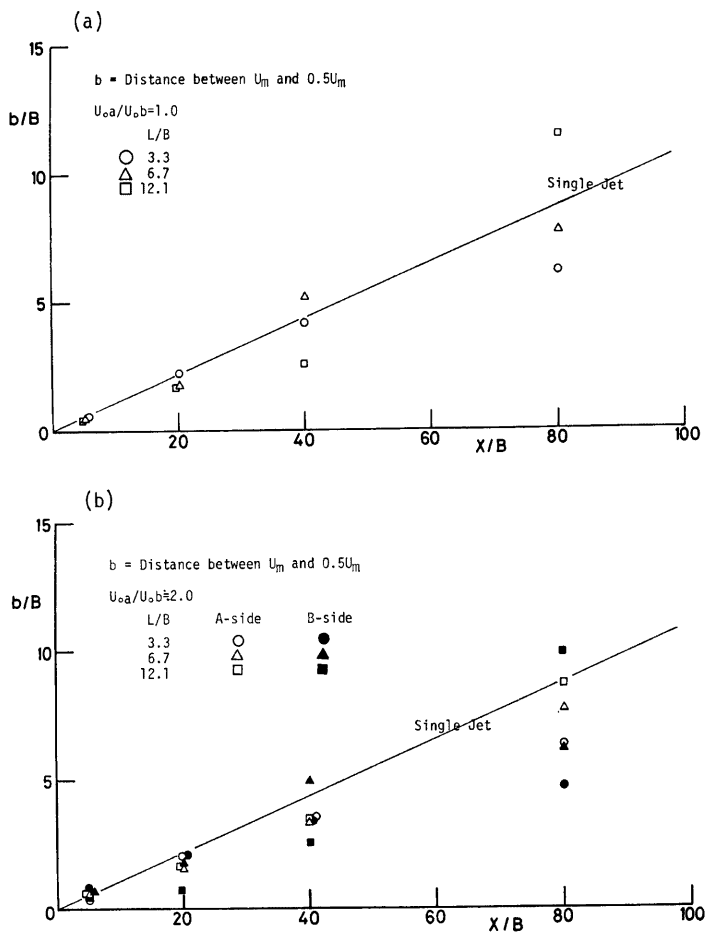


Fig. 12 Variation of mixing width b of dual jet. b is the lateral distance between U_m and $0.5U_m$.

るようである。

さて、Fig. 13 は、流速比 ϕ がほぼ 1 の実験ケースで得られた A 軸上および中央軸上に沿う流速低減を、 L/B をパラメータにとって図示したものである。同様に、Fig. 14 は $\phi = 2$ での A 軸上および B 軸上に沿う流速低減を示し、単独噴流の結果もそれぞれ併示された。また、図中には噴流合体位置 x_i が矢印で示されている。なお、ケース HA-2 および HA-3 はプロベラ流速計で得られた Fig. 3 の再図示であり、他のケースは hot-film で得られた結果である。これらの鉛直軸上の流速低減の一般的特性は Fig. 3 と同様である。まず $\phi = 1$ の場合、噴流間隔比 L/B が小さいほどノズルに近い位置から急減し、噴流合体位置 x_i 付

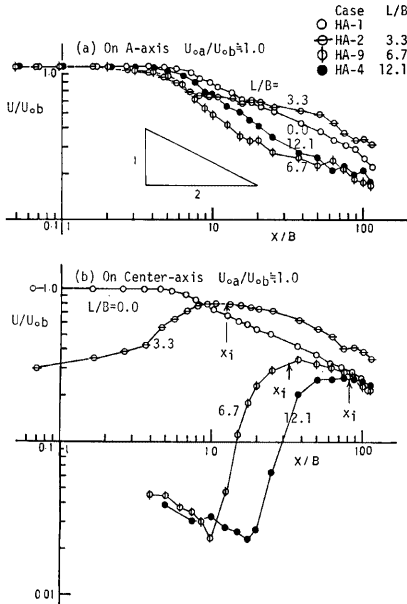


Fig. 13 Variation of velocity along the A- and Center-axes ($U_{0a}/U_{0b} \approx 1.0$).

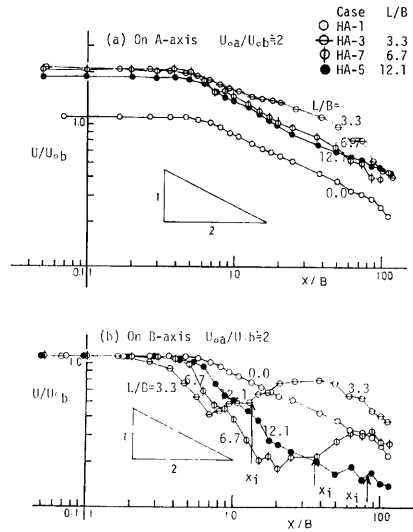


Fig. 14 Variation of velocity along the A- and B-axes ($U_{0a}/U_{0b} \approx 2.0$).

近で緩やかになったのち、ほぼ $-1/2$ 乗則に従って再低減する。中央軸上の流速はほぼ x_i まで両側の噴流によって加速され、平坦な遷移領域を経たのちはほぼ $-1/2$ 乗則で低減する。Fig. 13(b) の hot-film データは potential core 端 x_i 付近から一度低減し、その後、加速・急増する特異な傾向を示した。この凹部の流速は 0.8 cm/sec であり、hot-film はこのような微流速計測にはもともと不適當であるが、この凹部が何らかの水理学的に意味をもつ現象なのか検討の余地はあろう。

次に、 $\Phi=2$ の場合、A 軸上の流速は L/B が大きいほど $-1/2$ 乗則に良好に従う。一方、B 軸上の流速は L/B が大きいほど potential core は長くなるが、急低減を示す領域はかえって広く、 x_i 付近から A 噴流によって加速されたのち、ほぼ $-1/2$ 乗則で再低減する。

以上のような特性は式 (15) の流軸形状を考えると説明できる。 L/B が大きいほど鉛直軸上の potential core 長は大きく、流軸の傾斜率 m が小さくなることが推測される。すなわち、噴流間隔比が大きいほど相互の干渉・引き合い効果は小さくなり、単独噴流が独立に存在すると見なうようになる。実際、 x_i/L は L/B が大きいほど系統的に大きくなっている。また、噴流の合体を示す x_i 付近で軸上流速は一様化になる傾向を示し、(3) の遷移領域が形成されるといえる。

4.5 双対噴流場の簡単なモデル

本節では、これまでに得られた実験的な知見に基づいて双対噴流場のモデリングを簡単に行うが、これに先立って流量 $Q(x)$ 、運動量 $M(x)$ および エネルギー量 $E(x)$ を検討しておく。

これらの諸量を検討するにはまず基準断面を決める必要がある。3.1 で指摘したように、chamber からアプローチがない従来の噴流装置では放流口で一様流速分布が期待されるから(縮流等が現われぬよう精巧

なノズル加工が必要), $x=0$ を基準断面にとれば $Q_0 \equiv U_0 B$, $M_0 \equiv U_0^2 B$, $E_0 \equiv U_0^3 B/2$ となり, Q/Q_0 , M/M_0 , E/E_0 の変化特性を容易に検討できる。しかし, Fig. 2 で示した本実験装置には chamber からのアプローチ部があり, $x=0$ で 2 次元管路の流速分布をもっていると考えられる。したがって, Q_0 , M_0 , E_0 を評価するにはこの初期流速分布を知る必要があるが, これを計測することは極めて困難である。ノズル中心の最大流速 $U_{\max}$ が計測されたから, いま対数則分布が適用されると仮定すれば

$$M_0 = BU_{\max}^2 (1 - 2\phi + 2\phi^2) \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで, $\phi \equiv U_*/(\kappa U_{\max})$, U_* は摩擦速度, κ は Karman 定数である。ノズル内壁の摩擦がなければ当然 $\phi=0$ であるが, 本実験の場合 $\phi \approx 0.15$ すなわち式 (16) から $M_0 = 0.75 BU_{\max}^2$ となり, 初期流速分布を一樣と仮定すると M_0 を約 30% も過大に評価してしまう。このため, 基準断面を $x=0$ に設定することは適切ではなく, 本研究では $x/B=5$ すなわちほぼ potential core 端 x_1 に基準断面を選んだ。

さて, 式 (8)~(10) を Simpson 公式で近似して $Q(x)$, $M(x)$ および $E(x)$ の実験値を計算し, 基準断面で

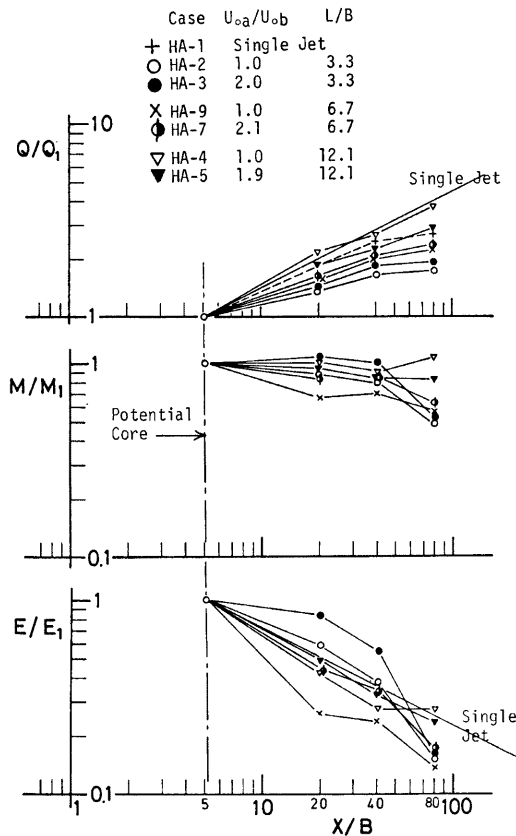


Fig. 15 Streamwise variation of volume-flux $Q(x)$, momentum-flux $M(x)$ and energy-flux $E(x)$.

の値 Q_1 , M_1 および E_1 でそれぞれ無次元化してその結果を Fig. 15 に示した。まず、式 (12) の運動量保存則はほぼ満足されているようであるが、実験値にはかなりのばらつきが見られる。これは、流速分布の計測点間隔が粗く、Simpson 公式による近似誤差がかなり生じたためと考えられる。流量 Q/Q_1 は確かに増加し、噴流間隔比 L/B が大きいほど単独噴流での理論値 $Q/Q_1 \propto (x/B)^{1/2}$ に近づく傾向を示しており、注目される。この実験値から双対噴流の連行係数を評価することは無理であるが、単独噴流が2本独立にある場合より連行量が小さくなることは確かである。一方、エネルギー量 E/E_1 は実験値のばらつきが大きく、確かなことはいえないが、噴流間隔比 L/B にはあまりよらずに単独噴流での理論値 $E/E_1 \propto (x/B)^{-1/2}$ に全般的に従うようである。

以上の実験結果から、双対噴流場のモデリングに当たって満足させるべき関係式は運動量保存則のみとなり、他の必要な関係式は現象論的に導入されなければならない。まず、Fig. 1 で示された (1) および (2) 領域とも流軸を適当にとればその平均流速はほぼ Gauss 分布で近似されるから、A, B 両噴流とも式 (6) で表わされる。Fig. 16(a) はこの様子を示すものであり、図中の環境水に面した (A_1) , (B_1) 領域はそれぞれ次式で表わされる。

$$U = U_{ma} \cdot \exp\{-0.693(y_a/b_a)^2\} \quad \text{for } (A_1)\text{-region} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$U = U_{mb} \cdot \exp\{-0.693(y_b/b_b)^2\} \quad \text{for } (B_1)\text{-region} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $y_a = y - (L/2 - \delta_a)$, $y_b = -y - (L/2 - \delta_b)$

式 (17), (18) を中央軸を含む (A_2) , (B_2) 領域まで拡張すると (図中に破線で示されている) $y = y_c$ で交叉

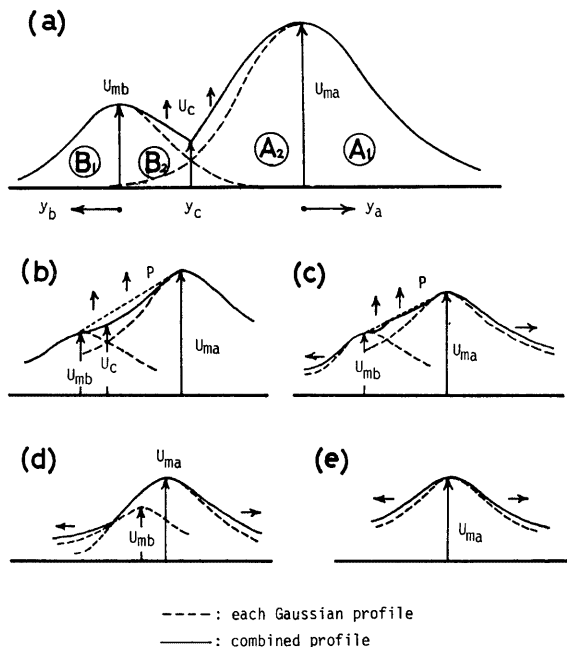


Fig. 16 Schematic explanation of the dual-jet model.

し、その流速は U_c となる。**Fig. 12** から $b_a \simeq b_b$ であり、これを単に b で表わすと

$$\frac{\gamma_c}{b} = -\frac{1}{2} \left(\frac{K_1 + \delta_a - \delta_b}{K_2} \right) \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 $K_1 \equiv \frac{1}{0.693} \ln \left(\frac{U_{ma}}{U_{mb}} \right)$, $K_2 \equiv \frac{L - (\delta_a + \delta_b)}{b}$

しかし、**Fig. 16(a)** の実線で示すように、この凹部は噴流相互の干渉によって $\hat{U}_c \equiv \beta U_c$ だけ加速されていると考えられる。すなわち、 (A_2) , (B_2) 領域の流速分布は次式で近似される。

$$U = U_{ma} \cdot \exp\{-0.693\beta_a(\gamma_a/b)^2\} \quad \text{for } (A_2)\text{-region} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$U = U_{mb} \cdot \exp\{-0.693\beta_b(\gamma_b/b)^2\} \quad \text{for } (B_2)\text{-region} \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここで、補正係数 β_a , β_b はそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \beta_a &= 1 - \frac{\ln \beta}{0.693(\gamma_{ac}/b)^2} & \beta_b &= 1 - \frac{\ln \beta}{0.693(\gamma_{bc}/b)^2} \\ \gamma_{ac} &= \gamma_c - (L/2 - \delta_a), & \gamma_{bc} &= -\gamma_c - (L/2 - \delta_b) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

当然、運動量 $M(x)$ は式 (17), (18), (20), (21) から

$$\begin{aligned} M(x) &= U_{ma} b \left\{ \int_0^{\infty} \exp(-1.386\eta^2) d\eta + \int_{\eta_c}^0 \exp(-1.386\beta_a\eta^2) d\eta \right\} \\ &\quad + U_{mb} b \left\{ \int_0^{\infty} \exp(-1.386\eta^2) d\eta + \int_{\eta_c}^0 \exp(-1.386\beta_b\eta^2) d\eta \right\} \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ここで、 $\eta_c = -0.5(K_1/K_2 + K_2)$, $\eta_c' = 0.5(K_1/K_2 - K_2)$

したがって、任意の位置 x で $M(x) \equiv M_1$ なる運動量保存則が満足されるように式 (22) から補正係数 β を決定すれば、双対噴流の流速分布形が評価される。このためにはさらに次の仮定が必要となる。

- (1) 流軸形状 δ_a , δ_b は式 (15) の直線分布で近似される (**Fig. 9** 参照)。
- (2) 流軸速度 U_{ma} , U_{mb} は式 (14) の $-1/2$ 乗則に従う (**Fig. 10** 参照)。
- (3) 噴流の半値半幅 b は式 (7) の直線分布で近似される (**Fig. 12** 参照)。

以上のような Gauss 分布の組み合わせで双対噴流の平均流速が簡単に近似されたが、**Fig. 16(a)** 以外に **(b)~(e)** に示した挙動が現われるときは次のように処理された。

(b) 補正流速 $\hat{U}_c$ が U_{mb} より大きくても U_{ma} と U_{mb} を結ぶ直線 P より小さければ **(a)** のまま計算する。

(c) $\hat{U}_c$ が直線 P より大きくなれば、 $\hat{U}_c$ を直線上にとり、運動量保存則 $M(x) \equiv M_1$ を満足させるように、半値半幅を $\hat{b} \equiv \gamma b$ と修正する。これは、両噴流間に鋭いピークをもたせない処置である。

(d) B 噴流の流軸速度 U_{mb} が A 噴流の Gauss 分布内に埋没する場合は半値半幅 $\hat{b}$ のみを修正する。

(e) 流軸が交叉したのちは半値半幅 $\hat{b}$ を修正する。

Fig. 16 には運動量保存則を満たすように修正された分布箇所が矢印で示されている。**(a)** は (1) の two-single-jet region, **(e)** は (2) の one-single-jet region, **(b)**, **(c)** および **(d)** は (3) の transition region をそれぞれ表わしていると考えられる。

さて、(1) 領域が最も広いケース HA-5 を対象として、**Fig. 9** から得られた流軸形状 δ_a , δ_b を用い、半値半幅 b の比例定数 c を $0.9 \sim 0.13$ に系統的に変化させて計算し、実測値と比較検討した結果、 $c=0.1$ に選べば断面流速分布は良好に一致することを見出した¹³⁾。**Fig. 12** に示したように、 $c=0.1$ の半値半幅の直線はすべてのケースにつきほぼ妥当な値と考えられるから、以下の計算では $c=0.1$ に決定した。

まず、**Fig. 17(a)** および **(b)** はそれぞれケース HA-4 および HA-5 の実測値 (**Fig. 6** 参照) と上述の噴流モデルとの比較を行ったものである。ケース HA-4 の計算に当たっても流軸形状は **Fig. 9** から決められ、実測値とモデル曲線との比較を見やすく行うために、A 噴流のノズル中心を $y=0$ にとって表示されている。両ケースとも、実測値とモデル曲線との一致は全般によく、噴流相互の干渉が比較的弱い x/B が 40 程度までは特に良好に一致している。

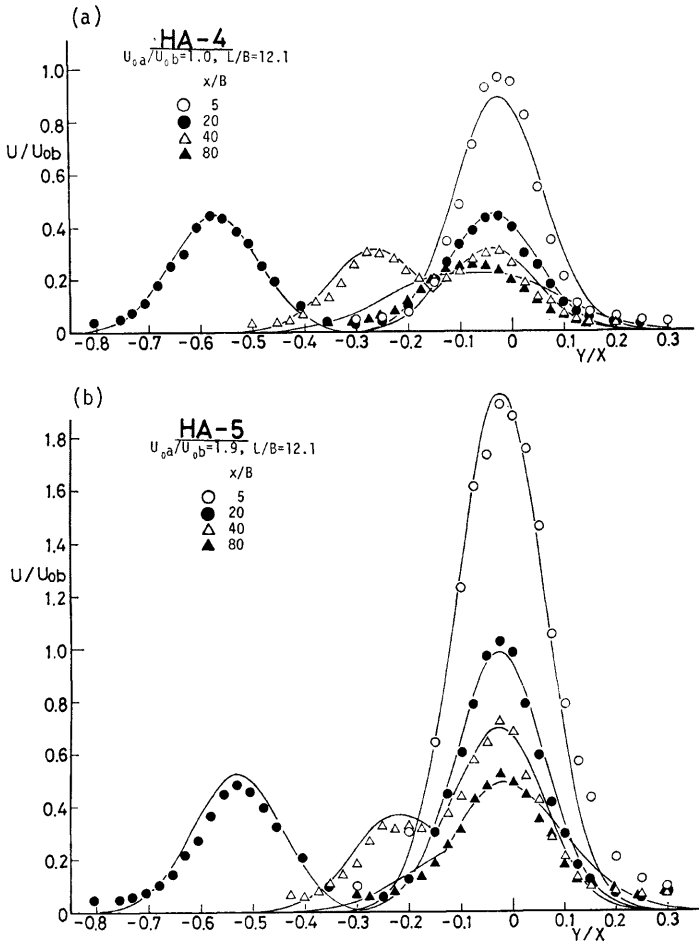
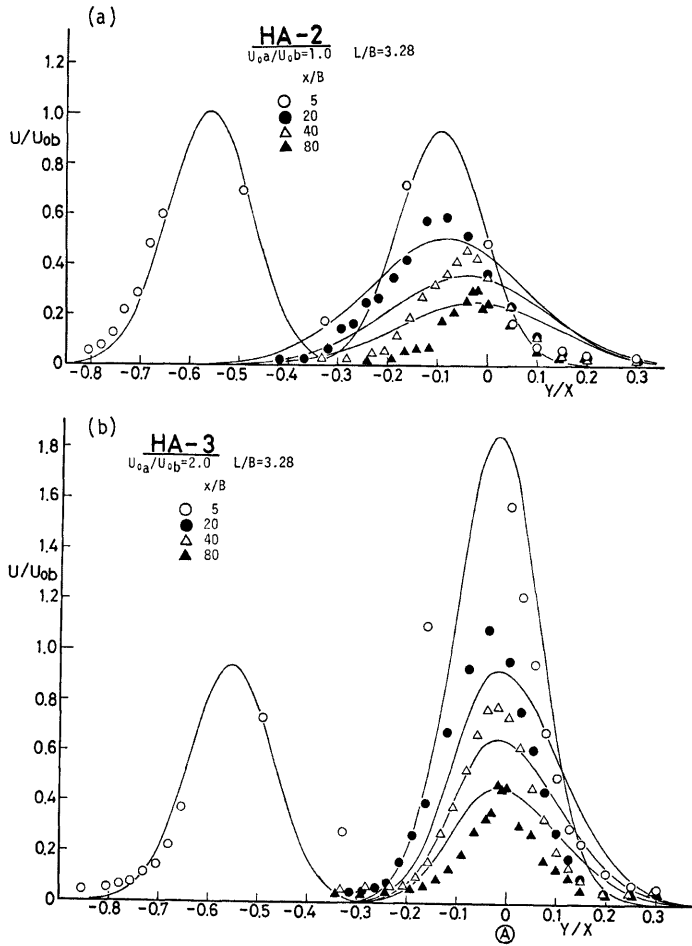


Fig. 17 Comparison of the present model with the observed data ($L/B=12.1$).

次に, Fig. 18 は噴流間隔比が最も狭いケース HA-2 および HA-3 の結果である。この場合, 流軸直線の実測値は得られず, 式 (15) の係数 m を変化させ (n の値はケース HA-5 と同じで, ほぼ零), このモデル曲線が実測の分布に一致するように選ばれた。双対噴流の全般的な特性はこのモデルによってほぼ表わされているが, 噴流合体後の $x/B \geq 20$ で定量的な差異がかなり見られる。本モデルでは, 噴流が合体しても流軸上の流速 U_m に依然式 (14) の $-1/2$ 乗則を適用したから運動量保存則を満足させるのに半値半幅 γ を若干増加させる必要があり (Fig. 16(e) 参照), このことは Fig. 12 の実測結果と相反している。すなわち, 噴流合体後の流軸流速 U_m は $-1/2$ 乗則より若干緩く低減し (この傾向は Fig. 10 の $x/B \geq 80$ に見られる), このた

Fig. 18 Comparison of the present model with the observed data ($L/B=3.3$).

め本モデルの曲線よりスリムな分布形となったものと考えられる。

Fig. 19 は、ケース HA-7 および HA-9 の結果であり、上述した Fig. 17 および 18 の中間的な双対噴流場を示している。流軸の係数 m も両グループの中間にあり（例えばケース HA-3, HA-7 および HA-5 の噴流 A では $m_a=0.025$ とほぼ一定でよかったが、噴流 B ではそれぞれ $m_b=0.175$, 0.13 および 0.085 となった）、可視化観測どおり噴流間隔比 L/B が大きいほど流軸の傾斜率 m は小さくなった (x_i/L を参照)。この実験ケースでも、 x/B が20程度の噴流合体前後までは実測値とモデル曲線との一致はほぼ良好であるが、噴流合体後の実測の流速分布はモデル曲線よりやせており、分布の裾部にかなりの差異が見られ

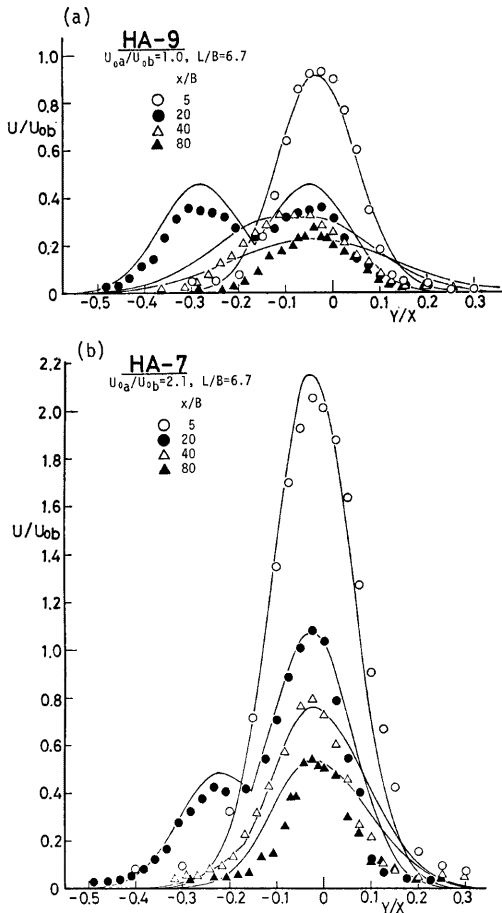


Fig. 19 Comparison of the present model with the observed data ($L/B=6.7$).

る。

以上のように、流量比が1:1の対称および1:2の非対称な双対噴流場でも噴流合体前後まではともにGauss分布を組み合わせた本モデルによってほぼ良好に表わされるが、噴流合体後のモデル曲線は若干扁平すぎ、流軸流速 U_m を $-1/2$ 乗則より緩く低減させることが必要と考えられる。しかし、噴流合体後の実測データは乏しく、さらに詳細な検討が必要であろう。

次に、Fig. 20 および 21 は流量比が1:1および1:2の各グループでの鉛直軸上に沿う速度低減に関するモデル計算結果であり、それぞれFig. 13 および 14 の実測値に対応している。このモデル曲線は実測値に定性的には良好に一致し、また L/B が大きいHA-4, HA-5では定量的にもかなりよい一致が見られ、双

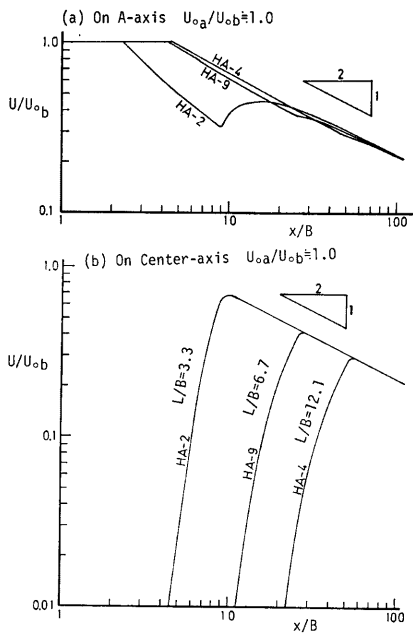


Fig. 20 Variation of velocity predicted by the present model. Compare it with Fig. 13.

対噴流場の特性を良好に説明している。特に、B軸上の x_i 付近の遷移挙動がこのモデルでも示されており、注目される。しかし、 L/B が小さな HA-2, HA-3 では $x \geq x_i$ で両者にかんりの差異が見られる。これは先述したように噴流合体後の本モデルでの流速分布が実測値より扁平になるためであって、本モデルの欠陥といえる。

最後に、Fig. 22 は流量 Q/Q_1 の変化特性を示すものであり、Fig. 15 の実測値に対応している。確かに、 L/B が小さいほど連行量は若干小さくなっているが、HA-2, HA-3 では $x/B \geq x_i/B \approx 13$ でこの計算曲線は実測値よりかなり大きく、 L/B の影響はあまり見られなくなる。これは、やはり噴流合体後のモデル分布が実測値のようにスリムに計算されていないためであり、改良を要する点である。

5. 乱れ変動特性

前章で双対噴流の平均流構造が概ね解明されたから、本章ではその乱れ変動特性を若干検討し、双対噴流

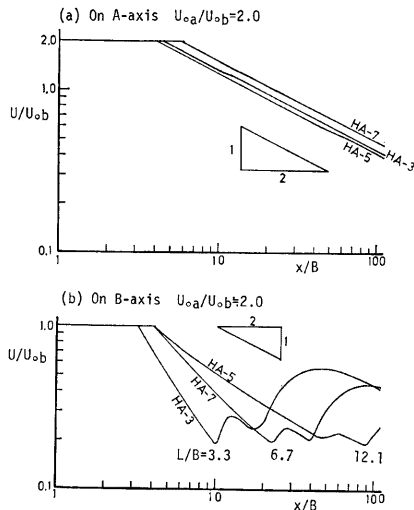


Fig. 21 Variation of velocity predicted by the present model. Compare it with Fig. 14.

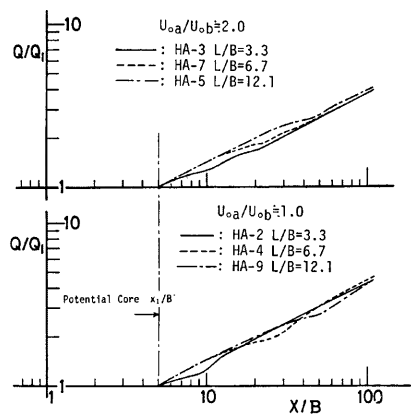
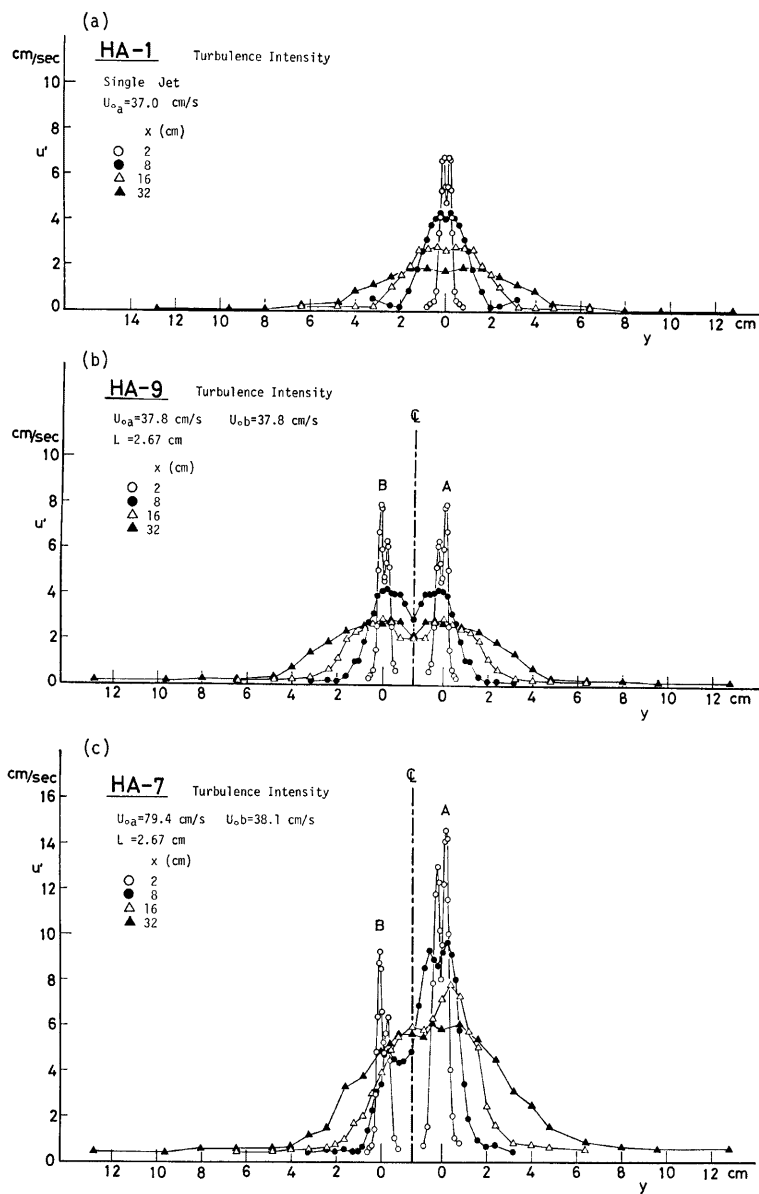


Fig. 22 Variation of volume-flux $Q(x)$ predicted by the present model. Compare it with Fig. 15.

Fig. 23 Distribution of turbulence intensity u' .

の乱流構造を解明する手掛りを与えることにする。なお、以下では噴流相互の干渉効果が顕著に現われている噴流間隔比が中間のケース **HA-7** および **9** を対象にして考察を進める。

5. 1 乱れ強度分布

Fig. 23 は、単独噴流（ケース **HA-1**）、流量が 1 : 1 の双対噴流（ケース **HA-9**）および 1 : 2 の双対噴流（ケース **HA-7**）で得られた乱れ強度 $u' \equiv \sqrt{u'^2}$ の分布をそれぞれ示すものである。まず単独噴流の大きな特徴は、 u' が流軸上付近で凹な分布になり、 $y/b=0.8$ で最大値をとる点である。これは、流軸上で乱れエネルギーの発生率が零になるためと説明されるが⁴⁵⁾、また次の混合距離モデルを適用してより平易に説明できる。

$$u' \simeq l |\partial U / \partial y| \quad \dots\dots\dots (24)$$

l は混合距離で、Tollmien 理論を使うと $l=0.758 \, c^{3/2} x = 0.758 \sqrt{c} \, b$ であり、式(6)を使うと式(24)は次式となる。

$$\frac{u'}{U_m} \simeq 1.05 \sqrt{c} (y/b) \cdot \exp\{-0.693 (y/b)^2\} \quad \dots\dots\dots (25)$$

式(25)は $y/b=0.849$ で最大値 $u'/U_m \simeq 0.54 \sqrt{c} \simeq 0.17$ をとり、この位置はちょうど式(6)の Gauss 分布の変曲点に当たる。さらに注目されうるのは、 u'/U_m が (y/b) で普遍表示され、すなわち乱れ構造に関しても単一スケール系では self-preservation の成立が期待できることである⁴⁵⁾。しかし、福岡らは、 x/B の増加とともに上述の流軸付近の凹部は平坦となり、プリュームの特性が呈すると報告しており⁹⁾、単独噴流に関しても不明な点は多い。

さて、双対噴流にもこの凹部特性が明瞭に現われる。すなわち、噴流合体前の $x=2 \text{ cm}$ 断面では A, B 各噴流の流軸位置に凹部が生じ、噴流合体後は凹部も 1 つに合体して行く挙動がよくわかる。噴流合体前 (**I**) 領域)でも各流軸に関して u' は対称分布せず、環境水に面した側でより大きなピーク値をとる。これは、式(24)のように流速勾配 $|\partial U / \partial y|$ の大小で説明されるが、環境水に面した側では連行現象が抑制されないため乱れの intermittency が大きく、せん断渦の寄与が大きいためと考えられる。

次に、双対噴流の場合の乱れ特性の無次元表示が問題とされるが、本研究では以下の理由で相対乱れ強度

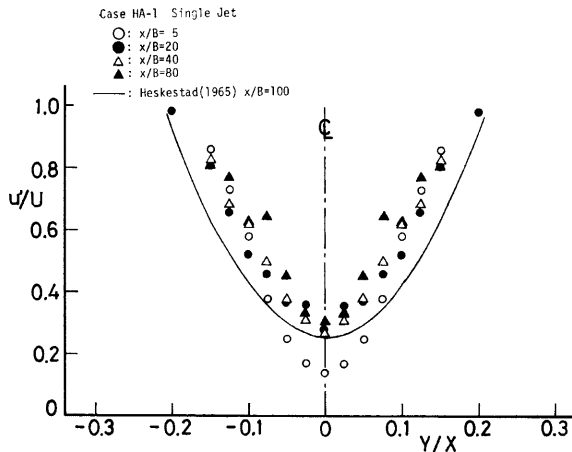


Fig. 24 Relative turbulence intensity u'/U of the single jet.

u'/U を y/x に対して検討する。

1) u'/U 表示は u'/U_m 表示より流軸位置が捕えやすい。

2) hot-film で計測の場合, u'/U の値は検定曲線係数にほとんど依存せず, それだけ高精度が期待できる⁶⁾。

まず, Fig. 24 は単独噴流の結果であり, Heskestad の実験曲線も併示された⁵⁾。 $x/B \geq 20$ で実験値はほぼ重複し, self-preservation 特性を示すと考えられ, この結果は Bradbury と一致するが⁴⁾, 定量的には著者らの値は Heskestad のものより若干大きくなっている。 u'/U は y/x (or y/b) の増加に従って単調に増加し, 流軸上で最小値をとることが注目される。なお, $y/x \geq 0.2$ での u'/U の計測値はばらつきが大きかった。この周辺領域は微流速であり, しかも V/U が大きいから⁵⁾, 環境水に一樣流速を与えぬ限り hot-film 計測がもともと不可能な領域である。したがって, 以下では $y/x \geq 0.2$ の解析は行われていない。

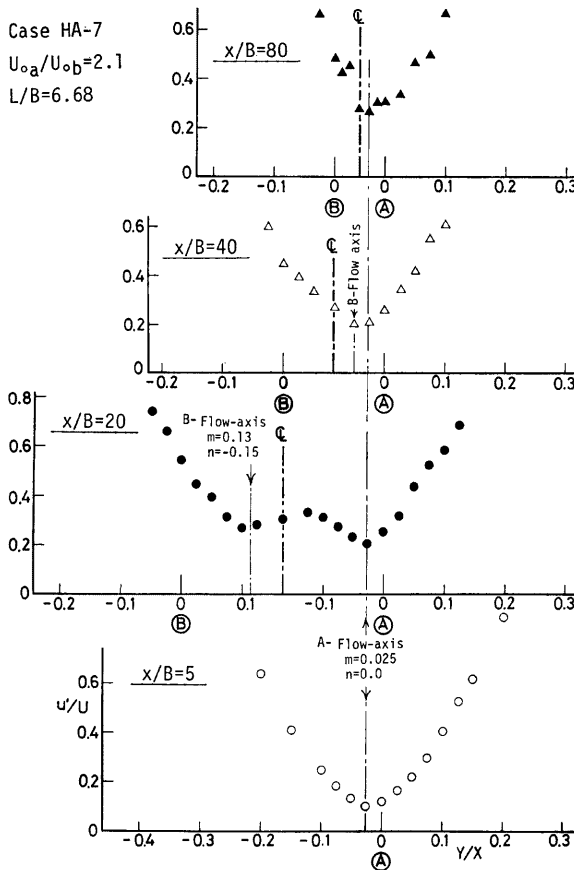


Fig. 25 Variation of relative turbulence intensity of the 1:2 dual-jet.

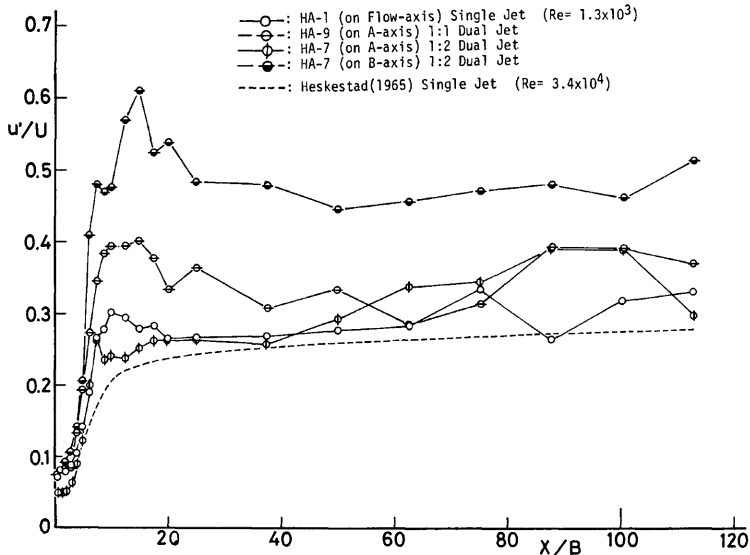
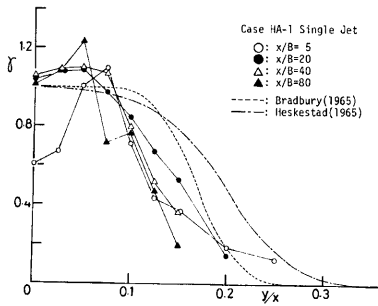


Fig. 26 Variation of turbulence intensity along each streamwise axis.

Fig. 25 は、HA-7 を例にとり、双対噴流の相対乱れ強度分布を示したものである。噴流合体前は最小値を2つもつ分布となるが、合体後は1つになっている。図中には、4.5 の双対噴流のモデルで採用された流軸位置を矢印で示しているが、 u'/U の最小となる位置との一致は極めてよい。この良好な一致は他のすべての実験ケースでも認められた。すなわち、双対噴流の相対乱れ強度は流軸位置を中心にとれば単独噴流のそれにはほぼ等しくなり、両者の乱流構造は顕著に相異なるものではないことが示唆される。

Fig. 26 に、鉛直軸上に沿う相対乱れ強度が示され、Heskestad の実験曲線も併示された。まず、単独噴流のケース HA-1 では x/B の増加に従って u'/U は $x/B \approx 5$ の potential core 端付近から急増し、 $x/B \approx 10$ で $u'/U \approx 0.3$ の最大値を示したのち減少し、 $x/B \geq 20$ ではほぼ一定値に達して、前述したように self-preservation が成立している。 $x/B \geq 20$ での u'/U の収束値は Reynolds 数 Re が小さいほど大きいことが報告され⁹⁾、Heskestad の $Re = 3.4 \times 10^4$ に対して本実験では $Re = 0.13 \times 10^4$ と約1オーダも小さく、Fig. 26 に示した両者の差異がこのことから説明される。しかし、 $x/B \leq 20$ での両者の定性的な差異は明らかである。第1章で述べたように Bradbury や Heskestad 等が研究した1960年代は、ノズルからかなり離れた self-preservation が成立する領域が主として研究対象にされ、ノズル近傍に対するデータは数少ない。ところが、1970年代初めにノズル近傍には大規模スケールの渦輪の発生および崩壊がほぼ規則的に生じていることが報告され^{7,8)}、このいわゆる puff 現象が乱流の coherent structure (ordered or organized motion) を示す事例として最近注目されている¹⁰⁾。後述するように、本研究で得られた $x/B \approx 10$ 付近の乱れ強度の増幅はこの周期的な puff 現象の存在によるものと考えられ、特に注目される。

さて、双対噴流のA軸上およびB軸上の乱れ強度の変化は、Fig. 25 で示された流軸特性を考慮すれば容易に説明される。すなわち、流軸位置 θ_a , θ_b が大きいほど各鉛直軸上の相対乱れ強度 u'/U は大きくなるはずであり、Fig. 26 にはこの結果が現われている。双対噴流でも $x/B \geq 20$ で u'/U の値はほぼ一定に達するようであるが、 $x/B \leq 20$ には u'/U にピーク特性が現われ、やはり puff 現象の存在が示唆される。

Fig. 27 Intermittency factor γ of the single jet.

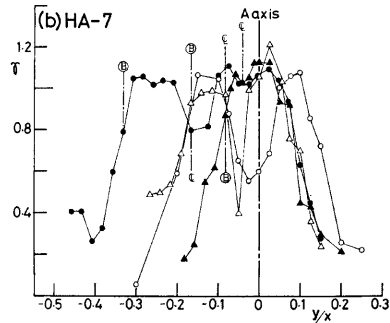
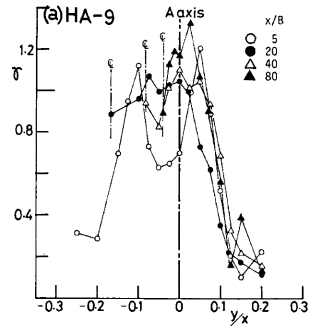
5. 2 Intermittency 特性

噴流構造の大きな特性の1つは、噴流周辺部から環境水を間欠的 (intermittent) に巻き込み、連行することであり、噴流中心部側の乱流域と環境水側の非乱流域との界面には大スケールの複雑な bulges 運動が発生する。この運動は噴流の連行機構の中心であり、intermittency をもつことで特徴づけられる。Fig. 4~7 の可視化写真には噴流周辺部に大規模な bulges 運動が存在し、これが intermittent に起こることが容易に理解される。この intermittent な特性を定量評価するのに intermittency factor γ があり、ある計測点における乱流域の時間占有率で定義される。すなわち、hot-film の出力信号 $u(t)$ が乱流波形なら1、非乱流 (層流) 波形なら0と統計処理すれば intermittency factor γ が得られるが、実際の出力信号 $u(t)$ はかなり複雑で、乱流・非乱流の波形を識別する判定条件が研究者によってまちまちであるのが実状である。合理的な判定条件の設定は今後の課題として、本研究では次の簡便法によって γ を定性的に評価する。すなわち、 γ が1に近く乱流域にあれば $u(t)$ はランダム変動特性が強く、その Flatness factor $F \equiv \bar{u^4}/\bar{u}^4$ は Gaussian 値の3にほぼ近くなる。一方、 γ が0に近く非乱流域にあれば $u(t)$ はパルスの特性をもつから F は3以上に増大する。したがって、 $\gamma \propto 1/F$ なる関係がほぼ成り立つと推測され、実際 Heskestad は実測の intermittency factor γ が $y/x \leq 0.2$ ではほぼ $2.8/F$ に一致することを見出した。したがって、本研究では

$$\gamma = 2.8/F$$

を使って intermittency factor γ を概算することにする。

Fig. 27 は単独噴流で得られた γ の値であり、intermittency 計測器から直接評価した Bradbury や Heskestad の実験曲線 (self-preservation 領域で得られた) も併示した。 γ の定義に従えば $0 \leq \gamma \leq 1$ となるはずであるが、式 (26) からの γ は1を若干超える場合もある。しかし、self-preservation が成立する $x/B \geq 20$ では式 (26) からの評価値は Bradbury や Heskestad のものに定性的には十分よく一致し、intermittency 特性を正しく表わしていると考えてよい。すなわち、 $y/x \leq 0.1$ (or $y \leq b$) では $\gamma \approx 1$ であり、完全乱流域となるが、 $y/x \geq 0.2$ (or $y \geq 2b$) では $\gamma \approx 0$ となり非乱流域の環境水によって占められ、 $b \leq y \leq 2b$ で intermittent な bulges 運動が生じていると考えられる。この図で注目される点は、 $x/B = 5$ での γ が噴流中

Fig. 28 Intermittency factor γ of the dual jet.

$$\dots\dots\dots (26)$$

心部でさえ 1 よりかなり小さく, intermittency の強い何らかの現象が生じていると推測されることである。この現象がはかならない puff 現象と考えられ, 後述される。

次に, Fig. 28 は双対噴流での γ 特性である。 $x/B \geq 20$ では流軸を中心として $|y| \leq b$ では $\gamma \approx 1$ の完全乱流域であり, その外側 ($|y| \geq b$) は intermittency の強い bulges 運動領域となるが, 環境水に面した側に比べ噴流間の γ は大きく, bulges 運動が抑制される, すなわち連行機能が劣ると考えられ, これまでの考察結果に一致する。これらの双対噴流でも $x/B = 5$ の流軸付近では γ の値は 1 よりかなり小さく, intermittent な puff 現象の存在が示唆される。

最後に, Fig. 29 は鉛直軸上での γ の変化特性を示すものである。図から明らかに, potential core 端 ($x_1/B \approx 5$) より下流では γ はほぼ 1 となり, 完全乱流域といえる。一方 $x \leq x_1$ では γ はほぼ 0.5 の一定値となり注目される。すなわち, この領域には乱流と非乱

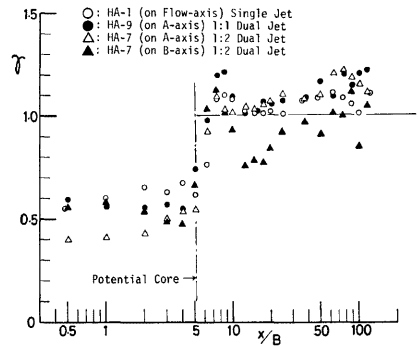


Fig. 29 Variation of intermittency factor along each streamwise axis.

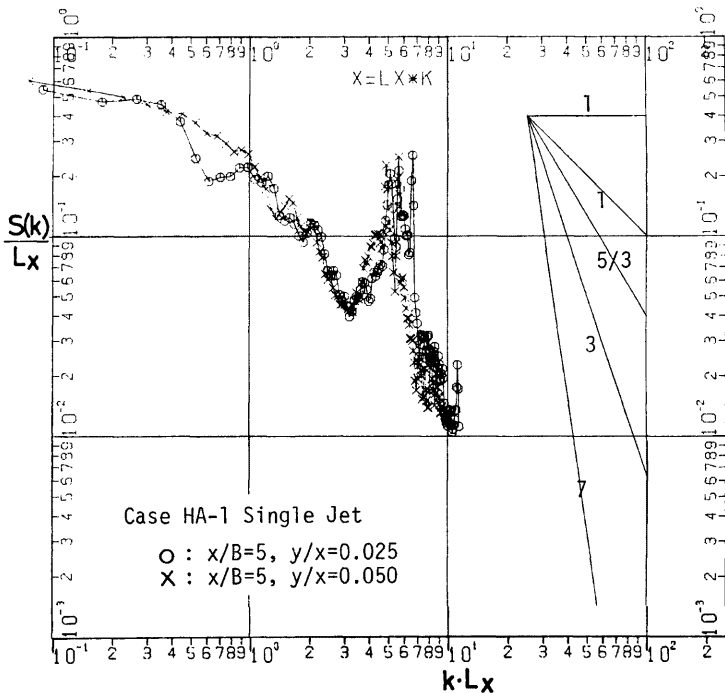


Fig. 30 An example of spectral distribution $S(k)$ normalized by macro-scale L_x .

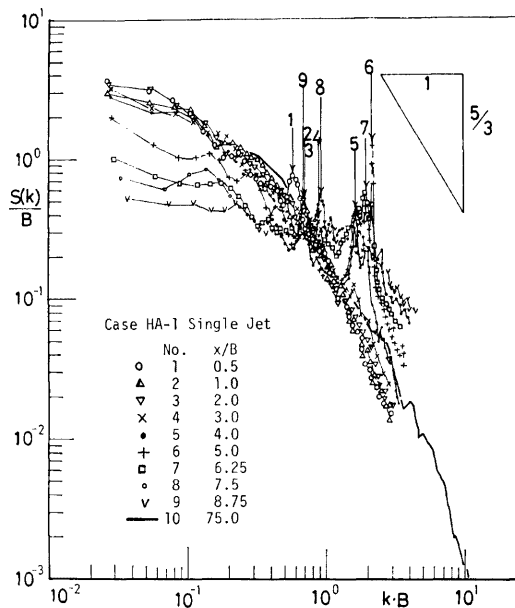


Fig. 31 Spectral distributions near the nozzle or in the near-field. The **puff phenomenon** is observed near the edge of potential core.

流とが交互にはほぼ同じ比率で発生・移流されると予測され、puff 現象の一側面を捕えていると推測される。

5. 3 波数スペクトル分布

F・F・T 法 (データ数 $N=4,096$) で速度変動 u のスペクトル解析を全計測点について行い、それぞれの u^2 で規準化したのち波数スペクトル $S(k)$ に変換された。これらの結果は電算処理後 **X-Y** プロッターで図化されたが、この一連のプログラムに関しては文献 6) を参照されたい。Fig. 30 はその一例であり、次式で評価される平均渦径 L_x で無次元表示されている。

$$L_x = (\pi/2) \cdot S(k=0) \quad \dots\dots\dots (27)$$

Fig. 30 は potential core 端での結果であり、 $k \cdot L_x = (5 \sim 6)$ に卓越スペクトル部が見られる。他の計測点で得られたスペクトル分布をすべて検討した結果、先述の intermittent な特性が強い領域でこのような卓越部が生じ、何らかの規則的な運動の存在が示唆された。すなわち、噴流外縁部 ($y > 2b$) では bulges 運動が捕えられたと考えられるが、先述のようにここでの hot-film データの精度は悪く、ノイズ等と混同されがちであるから以下ではこの噴流外縁部でのデータは検討されない。一方、Fig. 30 のように potential core 端付近には明白な卓越部が生じ、(ここでのデータは高精度が期待できる)、これが puff 運動を捕えていると考えられるから、以下で若干検討する。

Fig. 31 は単独噴流を例にとり、ノズル近傍で得られた流軸上のスペクトル分布 $S(k)$ を Strouhal 数 $S_t \equiv fB/U = k \cdot B/2\pi$ (ここで、 f は周波数) の形で無次元表示した結果である。 $S(k)$ には卓越部が現われ、このピーク部を矢印で図中に示した。また、後述するように $x/B=75.0$ では十分に発達した乱流のスペクトル

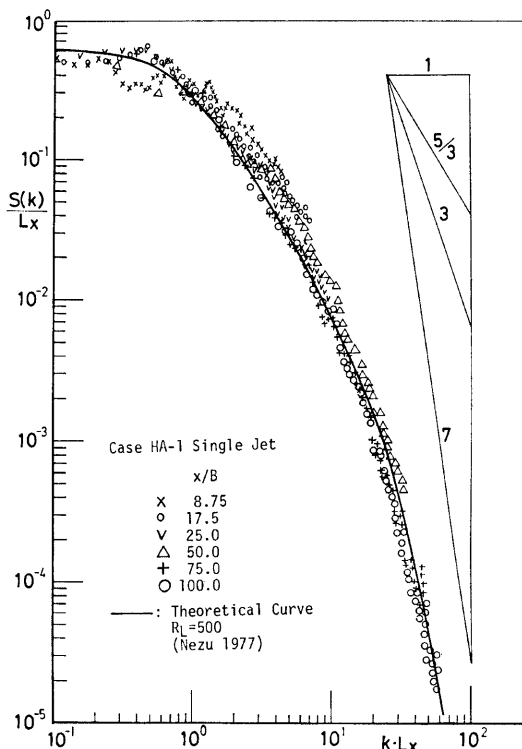


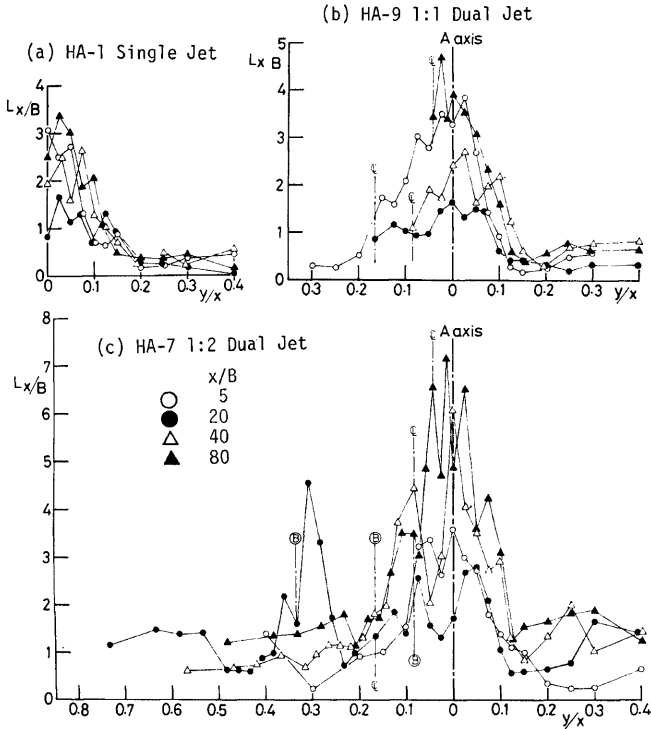
Fig. 32 Spectral distributions in the far-field or the self-preserving region.

分布が得られるから、比較のためにこの結果を太線で図中に示した。

$x/B=0.5$ のノズルのごく近傍では $x/B=75$ の結果と比較して、高波数部の寄与が小さく、層流的と考えられるが、 $k \cdot B \approx 0.6$ に卓越部が見られる。 x/B の増加に伴って、この卓越部は発達すると同時に高波数部側へと移行し、 $x/B \approx 5$ の potential core 端付近で最も発達・増幅される。一方、 $x/B > 5$ ではこの卓越部は低波数部側へと減衰し、次第に十分に発達した乱流部での結果に近づくようである。このことを検討するために、Fig. 32 に $x/B \geq 8.75$ のスペクトル分布が L_x で無次元表示された。確かに、 x/B が増加すると、puff 運動の発生・発達・崩壊過程で生じた高波数部での卓越部は次第に消滅し、 $x/B \geq 20$ ではほぼ普遍特性分布を示すようである。図中の実線は、せん断乱流に関して慣性小領域までは Karman の式、粘性小領域には Heisenberg の式をそれぞれ適用し、逸散スペクトル、すなわち

$$\int_0^\infty k^2 \cdot S(k) dk \equiv \lambda_x^{-2} \quad \dots\dots\dots (28)$$

が等方性乱流からの $\varepsilon/15 \nu u'^2$ (ここで、 ε は乱れエネルギーの逸散率) に一致するように両者を内挿した理論曲線であり、 $R_L \equiv L_x \cdot u'/\nu$ が 500 の結果である⁶⁾。この曲線は十分に発達した乱流での理論解と考えられ、 $x/B \geq 20$ の self-preservation 領域での実験値はこの理論曲線に一致し、きわめて注目される。

Fig. 33 Distribution of macro-scale L_x .

以上のように, potential core 端付近には puff 現象と考えられる周期的な運動が存在し, 流下方向に行くにつれてこの卓越周期部は消滅し, 十分に発達した乱流で成立する普遍特性分布へと収束する。この結果は, ケース HA-7 および HA-9 の双対噴流にも同様に見られ, 噴流一般の特性とも推測される。

5. 4 puff 現象と平均渦スケール

これまでの考察から, potential core 端付近には coherent な運動が存在し, これが Crow ら⁷⁾ や Browand ら⁸⁾ が可視化観測した puff 運動であると推測された。これを結論づけるにはさらに詳細な実験が必要であるが, 以下の平均渦スケール L_x および Strouhal 数 S_t の特性にもこの puff 運動の存在が示唆された。

まず, Fig. 33 は式 (27) から評価された平均渦スケール L_x の噴流断面内での変化特性である。 L_x は流軸部で最大となり, 噴流外縁部に行くに従って減少し, この特性は混合距離 l と同様である²⁾。各断面での変化特性は互いにほぼ相似であるが, $x/B = 5$ から 20 で L_x は一度減少し, $x/B \geq 20$ では増加するようである。この特性を鉛直軸上に沿って検討したものが Fig. 34 である。図から明らかなように, potential core 端までは $L_x/B \approx 5$ とほぼ一定であるが, $5 \leq x/B \leq 10$ で減少し, $x/B \geq 10$ ではほぼ直線的に増加している。古典的な領域区分では $x/B \geq 5$ は Zone of established flow であり, その半値半幅 b は式 (7) で示すように直線変化する。 $x/B \geq 10$ での L_x はこの b にほぼ比例し, すなわち平均渦スケールは拡散幅に比例して流下

方向に増加するものといえる。一方, puff 運動の発生・発達区間と考えられる $x/B \leq 5$ では (古典的な領域区分では Zone of flow establishment), 平均渦径はほぼ一定であり, この運動の崩壊すなわち十分に発達した乱流への遷移区間と考えられる $5 \leq x/B \leq 10$ では平均渦径も減少している。

ところで, 円形噴流で得られた puff 運動に関する研究成果から, Crow らは, potential core 端で Strouhal 数 $S_t = 0.3$, 波長 $\lambda/D = 2.38$, 位相速度 $U_c = 0.71 U_0$ の卓越した puff 運動が存在し, この下流では puff 運動は崩壊してランダムな運動となると結論づけている。この場合の平均渦径 L_x は $L_x = (\lambda/U_c) \cdot U_0$ すなわち $L_x/D = 2.38/0.71 = 3.4$ であり, Fig. 34 で示した本研究での値と同程度となり, 注目される。

次に, Fig. 35 は Fig. 31 で示された卓越波数を Strouhal 数 $S_t \equiv k \cdot B / 2\pi$ で示した結果である。速度 U が大きいケース HA-7 の A 軸上では卓越波数を見出すのに本研究の最大解析周波数 50 Hz では不十分で, このデータは他のケースより誤差が大きいと考えられる。このデータを除けば, S_t は potential core 端までは単調に増加して $S_t \approx 0.3$ となり, $x/B \geq 5$ で減少するようである。この結果は Crow らのものと同く一致し, puff 運動の発生・発達・崩壊過程を表わしていると考えられる。

6. 結 論

本研究は, 温排水等の廃水処理を有効に行う multi-diffuser の開発を目先して, 2 次元ノズルが 2 本平行に設置された双対噴流に関する実験的研究を行い, multi-diffuser の最も基本的な特性である噴流群相互の干渉効果に関して検討したものである。すなわち, 噴流相互の流量比を 1 : 1 および 1 : 2 に, また噴流間隔比を 3.3, 6.7 および 12.1 と系統的に変化させ, 双対噴流の平均流特性および乱れ特性に関して実験的に検討し, この乱流場を説明する簡単な噴流モデルを提示したものである。得られた主な知見を列挙すれば次のとおりである。

(1) 双対噴流群は流下するにつれて互いに引き合い, 強い相互作用を演じて合体する。したがって, (1) 干渉効果が比較的弱い合体前の独立な噴流群領域 (2) 合体して一つの噴流と見なせる領域 (3) 両領域の中間にあり, 噴流相互の干渉効果が強い遷移領域とに領域区分される。

(2) (1) 領域は各噴流の流軸を中心として単独噴流の特性でほぼ近似され, その平均流速は Gauss 分布

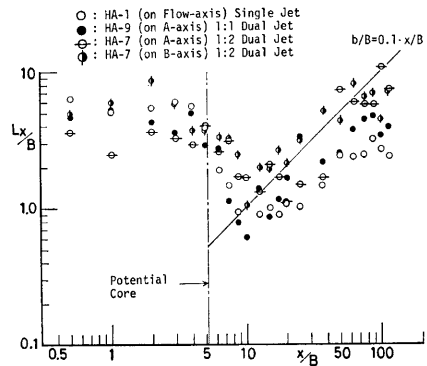


Fig. 34 Variation of macro-scale along each streamwise axis.

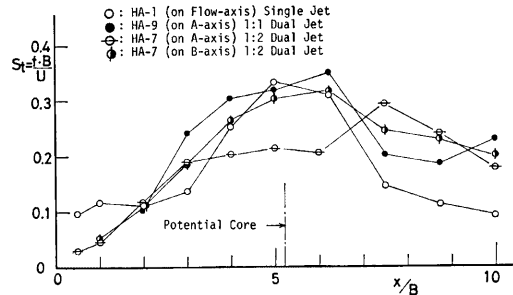


Fig. 35 Variation of Strouhal number S_t in the puff phenomenon.

で表わされる。流軸形状は流下方向にほぼ直線で近似される。流量比が大きいほど、小流量の噴流の流軸傾斜は大きく、非対称な乱流場が形成される。また、噴流間隔比が大きいほど流軸の傾斜は緩くなり、次第に干渉のない独立した単独噴流群へと移行する。

(3) (2) 領域もほぼ単独噴流の特性で近似されるが、その速度低減は $-1/2$ 乗則より若干緩く、このため拡散幅は単独噴流の値より若干小さく、スリムな流速分布形状を示す。

(4) 流軸を直線近似し、運動量保存則を満たすように平均流速を Gauss 分布の組み合わせで表示して、簡単な双対噴流モデルが提示された。その結果、このモデルによって双対噴流の平均流特性がほぼ良好に説明される。

(5) 乱れ強度分布などの乱れ特性値も流軸を中心にとれば単独噴流の特性に概ね一致する。したがって、双対噴流の乱流構造は単独噴流のそれに顕著に相異なるというものではないことが示唆される。

(6) potential core 端付近には、intermittent な特性を示す coherent な運動が存在し、乱れ強度も発達・増幅される。スペクトル分布特性および平均渦径を検討した結果、この運動は Crow らのいう puff 現象であり、その卓越 Strouhal 数は約 0.3、平均渦スケールはノズル幅の約 5 倍程度となった。

本研究は、多設噴流群の水理特性に関する知見を得る上でまだ緒についた段階であり、今後基礎的・応用的研究、特に potential core 端付近に発見された puff 現象に関してその発生・発達・崩壊機構を詳細に検討して行きたい。これは、bursting 現象のような coherent な乱流構造を解く一つの手掛りを与えるばかりでなく、噴流は potential core 端付近から発達して self-preserving な乱流へと移行するからここでの知見が噴流全体を支配する境界条件となり、噴流群の応用を図る上からも重要な課題と考えるからである。

最後に、本研究を遂行するのに実験およびデータ整理にご協力下さった京都大学院生 北村卓也君に衷心から謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) Rajaratnam, N.: *Turbulent jets, Developments in water science*, vol. 5, Elsevier, 1976.
- 2) van der Hegge Zijnen, B.G.: Measurements of the velocity distribution in a plane turbulent jet of air, *Appl. Sci. Res.*, vol. 7, Sec. A, 1958, pp. 256-276.
- 3) Albertson, M.L., Dai, Y.B., Jensen, R.A. and Rouse, H.: Diffusion of submerged jets, *Trans. of ASCE*, vol. 115, 1950, pp. 639-697.
- 4) Bradbury, L.J.S.: The structure of a self-preserving turbulent jet, *J. Fluid Mech.*, vol. 23, 1965, pp. 31-64.
- 5) Heskestad, G.: Hot-wire measurements in a plane turbulent jet, *Trans. of ASME, J. Appl. Mech.*, 1965, pp. 1-14.
- 6) 瀬津家久：開水路流の乱流構造に関する基礎的研究，京都大学・学位論文，1977.
- 7) Crow, S.C. and Champagne, F.H.: Orderly structure in jet turbulence, *J. Fluid Mech.*, vol. 48, 1971, pp. 547-591.
- 8) Browand, F.K. and Laufer, J.: The role of large scale structures in the initial development of circular jets, 4th Symp. on *Turbulence in liquids* (1975), Univ. of Missouri-Rolla, Science Press, 1977, pp. 333-344.
- 9) 福岡捷二・佐藤郁太郎：二次元噴流中のオーガナイズド・モーションの構造とその水理学的役割，土木学会論文報告集，第277号，1978，pp. 71~83.
- 10) 村岡浩爾：鉛直上向き噴流の水理特性に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第197号，1972，pp. 71~81.

- 11) Mih, W. and Hoopes, J.A.: Mean and turbulent velocities for plane jet, Proc. of ASCE, HY-7, 1972, pp. 1275-1294.
- 12) Tennekes, H. and Lumley, J.L.: *A first course in turbulence*, MIT Press, 1972.
- 13) 中川博次・禰津家久他：双対2次元噴流群の乱流構造について，土木学会関西支部年講，Ⅰ-9，1979.
- 14) Davies, P.O.A.L. and Yule, A.J.: Coherent structures in turbulence, J. Fluid Mech., vol. 69, 1975, pp. 513-539.
- 15) 田中栄一：二次元平行噴流の干渉，日本機械学会論文集，第274，1969，pp. 1257~1264 および 第327号，1973，pp. 3386~3393.