

Generation of a class of fractals on personal computers

徳島大学 総合科学部 亀高 惟倫(Yoshinori Kametaka)

高山 信毅(Nobuki Takayama)

ハウスドルフ次元が計算できるような一連の自己相似図形をパソコングラフィックスにより目に見えるようにした. 複素平面上に3点 $0, 1, (1+i)/2$ を頂点とする直角二等辺三角形 A をとる. 9個の縮小写像

$$f_0(z) = z/3,$$

$$f_1(z) = (1 + iz)/3,$$

$$f_2(z) = (1 + i + z)/3,$$

$$f_3(z) = (1 + i + 1 - iz)/3,$$

$$f_4(z) = (1 + i + 1 - i + iz)/3,$$

$$f_5(z) = (1 + i + 1 - i + i - z)/3,$$

$$f_6(z) = (1 + i + 1 - i + i - 1 - iz)/3,$$

$$f_7(z) = (1 + i + 1 - i + i - 1 - i + z)/3,$$

$$f_8(z) = (1 + i + 1 - i + i - 1 - i + 1 + z)/3$$

を考える. $A = f_0(A) \cup \dots \cup f_8(A)$ となる. 集合を集合に写す写像

$$F_1(S) = \bigcup_{j=1,6} f_j(S), \quad F_2(S) = \bigcup_{j=2,5} f_j(S), \quad F_3(S) = \bigcup_{j=3,4} f_j(S)$$

にたいしそれぞれ不変集合 $K_j = F_j(K_j)$ ($j = 1, 2, 3$) がある. そのハウスドルフ次元はハッチンソンの条件が満たされていることから簡単に計算できて $\log 7 / \log 3 = 1.77124\dots$ である. $1, i, -1, -i$ にそれぞれ指数 $0, 1, 2, 3$ を対応させる.

$$(0, 1, 0, 3, 1, 2, 3, 0, 0; 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1),$$

$$(0, 1, 0, 3, 1, 2, 3, 0, 0; 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1),$$

$$(0, 1, 0, 3, 1, 2, 3, 0, 0; 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1)$$

をそれぞれ K_1, K_2, K_3 のジェネレータとよぶ. $0, 1, 0, 3, 1, 2, 3, 0, 0$ に対応

して $1, i, 1, -i, i, -1, -i, 1, 1$ を相対変位として線分をかく。そのときセミコロン以下の $1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1$ に従って 1 ならペンダウン 0 ならペンアップする。これを一通り実行すると $I = \{z ; 0 < \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z = 0\}$ として $F_1(I)$ をかいたことになる。 $F_1 \circ F_1(I), F_1 \circ F_1 \circ F_1(I), \dots$ とかいてゆくと、この極限が K_1 であるので K_1 の近似図形をかいたことになる。

一般に $n \geq 3$ に対して A はその $1/n$ 縮小形 n^2 個で敷き詰めて覆うことができる。上と同様の縮小写像 $f_j(z)$ ($0 \leq j \leq n^2 - 1$) のうちから適当に m 個抜いたもので集合写像 $F(S)$ を定義する。 F の不変集合 $K = F(K)$ の近似形を同様のプログラムで作図することができる。このとき K のハウスドルフ次元は $D = \log(n^2 - m) / \log n$ となる。最も簡単な場合 ($n = 3$) の BASIC によるプログラムと結果は次のようである。

```

10 'FRAC TAL (3,1), LEVEL=5
20 'Y.KAMETAKA (TOKUSHIMA UNIV.), NOVEMBER 22, 1986
30 CONSOLE 0,25,0,1:SCREEN 3,0,0,1:CLS 3
40 WINDOW(-198,-321)-(441,78)
50 DIM A(50),B(50),C(50),D(50)
60 N=3:M=1:NS=0:COL=1
70 NM=N*N:N1=NM-1
80 DATA 0,1,0,3,1,2,3,0,0
90 FOR J=0 TO NM1:READ A(J):NEXT J
100 DATA 0,1,3,2,2,3,1,0,0
110 FOR J=0 TO NM1:READ B(J):NEXT J
120 FOR I=1 TO 3
130 D(I)=1:NS=NS+1:CLS 3
140 FOR J=0 TO NM1:C(J)=1:NEXT J
150 FOR I=1 TO M
160 FOR J=0 TO NM1
162 IF B(J)=D(I) THEN C(J)=0
163 NEXT J
170 NEXT I
180 XX=0:YY=0
190 PSET(0,0),COL
200 FOR L=0 TO 3
210 FOR J4=0 TO NM1
220 FOR J3=0 TO NM1
230 FOR J2=0 TO NM1
240 FOR J1=0 TO NM1
250 FOR J0=0 TO NM1
260 UP=C(J0)*C(J1)*C(J2)*C(J3)*C(J4)
270 S=(A(J0)+A(J1)+A(J2)+A(J3)+A(J4)+L) MOD 4
280 S=S+1
290 ON S GOSUB 440,450,460,470
300 XX1=XX+X:YY1=YY+Y
310 IF UP=0 GOTO 330
320 PSET(XX1,YY1),COL
330 XX=XX1:YY=YY1
340 NEXT J0
350 NEXT J1
360 NEXT J2
370 NEXT J3
380 NEXT J4
390 NEXT L
400 DEF SEG=81A800
410 BSAVE "B:A"+MID$(STR$(NS),2,2),8H0,8H7D00
420 NEXT I1
430 END
440 X=1:Y=0:RETURN
450 X=0:Y=-1:RETURN
460 X=-1:Y=0:RETURN
470 X=0:Y=1:RETURN

```

```

10 'FRAC TAL (3,1), L<=LEVEL<=5
20 'Y.KAMETAKA (TOKUSHIMA UNIV.), NOVEMBER 22, 1986
30 '
40 '
50 CONSOLE 0,25,0,1:SCREEN 3,0,0,1:CLS 3
60 WINDOW(-198,-321)-(441,78)
70 DIM A(20),B(20),C(20)
80 N=9:N1=N-1:NS=0:COL=1
90 '
100 DATA 0,1,0,3,1,2,3,0,0
110 FOR J=0 TO N1:READ A(J):NEXT J
120 DATA 0,1,3,2,2,3,1,0,0
130 FOR J=0 TO N1:READ B(J):NEXT J
140 '
150 FOR LEV=1 TO 5:LEV1=LEV-1:H=3^(5-LEV)
160 FOR I1=1 TO 3
170 NS=NS+1:CLS 3
180 FOR J=0 TO N1:C(J)=1:NEXT J
190 FOR J=0 TO N1
200 IF B(J)=1 THEN C(J)=0
210 NEXT J
220 XX=0:YY=0
230 PSET(0,0),COL
240 FOR L=0 TO 3
250 FOR I=0 TO LEV:K(I)=0:NEXT I
260 K(0)=-1
270 K(0)=K(0)+1
280 FOR I=0 TO LEV1:I1=I+1
290 IF K(I)=N THEN K(I)=0:K(I1)=K(I1)+1
300 NEXT I
310 IF K(LEV)=1 GOTO 440
320 UP=1:S=0
330 FOR I=0 TO LEV1
340 UP=UP+C(K(I))
350 S=(S+A(K(I))) MOD 4
360 NEXT I
370 S=(S+L) MOD 4:S=S+1
380 ON S GOSUB 520,530,540,550
390 XX1=XX+X:YY1=YY+Y
400 IF UP=0 GOTO 420
410 LINE(XX,YY)-(XX1,YY1),COL
420 XX=XX1:YY=YY1
430 GOTO 270
440 NEXT L
450 DEF SEG=81A800
460 BSAVE "B:A"+MID$(STR$(NS),2,2),8H0,8H7D00
470 NEXT I1
480 NEXT LEV
490 END
500 '
510 '
520 X=H:Y=0:RETURN
530 X=0:Y=-H:RETURN
540 X=-H:Y=0:RETURN
550 X=0:Y=H:RETURN

```

