

10. 自然科学における手計算支援数式処理系の必要性和その開発研究

山 田 俊 一

§ 1 序 論

現在では計算機を用いることによって、種々の研究分野において今まで人間の(数値)計算能力の限界により解決不可能であった多くの問題が解決できるようになった。しかしながら計算機を使用するにしても、使用前に、やはり相当な量の代数的・解析的手計算を行なわなければならないという状況は変わっていない。そして、代数的・解析的手計算に関しても数値計算と同様に人間の能力の限界という制限により解決不可能な問題が存在する。本研究においては、手計算を効率化し、代数的・解析的手計算能力の限界による制限を除去あるいは緩和することを目的とした手計算支援数式処理系¹⁾の研究・開発を試みた。

数式処理系¹⁾・・・数式処理を行なうプログラム

§ 2 手計算支援数式処理系の開発意義とその使用による利点

「計算機に数値計算だけでなく代数的解析的手計算も代行させる。」という考えは計算機が作られた当時からあり、すばらしい性能の数式処理系が既にいくつか存在する。しかし、これらの数式処理系の機能は、入力された問題に対して結果を得るまでの全計算過程を実行するというものであり、問題によっては、人間の直感や熟練による情報を駆使して行う紙面上での手計算の方が効率的な場合がある。「代数的・解析的手計算能力の限界による制限を除去あるいは緩和する。」という本研究の目的を実現するためには、従来の数式処理系の機能に、必要に応じて人間の直感や熟練による情報を注入できるような機能を加える必要がある。そこで以下のような機能を持つ数式処理系の研究開発を行った。

- 1) 人間が手計算を行う過程を画面上に表示し、手計算の進行につれて必要な部分式を指定し、その部分の数式処理を数式処理系に実行させ、結果を画面に表示し、それを人間が視察し、かつ判断を行いながら計算を進行させていく。

- 2) 数式処理を図形処理とみなし、紙面上での数式処理と酷似した操作で 2 次元の数式処理を進める。
- 3) 従来の数式処理系の機能を含む。

また、本数式処理系の価値は、以下の二点：

- a) 人間の直感や熟練を活用できる。
- b) 式の変形における人間のミスを防止することができる。

によって、人間の代数的解析の手計算能力の拡張を可能にすることにある。

§ 3 数式処理の機構

〔1〕リスト処理による数式処理

数式処理系のほとんどは `lisp` というコンピューター言語で記述されている。これは、「数式は計算機内部でリストというデータ構造で記憶され、`lisp` はそのリストを処理するための言語である」、ということによる。本数式処理系は `C` というコンピューター言語で記述されているが、`lisp` 処理系を登載していてリスト処理で数式処理を行っている。しかし、リスト処理は計算機内部のみで行われるので、使用の際に `lisp` についての知識は必要ない。

〔2〕変換辞書による数式の変換

本数式処理系は数式を前置形式²⁾のリストとして記憶し処理する。また、数式の変換規則の情報を変換辞書として持っている。変換辞書は基本パターンと変換パターンの組から成る。本数式処理系は入力データと基本パターンについてパターンマッチングを行い、成功すればそれを変換パターンに置換するという方法で数式処理を進める。パターンマッチングは主に、次ページで導入する第一水準子、第一水準元、第一水準副子に対して行われる。

前置形式²⁾・・・例えば $x + y$ を $(+ x y)$ と表わす表記法

定義

第一水準子：数式において最後に行われる演算を表わす演算記号、数式が単独の変数（または定数）からなる場合はその変数（または定数）。

第一水準元：第一水準子の作用の対象となるもの。

第一水準副子：第一水準元の第一水準子。

変換辞書に以下の変換規則が登録されている場合を考える。 入力された数式

$$a(b+c) \rightarrow ab+ac$$

に関してこの変換が適応できるかどうかは、入力式の第一水準子が $\times$ であるということと第一水準副子の一つが $+$ であるということを検査すれば判定できる。

また、第一水準子、第一水準元、第一水準副子に対するパターンマッチングと変換辞書を活用することで、数式処理系の重要な機能の一つである式の簡略化³⁾も行うことができる。

また、第一水準子、第一水準元、第一水準副子を導入することによる利点は以下の三点である。

- 1) 変換辞書に登録すべき事項が少ないので、メモリー効率がよい。
- 2) 第一水準子、第一水準元、第一水準副子に対するパターンマッチングと変換を、組み合わせ、繰り返すことで複雑な式変形も行うことができる。複雑で長い変換規則をいくつか登録するよりも、それらを多数の基本的な過程に分け、それを変換規則として登録する方が、メモリー効率がよければかりでなく、汎用性も高くなる。
- 3) 一回の変換による式の変形がそれほど激しくないので使用者が式変形の過程を克明に追っていける。

簡略化³⁾・・・数式を等価で、より単純な形に変換すること。

例えば $a \times 1$ を a に変換するなど。

§ 4 結論と今後の課題

発表では、今回作製した「手計算支援数式処理系」を実演する。
これは以下の点で開発当初予定していた機能を満足する。

- 1) 比較的小型計算機上で稼動し容易に使用することができる。
- 2) ほとんどの処理をマウスで行なうことができ、キーボード入力とラインエディターによる従来の数式処理系の操作よりも効率的である。
- 3) 2次元入出力を実現し、数式処理を図形処理として扱うことができる。また、過去の出力結果を簡単に入力と取り込むこともでき、それを手直しして再評価することもできる。
- 4) 特に数式処理系であることを意識せずに使用できる。ワープロを操作できるくらいの知識があれば他の計算機の知識がなくても十分に操作できる。

他方以下の点においては今後修正、改良が必要である。

- 1) 本数式処理系は人間の直感と熟練による情報注入という機能の実現を重視して作成し、その効果を評価するところに主点を置き、一応の成果を得たので、今後は積分や因数分解などの大がかりな数式処理の機能をも付け加え「辞典」としての機能も合わせて持たせる必要がある。
- 2) 本数式処理系は等価比較⁴⁾に失敗しがちである。等価比較に関しては何か別の方法を考案する必要がある。
- 3) メモリー効率という点と数式構造解析の際の問題から、本数式処理系は生成した数式内部表現を処理が終了した時点で破棄している。作業効率の点からすれば内部表現は保存し、構造解析の手間を省くことが望ましい。小記憶容量で内部表現を保存する方法と新たな数式構造解析の方法を考案する必要がある。

等価比較⁴⁾・・・例えば、 $x + x$ が $2x$ に等しいかどうか比較検討すること。