

励起子系におけるボース凝縮

名大理 長岡 洋介

(3月20日受理)

前の論文¹⁾で、私はDLRO, ODLROと超流動性との関係について述べ、超流動はODLROにおいてのみ起りうるものであることを論じた。議論の要点はつぎのようなものである。ODLROはゲージ不変性が破れて生じる秩序状態であり、その秩序パラメータ Ψ はマクロな波動関数としての性格を持ち、状態は Ψ の位相について無限に縮退している。そして、この縮退の存在がODLROで超流動が起るための必要条件となっている。DLROでも、理想化された模型(例えば等方的ハイゼンベルグ模型)を考えると、ODLROと数学的には等価な性質を持ち、その結果としてある種の超流動が生じうる場合がある。しかし、実在の系を考えると、DLROではつねにこの状態の位相に関する無限な縮退を破る相互作用(例えば異方性エネルギー)が存在し、そのために位相のピン止めが起って超流動は起りえなくなる。このような一般的な考察に基づいて、励起子系におけるボース凝縮の場合にも、これがDLROであるがゆえに位相を止める相互作用が存在して、超流動は起らないと結論した。

この結論は、基底状態として生じる励起子相の問題では正しいが、高密度励起子系に生じるボース凝縮相²⁾については正しくなかった。一方は基底状態であり、他方は励起状態であるという差を見落していたことによる誤りであったと思う。以下そのことについて述べたい。

励起子がボース凝縮した相の秩序パラメータを Ψ とすれば、前に述べたような理由によって、凝縮相のエネルギーには Ψ の位相に依存する項、言い換えれば励起子の数を保存しない項が存在するはずである。その結果、凝縮相のエネルギーは例えばつぎのような形をとるであろう。

$$E(\psi, \psi^*) = \Delta |\psi|^2 + \frac{V_1}{2} (\psi\psi + \psi^*\psi^*) + V_2 |\psi|^4 \quad (1)$$

第三項は励起子間に働く相互作用を表す。あとで述べるように、第二項のような励起子の数を保存しない項がある場合には、それを消去するようにボゴリューボフ変換を行うべきであるが、便宜上さし当りこのままで先に進むことにする。

いま

$$\psi = |\psi| e^{i\alpha} \quad (2)$$

とおくと、(1)は

$$E(|\psi|, \alpha) = \Delta |\psi|^2 + V_1 |\psi|^2 \cos 2\alpha + V_2 |\psi|^4 \quad (3)$$

となる。基底状態（ないし安定な平衡状態）として生じる励起子相の問題では $\Delta < 0$ であり、基底状態における秩序パラメータは $E = \text{最小}$ 、の条件から定まる。すなわち、 $V_1 > 0$ とすれば、

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad |\psi|^2 = \frac{-\Delta + V_1}{2V_2} \quad (4)$$

となって、位相も一定の値に決まる。位相のピン止めが起るのである。

高密度励起子相におけるボース凝縮の問題がこれと本質的に異なる点は、凝縮する励起子の数が $E = \text{最小}$ によってではなくて初期条件によって定められている点である。例えば、励起されている励起子の数が十分小さく、かつ $T = 0$ であれば、すべての励起子が凝縮しているとみなしてよいであろう。(1)で $\Delta \gg V_2 |\psi|^2$ として第三項を無視すれば、残りの項はボゴリューボフ変換によって対角化できる。すなわち

$$\psi = \cosh \frac{\theta}{2} \cdot \tilde{\psi} - \sinh \frac{\theta}{2} \cdot \tilde{\psi}^* \quad (5)$$

$$\tanh \theta = \frac{V_1}{\Delta} \quad (6)$$

とおけば、

$$E = (\Delta \cosh \theta - V_1 \sinh \theta) |\tilde{\psi}|^2 \equiv \tilde{\Delta} |\tilde{\psi}|^2 \quad (7)$$

となって、エネルギーは $\tilde{\psi}$ についてはその位相に依存しなくなる。 $\tilde{\psi}$ の位相は角速度 $\tilde{\Delta}$ によって回転し

$$\tilde{\psi} = |\tilde{\psi}| e^{i(\tilde{\Delta}t + \alpha_0)} \quad (8)$$

となる。

もちろん、相互作用項を無視できない場合は、事情はこのように簡単ではない。ボゴリューボフ変換(5)を行うと $|\psi|^4$ から再び $\tilde{\psi}$ の位相に依存する項が現れ、その項が位相の自由な回転を妨げる働きをすることになる。しかし、励起子の密度が十分小さい限り、その効果も小さいはずで、位相をピン止めすることはできない。

最近、中嶋氏⁴⁾はフレンケル励起子の場合について、擬スピンを用いた定式化⁵⁾によって位相がピン止めされる機構を具体的に論じた。j番目の原子の擬スピンを $\vec{\tau}_j$ とすれば、フレンケル励起子系のハミルトニアンは

$$H = -\sum_j E \tau_{jz} - \frac{1}{4} \sum_{j \neq l} \sum J_{jl} \{ (1+\lambda) \tau_{jx} \tau_{lx} + (1-\lambda) \tau_{jy} \tau_{ly} \} \quad (9)$$

と表される。この模型に基づくと上記の現象は考え易い。基底状態においては、磁化は「外部磁場、EとXY面内での異方的な「交換相互作用」によって生じた「分子場」との合成されたむきに固定される。しかし、磁化のむきをこの平衡の位置からずらすと、磁化の異方性によって妨害されつつも歳差運動を始めるのである。

このように、高密度励起子系では一般のDLROと同じく凝縮相のエネルギーは位相に依存する項を含むのであるが、それは位相の回転を止めることはできないのである。ただし、位相の自由な回転を妨げる働きは持つので、そのことと超流動性との関連については、さらに検討してみたいと思う。

いろいろと有益な討論をして下さった垣藤敏彦氏、大見哲巨氏および山内淳氏をはじめ名大S研の諸氏に感謝します。また、発表前にプレプリントをお送り下さった中嶋貞雄氏に感謝します。

長岡洋之

参 考 文 献

- 1) 長岡洋介, 物性研究.
- 2) 花村栄一, 固体物理 9 (1974), 639.
- 3) P. W. Anderson, Lectures on the Many-Body Problem 2, ed. E. R. Caianiello (Academic Press, 1964) p. 132.
- 4) S. Nakajima, preprint.
- 5) P. W. Anderson, Concepts in Solids, p. 136.