

カント論理学の形式的分析(1)

五十嵐涼介*

1. はじめに

本論および「カント論理学の形式的分析(1)」の目的は、カントの論理学体系に対する形式的なモデルおよび判断一般の意味論を与えることである。周知の通り、カントの哲学体系においては「判断表」と「カテゴリー表」の対応関係を始めとして、論理的な概念が重要な役割を果たしている。しかしながら、従来の研究においてはカントの論理学体系が中心的に扱われることは少なかった。そのため本研究では、カントの論理学体系を包括的に分析するための形式的な枠組みを与え、ひいてはカントの論理学・哲学思想全体の理解に寄与することを目指す。

まず第一に、以下の考察においてはカントの論理学思想ではなく、その内部に隠れていたと思われる論理体系を描き出すことを主要な目的とする。これはすなわち、彼らの論理学一般についての哲学的反省ではなく、特定の性質を持った判断および推論の形式に着目することを意味している。この目的は、ある種の形式的な構造と、これに基づいた判断の真理条件および推論の妥当性を形式的に表現することにより遂行される。またこの形式化に際しては、彼らが実際にどのような論理体系を心に描いていたかという事実よりも、それらが理想的にはどのような体系であらねばならないか、という関心をひとまず優先する。そのため、理論的な必要に際して適切な理想化・単純化が行われることを事前に断わっておく。また、これを遂行するために一階述語論理、および集合論、代数学の基本的な事実・記法を断わりなく用いる。

しかしながら、この探求はもちろんカント解釈として意図されている。よって、前述したような形式的道具立ての使用は、カントの思想それ自体を、可能な限りそのままの形で表現する限りの範囲に制限される。したがって、この形式化にあたっては現代論理学・集合論・代数学の過度に洗練された結果は用いられない。また、時代的・哲学的に問題のある概念も極力排除する形で形式化を行う。したがって、多少の理想化・単純化を含むとは言え、本論で形式化された論理体系は、以下の先行研究との比較で述べられているように、カントの哲学思想を適切な形で反映するものとなっており、この体系によって分析された内容を言わば逆輸入する形で、彼らの思想それ自体の解釈にも用いることができる。

これまでも同様にカント論理学の形式化という意図をもってなされた研究はいくつか存在している。代表的なものとしては、Posy (1983) や Achourioti & Lambalgen (2011)

などがあげられるであろう。前者は特にアンチノミーの議論をある種の可能世界意味論の枠組みを用いて分析したものであり、後者はカントの論理学を近年研究の進んでいる、いわゆる「幾何論理」(geometric logic)と結びつけて解釈している。この他に野本(1990)が同様の意図をもった研究であるとみなせる。

しかし、従来の研究は、以下のような問題を共有しているということが指摘されねばならない。まず、カントの論理学は「名-概念-実在」という図式を持つ伝統的論理学の枠組みにのっとっていると考えられる。ここでの「名」および「実在」は、論理的な簡単から見れば、それぞれ「名辞」、「対象」と表現するのがより適切であるように思われるので、以下では「名辞-概念-対象」という図式として読みかえる。重要な点は、このような論理学は、「概念」についての実質的な理論を持つという点で、言語と対象の関係を直接に扱う現代の標準的な論理学とは決定的に異なるということである。また、このような伝統論理学において登場する「判断」は、カントが「さまざまな表象が一つの概念を形成する限りで、そうした表象の間の関係を表象すること」(JL, IX 101, 強調筆者)と定義するように、基本的には概念間の関係を記述するための構文論的な形式を持っている。さらに構文論的な特徴に関して付言すると、判断の形式は「定言判断」と呼ばれる判断を基礎に、これを組合せた「仮言判断」および「選言判断」と呼ばれる形式が存在し、逆に言えば、総じてこの三つの形式しか持たない。したがって、現代の論理学のように基本的な命題を任意に結合できるような論理的語彙は考察の対象とならない。以上の「概念」についての意味論的特徴は、現代の標準的な論理学の枠組みに見出されない芳醇な構造を与えているし、一方「概念」を記述するための構文論的特徴は、伝統的論理学の表現力と推論能力に関して一定の制限を加えている。しかしながら、これまでの研究の多くは、現代の論理学の枠組みを無批判に適用し、こうした意味論的・構文論的特徴を半ば無視した形で定式化を行なっている。このように形式化された体系は、なるほどカントの思想の一側面をきりとっているかもしれないが、体系の実際の振舞いはカントが実際に考えていたものとは大きくかけ離れたものになってしまう。

これに対して本論では、以上で述べたようなカント論理学の特徴を反映した仕方での形式化を行なう。具体的には、以下ではまず小山田(2012)の与えた、伝統論理学を形式化するための一般的な枠組みを用いて、カントの形式論理学(「一般論理学」)に対応するGLという形式体系を構築する。これらの論理体系はcod-構造と呼ばれるある種の数学的構造の集合と同一視されることになるが、さらにこの構造上に判断の形式的な真理条件と推論の帰結関係を定義する。その上で、それぞれの論理体系は帰結関係の性質によって特徴付けられる。またこのとき、cod-構造によって意味を与えら

れるところの判断一般は、当時の論理学において考察されていたものと同様の構文論的特徴を持つものとして定式化される。

本論では主に、カントの論理学体系の意味論の根幹をなしていると考えられる「概念」と「適用関係」についての形式的モデルが与えられる。一方、「カント論理学の形式的分析(2)」においては、本論で構築されたモデルを用いて、判断一般に対する意味論を与える。

2. 概念と対象の論理的構造

ここで、以下で用いる形式的な枠組みをより具体的に説明しておこう。前節で述べた通り、伝統的論理学は「名辞-概念-対象」という図式を基本としており、また、判断一般は主に概念間の関係を記述することを目的とした形式を持っている。このような伝統的論理学の枠組みを適切に表現するため、小山田(2012)はcod-構造と呼ばれるモデルを与えた。cod-構造とは、一般的には、

$$\langle\langle C, \leq, R, F, K \rangle, O, \rightarrow\rangle$$

のように表示される構造であり、これは以下の要素によって構成されている。

1. C ... 概念の集合
2. $\leq$... C 上の順序関係
3. R ... C 上の関係の集合
4. F ... C 上の関数の集合
5. K ... 概念定項の集合
6. O ... 対象の集合
7. $\rightarrow$... 概念と対象の適用関係

この構造は、通常の一階述語論理のモデルに、概念の代数的構造を加えたものであると見なせるが、これに加えて、関係、関数、および定項といった諸要素が、すべて概念の集合上に定義されているということに注意してほしい。この点で、これらの諸要素が対象の集合上に定義される現代の論理学の標準的枠組みとは異なっている。また、この構造の特に特筆すべき特徴は、「概念上の順序関係」と「概念と対象間の適用関係」を分離して扱えるという点にある。これはすなわち、概念の内包的関係と外延的關係を独立に表現しようということであり、この点は特に、カントの論理学のような「内包」と「外延」の相互作用が重要な役割を果す論理体系を扱うためには必要不可欠な性質であると言える。具体的には、カントの有名な分析／総合判断の区別、およびコブラ否定（否定判断）と述語否定（無限判断）の区別を適切に扱うためにcod-構

造の特徴は非常に有用である。さらに、本論では深く立ち入らないが、小山田 (2012) は cod-構造に対して完全な形式的証明体系を与えている。これはすなわち、この形式を適切に拡張することにより、カントの論理学に対応する構造を表現するための証明体系が得られるということの意味している。

また、現代の情報科学との関連から見ると、cod-構造は知識表現論における「形式概念分析」(Formal Concept Analysis) と呼ばれる枠組みと類似している (cf. Ganter & Wille 1999)。両者の違いは、形式概念分析が概念、対象、およびそれらの間の関係という三つの要素を基本にしているのに対して、cod-構造は、これらに加えて概念の集合上にある種の代数構造が認められるという点にある⁽¹⁾。よって、cod-構造は形式概念分析の一種の拡張であると見なすことができる。したがって、以下で本論が与えるカントの分析が正しいとするならば、それは彼らの論理学思想と現代の情報科学で扱われるトピックとの間の親和性を示すのみならず、現代の科学にも寄与しうる可能性があるということになる。

この一般的枠組みに基づくことで、本論で主に検討するカントの論理学体系を形式的・統一的に扱うことが可能になる。第一に、それぞれの論理体系は特定の性質を満たす cod-構造の集合と同一視される。以下では、カントの形式論理学（「一般論理学」）に対応する形式的な論理体系を *GL* と呼ぶことにする。

3. 概念の代数的構造

この節では、「概念」一般の本性およびその論理的構造について検討する。以下では、それぞれの定義はカントのテキストにしたがって与えられるが、

多くの解釈者たちが指摘するように、カント（および彼の先行者たち）の理論に特徴的なのは、「概念」一般がいわゆる「ポルピュリオスの木」モデルに従っているということである⁽²⁾。このモデルにおいては、すべての概念は（内包的な部分-全体関係によって）いわゆる類-種関係のもとに順序付けられており、一般的にある種の木構造によって表現される。具体例としては、図 1 を参照されたい。しかしながら、このように具体的に表現された木構造は「概念」一般のなす構造の部分表象とみなされるべきであり、実際には、このような順序を可能にするところの論理的構造が背景に存在していると考えなければならない。また同時に注意されなければならないのは、ここで考察される内包的な部分-全体関係は、心理的・社会的要件を含まない純粋に論理的かつ客観的なものであるということである。したがって、ここでは個々の「概念」やそれを表示する語に関係する個々人の考えや慣例などはひとまず捨象され、あくまで論理的な存在者として考えられたところの「概念」一般が持つ関係のみが問題とされ

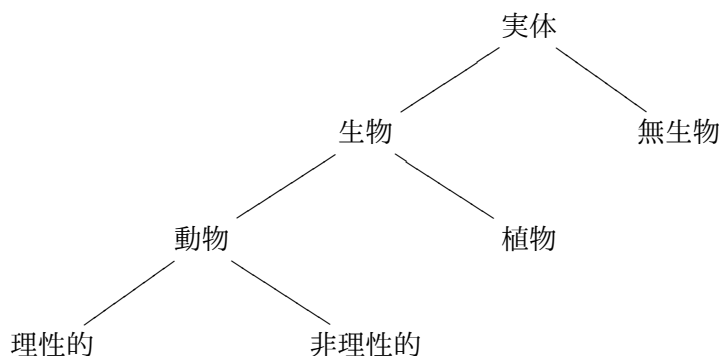


図 1: 「ボルプユリオスの木」の例

る⁽³⁾。本節の目的は、このような概念が持つと想定される代数的構造を一般的な仕方で定式化することにある。そのため、以下ではまずカントの「概念」についての考察を検討することを通じて、このような構造の構成要素を明らかにする。結論を先取りすると、以下ではこのような「概念」一般の構造は、いわゆるブール代数をなしていると考えられる。

以下では具体的にカントのテキストに沿って検討を進めよう。まず第一に、「概念」一般は「一般的な表象」(representatio per notas communes)であり、言い換えるならば「反省された表象」(representatio discursiva)(JL, IX 91)として定義される。この点で、「概念」は「個別的な表象」(representatio singularis)であるところの「直観」(Intuition)と対比された、「いくつかの対象に共通のものについての表象」として特徴付けられる。また、「概念」は時として「徴表」(Merkmal)という語に言い換えられる⁽⁴⁾。「徴表」とは、「物にあってその物の認識の部分形成するようなもの」であり、「全体としての表象の認識根拠とみなされる限りでの部分表象」(JL, IX 58)である。以上の定義によって言われていることは以下のように解釈できる。まず、われわれは物一般を表象によって認識するのだが、物の表象はいくつかの部分表象を含んでいる。たとえば、個体としての「ソクラテス」の表象は「人間」や「哲学者」、「恐妻家」といった特徴を部分表象として含んでいる。このような部分表象は一般に他の事物の表象にも含まれているものであり、この意味で「概念」とは「一般的な表象」であると言われる⁽⁵⁾。また、このような「徴表」間の関係としては、以下で見るように「並列的」なものとは「従属的」なものが考えられる。

諸徴表が並列的であるのは、その各々が事象の直接の徴表として表象され

るかぎりでのことであり、従属的であるのは、ある徴表が物において表象されるのが他の徴表を介してでしかないかぎりのことである。(中略) 従属的な諸徴表の系列のうちで諸概念がさらに分析されるにともなって内包的な、ないし深みとしての判明性が増大する。(JL, IX 59)

「徴表」一般はあくまで「概念」であるから、ここで直接・間接的な表象ということによって説明されているのは、諸徴表がある事象を表象しているという関係によって並列的に関係付けられているか、それとも概念相互の従属的な関係によって関係付けられているのか、という違いであると考えられる。また以上の引用から、このような従属的な関係は、「概念」間の内包的な関係であると見なしうる。ここでわれわれが考察するのは、「概念」の相互関係により構成される構造であるから、以下では後者の従属的な関係について検討する⁽⁶⁾。

以上により、「概念」は従属的な関係にもとづいていくつかの「部分概念」に分解されることが明らかになった。このような概念の内包的な特徴は、次のように表現される概念の順序関係を規定する。

概念は他の諸概念を自己のもとにもつかぎりにおいて、上位概念(*conceptus superiores*)と呼ばれ、そうした他の諸概念は、上位概念への関係において下位概念と名づけられる。(中略) 上位の概念はその下位概念を顧慮して類(*genus*)と呼ばれ、下位概念は、その上位概念を顧慮して種(*species*)と呼ばれる。上位概念および下位概念と同様に、類概念および種概念もその本性からみてではなくて(*termini a quo oder ad quod* 出発点となる項あるいは終着点となる項という) それらの相互関係を顧慮してのみ、論理的な従属関係において区別される。(JL, IX 96)

ある概念が何らかの存在者を「自己のもとに(*unter*)もつ」ということは、一般に、その概念が存在者の規定であるということの意味していると考えられる。したがって、概念間の関係においては、その概念が他の概念の部分表象となっているということの意味する⁽⁷⁾。言い換えれば、ある概念 *a* が他の概念 *b* の部分となっているとき、*a* は *b* の上位概念であり、反対に *b* は *a* の上位概念である。さらに、両者はそれぞれ「類概念」および「種概念」とも呼称される。このような部分-全体関係が「ポルピュリオスの木」モデルの背景にある構造であり、概念間の系列を規定しているのである。この順序構造は後により厳格な仕方で形式化される。

ところで、「概念」が一般にいくつかの「部分概念」によって構成されているという事実は、その背景に複数の「概念」を組合せることで別の概念を生成する操作が存在

しているということを意味する。カント自身はこのような操作について特定の語を当てていないが、以下では最も中立的と思われる「合成」(Verbindung, conjunctio) という語によって表わすことにしよう⁽⁸⁾。

また同時に、概念の「合成」が可能であるということは、その反対となるような操作が可能であることを含意する。カントは実際にそのような操作について以下のように言及している。

概念をその形式からみて産出する論理的な悟性作用は、以下のようなものである。

1. 比較、すなわち意識の統一への関係のうちで諸表象を相互に比較すること。
2. 反省、すなわち様々な表象が一つの意識のうちで把握されうるのはいかにしてかを反省すること。そして最後に、
3. 抽象、換言すれば与えられた諸表象が相互に区別されるようにするその他すべてのことを分離すること。

(JL, IX 94)

ここでもっとも重要なのは、第三の「抽象」(abstraction)、すなわち諸表象の差異を分離する働きである。というのも、この操作こそが新たな概念を産出する働きに他ならないのであり、他の契機はあくまでこの第三の契機の準備として必要とされるにすぎないからである。このような働きとして想定されているのは、具体的には以下のような事態である。われわれが個々の人間の表象を比較、反省するとき、そこにはなんらかの共通の特徴が存在していることに気付く。そして、それぞれの差異(身体的特徴、職業、性格など)を分離することにより、「人間」という一般的な表象としての「概念」を得る。

「抽象」に関して注意すべきなのは、ここでのカントの説明は心理的な要素を多分に含んでおり、そのため「抽象」の結果が必ずしも一意に決定されるとは限らないということである。例えば、「猫」と「犬」という概念から抽象される概念は、われわれの注意と目的に従って「動物」でも「哺乳類」でもありえるだろう。しかしながら、目下の目的は論理的操作としての「抽象」を考察することであるため、ここでは「抽象」という操作によって得られるのは反省された表象のうち最大の共通部分であると仮定しよう⁽⁹⁾。

これまでの考察により、「合成」と「抽象」という対をなす論理的操作が、カントの概念論の中核に存在していることを明らかにすることができた。以下ではこれらの操

作をそれぞれ+と×という記号によって表記することにしよう。これらの論理的操作についての説明はそれぞれ、徴表の集まりに関する和と共通部分という集合論的に自然な直観に基づいているとみられるため、したがって、本稿では概念の構造は少なくとも束構造を成すであろうと仮定することにする。さらに、これらに加えてカントの概念論には、より複雑な構造をもたらす論理的操作、および特殊な概念が見いだされる。以下ではこれらの要素について引き続き記述していく。

まず、前章で触れたように、徴表一般は「肯定的な徴表」と「否定的な徴表」の二種類に区分されるということに注意したい。両者の違いは、われわれは前者によって「物がなんであるかを認識」し、後者によって「物がなんでないかを認識する」(JL, IX 59)という点にある。直観的な例としては、「赤い」という徴表と「赤くない」という徴表が考えられるだろう。重要なのは、これらの概念が相互に否定・矛盾対立する関係をなしていると考えられる点である。換言すれば、ここでは両者を相互に矛盾させるような対立関係の存在が確認できる。したがって、このような対立関係を表現するために、以下では概念 x の否定を $\bar{x}$ と表記することにする⁽¹⁰⁾。

最後に、「概念」の中には、部分-全体関係によって定まる順序関係の、言わば極限にあたるものがある。すなわち、「有」(Etwas)と「無」(Nichts)という二つの概念である。まず、内包的な順序関係のもっとも上位、すなわちもっとも抽象的な概念として考えられているのが「有」である(cf. JL, IX 95)。これは抽象によってこれ以上の規定を取りのぞいて考えることができないような概念であり、そのため、内包的にはまったくの空であると考えられる。すなわち、「有」とは一切の規定を含まない概念であり、この順序関係における極限例の一つである。これに対して、「無」は「有」の否定概念であると考えられる。カントは、特に論理的な観点から見た場合の「無」という概念については以下のように述べる。

〔論理的反対〕では、同一のものについて、あることが同時に肯定され否定される。この論理的結合の結果は、矛盾律の言うように、まったくの無(nihil negativum irrepraesentabile 表象不可能な否定の無)である。(BnG, II 171)

すなわち、「無」とはある概念とその論理的否定が「合成」されたような矛盾概念を意味すると解釈できる⁽¹¹⁾。実のところ、これらの概念についてはカント自身の明確な説明を欠いており、また様々な文献に散見される記述も一見したところ整合的でない。そのため、これらの概念の内実についてはここでこれ以上立ちいることを避け、指摘されるべき問題点については後ほどまとめて扱うことにする。以下では、「有」と

「無」をそれぞれ E および N によって表示することにする。

以上をまとめると、カントの概念論には、「合成」、「抽象」、「否定」、「有」、「無」という論理的な操作、および特殊概念が存在する。次の問題点は、これらの要素がなす構造が全体としてどのような性質を持つかということである。実のところ、(歴史的状況を鑑みればやむをえないことだが) カントはこの問いに関しては明確な説明をしておらず、テキスト上の直接の根拠に乏しい。しかしながら、いくつかの間接的な証拠に訴えることによって、一定の帰結を引き出すことが可能である。

まず、すでに述べた通り「合成」と「抽象」についての説明から、この構造が少なくともある種の束構造をなすことを仮定している。この仮定の元では、概念間の部分-全体関係による順序を以下のように定式化することが可能である。

定義 3.1 (概念の順序). $x \leq y \stackrel{\text{def}}{\iff} x \times y = y$

この定義が意味するところはすなわち、「概念 y が x よりも上位概念である」ということは、「 x と y から抽象した結果 (両者の共通部分) が y 自身である」ということである。後者の意味するところはまさに「 y が x の部分概念である」ということに他ならない。したがって、この定義は内包的部分-全体関係による順序の定義を自然な仕方で表現している。

次に考慮に入れるべきは、カントが強い影響を受けたライプニッツ=ヴォルフ学派の思想であろう。この点に関しては、Wolfgang Lenzen がライプニッツの概念計算の理論がブール代数と同型であることを明らかにしている (Lenzen, 1984)。ライプニッツとカントの連続性に関しては、カントが直接にライプニッツの著作にアクセスできなかったという歴史的事情があるが、一方でなんらかの仕方での直接の関連性が見いだされることを論じた、Winfried Lenders による研究も存在する (cf. Lenders, 1971)。いずれにせよ、確実性の度合いをひとまず置けば、このことをカントの概念の理論がブール代数をなすことの傍証として採用することは可能であろう。

これに加えて、カント自身による「汎通的規定性」の定義、および「矛盾律」と「分析判断」の関係についての議論が、同様に概念のなす構造がブール代数をなすことを示していると考えられる。まずは第一の点から見ていこう。「汎通的規定性」とは、ライプニッツに由来し、ヴォルフ学派においても継承された概念であるが、これは文字通り、あるものが完全に規定されていることを意味している。重要な点は、カント (および彼の先行者たち) による「汎通的に規定された概念」の定義には二通りのものがあるということである⁽¹²⁾。第一のものは、「いかなる規定もさらに付け加えて考えることができないような概念」(JL, IX 99) であり、第二のものは、「物のあらゆる可能な述

語「概念」のうち、それらの述語「概念」がその反対と比較される限り、一つの述語が物「概念」に属す」(KrV, A572-573/B600-601) ような概念である。注意点として、汎通的に規定された概念は可能な対象についての概念であるから、矛盾を含んでいないということが仮定されていると見るべきだろう。これらの条件は、(概念相互の規定関係をこれまで考察してきたような内包的部分-全体関係と見る限りで) これまでに導入した記法を用いることによって次のように定式化される⁽¹³⁾。

1. ある概念 $x (\neq N)$ が汎通的に規定されているのは、 $\forall y \in C ((y \neq N \wedge y \leq x) \Rightarrow x = y)$ が成り立つ場合である。
2. ある概念 $x (\neq N)$ が汎通的に規定されているのは、 $\forall y \in C (x \leq y \vee x \leq \bar{y})$ が成り立つ場合である。

ここで重要なのは、これらの定義に現われる条件の同値性はブール代数の典型的な性質であるということである。したがって、カントがこれらの二つの定義を同値なものとして用いているという事実が、概念の構造がブール代数をなすことの一つの証拠であると考えられる。

同様に、カントによる矛盾律と分析判断の関係性の説明もまた、暗黙のうちにブール代数の典型的な性質を用いていることが見てとれる。カントは矛盾律を分析判断の「最高原則」(KrV, A150/B189) であり、あらゆる分析判断の真理は矛盾律のみにもとづいて認識できるという主張をしているが、ここで用いられているのは以下のような原理であると考えられる。

$$\text{CON } x \leq y \iff x + \bar{y} = N$$

すなわち、ある概念 y が x の内包的な部分であるということは、 x と y の合成が矛盾ことに等しいということである。この性質もまたブール代数の典型的な性質であり、以上の二つの議論と歴史的な傍証を踏まえると、カントの概念の理論がブール代数をなしているということが自然な理解であるということがわかる⁽¹⁴⁾。したがって以下では、カントの概念の理論が、隠伏的な仕方ではあるにせよ、ブール代数という構造を持っていたことを前提として議論を進める。

以上の議論の結果として、われわれは cod-構造の部分構造となる概念の代数的構造を定式化できたということになる。この構造は以下のように表記される。

$$\langle C, \leq, +, \times, \bar{}, E, N \rangle$$

また、それぞれの要素は以下の公理を満たす。

$$(1) \quad x + y = y + x, x \times y = y \times x \quad (\text{可換性})$$

- (2) $x + (y + z) = (x + y) + z, x \times (y \times z) = (x \times y) \times z$ (結合性)
- (3) $x + (x \times y) = x, x \times (x + y) = x$ (吸収性)
- (4) $x + (y \times z) = (x + y) \times (x + z), x \times (y + z) = (x \times y) + (x \times z)$ (分配性)
- (5) $x \times E = E, x \times \bar{x} = E$ (最大元)
- (6) $x + N = N, x + \bar{x} = N$ (最小元)

4. 概念と対象の適用関係

前節で考察したのは、主に概念の内包的関係に基づく代数的構造についてであった。本節では、このような概念一般と対象の間の関係を定式化し、この結果として「外延」の形式的な定義が導入される。この概念は特に判断の真理条件を考える上で要請されるものであり、また、ここで定義される「内包」と「外延」の関係はカント論理学の特徴とその意義を考える上で非常に重要である。

以下で検討するのは、概念と対象間の「適用」(Anwendung)もしくは「使用」(Gebrauch)と一般に呼ばれる関係である。ここでは、このような適用関係のもっとも一般的な原理であると考えられる性質について検討する。以下のものはカントの『イェッシェ論理学』からの引用である。

ある事物の徴表に属するものは、その事物そのものにも属するのであり、そ

して事物の徴表に矛盾するものは、事物そのものにも矛盾する。(JL, IX 123)

この箇所における「属する」または「矛盾する」という語は、関連項が「概念」であるか「対象」であるかにしたがって二通りに理解されなければならない。このうち、概念に関する所属関係は、これまで考察してきた内包的部分-全体関係であるか、あるいは次章で見るような、より一般的な概念相互の規定関係を意味している。一方、対象に関する場合には適用関係が問題となっていると理解されるべきである。同様に、概念間の矛盾対立の関係と、概念と対象の間の矛盾関係も区別されなければならない。特に後者については、適用関係の否定として考えるべきだろう。つまり、ここで述べられているのは以下のようなことである。例えば、すべての個体としての人間は、同時に「動物」にも属する。これは「動物」が「人間」の上位概念であるからである。同様に、「人間」という概念が適用される個体には「非-人間」という概念を適用することはできない。ここで、概念 x が対象 g に「適用」されることを $x \rightarrow g$ と表記しよう⁽¹⁵⁾。このとき、この箇所で述べられている条件を、これまでの記法とあわせて以下のように記述することができる

$$\text{HC } x \rightarrow g \wedge x \leq y \implies y \rightarrow g$$

$$\mathbf{NC} \quad x \rightarrow g \implies \neg(\bar{x} \rightarrow g)$$

また、以下の議論には直接関わらないが、以下のような性質もまた自然なものとして認めることができるだろう⁽¹⁶⁾。

$$\mathbf{CC} \quad x \rightarrow g \wedge y \rightarrow g \implies x + y \rightarrow g$$

この性質は、例えばある対象に「赤さ」と「三角形」という概念が共に適用されているのならば、その対象には「赤い三角形」もまた同様に適用されるということを意味している。

以上の性質は、あらゆる適用関係に成りたつと思われる非常に一般的な原理であるが、一方で、一般論理学 (*GL*) において成りたつと想定される帰結関係をすべて正当化できる。したがって、以下では *GL* のモデルに含まれる適用関係が満たす性質としては以上のもののみを考える。

さて、すでに述べたとおり、*O* はまったく任意の個体的存在者の集合として理解されている。したがって、これまでの考察により、われわれは *GL* の構成要素となる *cod*-構造のタイプを定式化することができる。

定義 4.1. *GL* とは、以下を満たす $\mathfrak{C}$ の集合である。

1. $\mathfrak{C} = \langle \langle C, \leq, \times, +, \bar{\cdot}, E, N \rangle, O, \rightarrow \rangle$
2. 任意の *C* の要素 x, y, z に関して、以下が成りたつ。
 - (1) $x + y = y + x, x \times y = y \times x$
 - (2) $x + (y + z) = (x + y) + z, x \times (y \times z) = (x \times y) \times z$
 - (3) $x + (x \times y) = x, x \times (x + y) = x$
 - (4) $x + (y \times z) = (x + y) \times (x + z), x \times (y + z) = (x \times y) + (x \times z)$
 - (5) $x \times E = E, x \times \bar{x} = E$
 - (6) $x + N = N, x + \bar{x} = N$
3. 順序関係 $\leq$ は、任意の *C* の要素 x, y に関して、以下のように定義される。

$$x \leq y \stackrel{\text{def}}{\iff} x \times y = y$$

4. 任意の *C* の要素 x, y および任意の *O* の要素 g に関して、以下が成りたつ。

$$\mathbf{HC} \quad x \rightarrow g \wedge x \leq y \implies y \rightarrow g$$

$$\mathbf{NC} \quad x \rightarrow g \implies \neg(\bar{x} \rightarrow g)$$

$$\mathbf{CC} \quad x \rightarrow g \wedge y \rightarrow g \implies x + y \rightarrow g$$

以上で定義された *cod*-構造に基づき、概念の「内包」および「外延」をそれぞれ「部分概念」および「その概念が適用される対象」の集合として形式化することができる。

ここでカントによる定義を再び引用しておこう。

それぞれの概念は、部分概念としては、諸物についての表象のうちに含まれている。そうした諸物は、認識根拠としての、すなわち徴表としての、その概念のもとに含まれている。それぞれの概念は、前者の観点では内包を持ち、後者の観点では外延を持つ。(JL, IX 95)

以下では、概念 x の内包および外延をそれぞれ $\text{Int}(x)$ 、 $\text{Ext}(x)$ と表記することにしよう。このとき、両者の形式的な定義は以下のように与えられる⁽¹⁷⁾。

定義 4..2 (内包と外延). 概念 x の内包 ($\text{Int}(x)$) および外延 ($\text{Ext}(x)$) は以下のように定義される。

$$\text{Int}(x) := \{ y \in C \mid x \leq y \}$$

$$\text{Ext}(x) := \{ g \in O \mid x \rightarrow g \}$$

以上の定義は「無」すなわち矛盾概念に関する自然な帰結を導く。定義 4..2 と **NC** により、以下のことが直接に導かれる。

命題 4..3. $\text{Ext}(N) = \emptyset$.

すなわち、「無」の外延は構造によらず常に空であるということである。

5. おわりに

以上の考察により、カントの論理学体系が背景としていたと考えられる「概念」と「適用関係」に対する形式的なモデルが与えられた。ここで構成されたモデルは、カントの論理学思想に現われる種々の概念をほぼそのままの形で形式化しており、カントの哲学体系との親和性も高い。ここで注目すべき点は、現代の標準的な論理体系が前提としているような、集合論ベースのモデルとは根本的に異なった思想が根幹をなしているという点である。

続いて、「カント論理学の形式的分析 (2)」においては、本論で与えられた形式的モデルに基づいて判断の意味論を与え、カントの論理学体系のより包括的・統一的な理解を可能にする枠組みを構築する。

註

* igarashi.r0922@gmail.com

(1) 両者にはいくつか用語法の違いがあることに注意せよ。形式概念分析の場合、われわれがここで「概念」と呼んでいるものは「属性 (attribute)」と呼ばれ、一定の条件を満たす「属性」と「対象」の組のことを「形式概念」と呼ぶ。

- (2) 具体的な文献としては、Coffa (1993)、Jong (1995)、Heis (2008)、Anderson (2015) を参照のこと。
- (3) この点をもっとも綿密に議論しているのは、筆者の知る限りでは Anderson (2015, 第一章) である。Anderson の言葉によれば、概念の構造は「表象間の客観的かつ論理的な性質」(ibid, 31) に他ならない。
- (4) 両者はほぼ同意語として用いられているが、「概念」という語が用いられるときには単に表象としての側面が、「徴表」という語が用いられるときには物の認識根拠としての側面が強調されていると考えられる。
- (5) ここで、「部分」であるということと、「共通・一般的」であるということが等値されているが、これは以下で見えるように「概念」一般が複数の表象からの「抽象」を通じて獲得されるという過程が前提されているからだろうわれわれは「概念」、あるいは「徴表」を通じた間接的な仕方ではしか諸物を認識できないとされている点にも注目しておくべきだろう。カント自身の言によれば、「われわれは物を徴表によってのみ認識する」(ibid) のである。これはカントの批判哲学の体系にとって重要な主張である。
- (6) このような「徴表」一般の分類に関しては、第??節を参照のこと。
- (7) 次節で見えるように、同様の用語法は概念と対象の関係についても用いられる。
- (8) ここでの「合成」は、抽象的かつ論理的な操作として考えられているため、任意の概念を「合成」することによって新たな概念を生成することが可能である。すなわち、通常の文脈であれば合成の対象とならないような概念の組についても適用可能であるということを仮定する。
- (9) 最大ではない共通部分を取り出す働きは複数の「抽象」によって表現できるため、この仮定は本質的ではない。また、このような「抽象」の継続は二つの終着点を持つ。一つは徴表の最小単位としての「単純概念」であり、もう一つは、以下で説明するように、内包的に空な概念としての「有」(Etwas) である。
- (10) ここで注意されなければならないのは、この論理的否定の操作はあくまで概念相互の対立を表現しているにすぎないのに対して、カントの元々の区分は概念の本性に関する形而上学的・認識論的区別であるという点である。以上の点は後に無限判断の独立性を論じる段階において重要となる。
- (11) これは、『純粹理性批判』における「無」の表 (KrV, A290/B347 ff.) における「概念のない空虚な対象としての無」(nihil negatiivum) と同じ概念であると考えられるが、こちらでも「自己矛盾する概念」が問題とされている。
- (12) 汎通的に規定された概念は「個体概念」に他ならないが、カントにおいては、このような概念はあくまで論理的な可能性においてのみ認めらえる理念であるということに注意しなければならない (cf. A 572-3/B 600-1, JL, IX 99)。
- (13) 概念相互の規定関係一般を内包的部分-全体関係と同一視することは、後に見るような内包的関係以外の派生的属性や、いわゆる「実在的対立」を考慮に入れていないという点で、きわめてライプニッツ=ヴォルフ学派的な発想であるが、汎通の規定性に関する文脈においては問題は生じない。というのも、この概念自体がそもそもライプニッツ=ヴォルフ学派的な色彩を多分に含んだ理念に他ならず、カントもこのような概念は「派生的述語として他の述語によってすでに与えられている述語や、相互に両立することのできない述語の多数を排除する」(A 575-3/B 601-2) によって可能になると述べている。
- (14) 歴史的な経緯を見るならば、George Boole によるブール代数の定義はそもそもアリストテレスに由来する伝統的な論理学の形式化を目的としてなされたものであり、このような結果はむしろ当然の結果であるとも見ることもできる。しかしながら、以上の結果はライプニッツあるいはカントが明示的にブール代数構造を定式化していたということを意味するものではない。ブール代数を代数的に厳密な形で定義したものは Boole によるものが初出である。
- (15) すなわち、 $\rightarrow \subseteq O \times O$ が成りたつものとして定義されている。ここでの 'x' は集合のデカルト積を表わしていることに注意。

(16) 小山田 (2012) により与えられた cod-構造の定義は、適用関係に関して、**HC** と **NC** に加えて以下のような性質を満たすものとされている。

$$x \rightarrow g \wedge y \rightarrow g \implies \exists z \in C (z \rightarrow g)$$

この性質は、**CC** より帰結する。

(17) ただし、Lu-Adler (2012) が指摘しているように、この定義は若干の単純化を含んでいる。すなわち、本来カントが「外延」という言葉で意味するのは複数の要素を含んでいるような場合のみであり、ある概念が適用される対象が単一であったり、あるいはまったく存在しない場合には、その概念は外延を持たないと言われると考えられるのである。しかしながら、この点は以下の議論にとって本質的ではないため、さしあたっては以上の定義を採用しておく。

文献

- Achourioti, T. & van Lambalgen, M. (2011). 'A Formalization of Kant's Transcendental Logic,' *The Review of Symbolic Logic*, 4, 2, 254-289, June.
- Anderson, R. L. (2015). *The Poverty of Conceptual Truth: Kant's Analytic/Synthetic Distinction and the Limits of Metaphysics*: Oxford University Press.
- Coffa, J. A. (1993). *The Semantic Tradition from Kant to Carnap: To the Vienna Station*, Cambridge: Cambridge University Press, reprint edition.
- Ganter, B. & Wille, R. (1999). *Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations*, Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag.
- Heis, J. (2008). 'The Fact of Modern Mathematics: Geometry, Logic, and Concept Formation in Kant and Cassirer,' Ph.D. dissertation, University of Pittsburgh.
- de Jong, W. R. (1995). 'Kant's Analytic Judgments and the Traditional Theory of Concepts,' *Journal of the History of Philosophy*, 33, 4, 613-641.
- Lenders, W. (1971). 'The Analytic Logic of G.W. Leibniz and CHR. Wolff: A Problem in Kant Research,' *Synthese*, 23, 147-153.
- Lenzen, W. (1984). 'Leibniz und die Boolesche Algebra,' *Studia Leibnitiana*, 16, 2, 187-203.
- Lu-Adler, H. (2012). 'Kant's Conception of Logical Extension and Its Implications,' Ph.D. dissertation, University of California, Davis, California.
- Posy, K. (1983). 'Dancing to the Antinomy: A Proposal for Transcendental Idealism,' *American Philosophical Quarterly*, 20, 1, 81-94.
- 小山田圭一 (2012). 「概念と対象の一般理論の論理学的研究」, 博士論文, 東京工業大学, 東京.
- 野本和幸 (1990). 「カント哲学の現代性」, 廣松渉 [他] (編) 『講座ドイツ観念論第二巻: カント哲学の現代性』, 弘文堂, 19-86 頁.

[京都大学大学院博士後期課程・哲学]