

マルチグリッド法と可変複合モデルを用いた
強風を受けるシェル構造物の屋根形状最適化SHAPE OPTIMIZATION OF SHELL ROOFS SUBJECTED TO STRONG WIND
USING MULTIGRID METHOD AND VARIABLE COMPLEXITY MODEL

山下拓三*, 熊谷知彦**, 小河利行***, 宮村倫司****, 大崎 純*****

Takuzo YAMASHITA, Tomohiko KUMAGAI, Toshiyuki OGAWA,
Tomoshi MIYAMURA and Makoto OHSAKI

Shape optimization of shell roofs subjected to strong wind is carried out to minimize the maximum vertical displacement. The three dimensional (3D) fluid flow analysis is performed to obtain highly precise dynamic wind load. To reduce the large computational cost of the 3D analysis, the multigrid method is employed to solve the pressure Poisson equation. The objective function of the optimization problem is expected to have strong nonlinearity. Employing Response Surface Model (RSM), the objective function is approximated as a smooth function so that computational cost of the optimization is reduced. Analyses for several experimental points are required to generate RSM. It is not practical to perform 3D analyses for all experimental points due to huge computational cost. Variable Complexity Model (VCM) is useful for generating RSM. VCM is the method combining a high-fidelity model and a low-fidelity model. As the method of generating RSM, two kinds of methods are employed; (1) VCM (2) 3D analyses for all the experimental points. Optimized shapes are obtained by both methods. Although the value of the objective function of (1) is slightly larger than that of (2), the computation for (1) is much faster than that for (2).

Keywords : Shell roof, Shape optimization, Fluid flow analysis, Multigrid method, Variable complexity model, Computational cost

シェル屋根, 形状最適化, 流体解析, マルチグリッド法, 可変複合モデル, 計算負荷

1. 序

軽量のシェル構造物の設計において, 風の影響を考慮することは重要である。建築分野において, 風洞実験や流体シミュレーションを用いることで, 建築物に作用する風圧力を把握できるようになってきている。小河等は数値流体解析に基づいて強風中のシェル屋根面の動的挙動を解明することを試みている¹⁾。

また, 風の影響は建物の形状に大きく依存するため, 風外力に対するシェル構造物の最適形状を知ることは設計上重要である。建築の分野においては, これまでに, 多くのシェル形状の最適化に関する研究が行われている^{2)~6)}。しかし, 風荷重を対象とした建築物の最適化を行った例は少ない。機械分野では, 流れ場における形状の最適化の研究が, 数多く行われている。片峯・畔上は, 粘性流れにおける領域形状や, 流れの中に置かれた孤立物体の形状の最適化を行っている⁷⁾⁸⁾。しかし, 流れ場は二次元流れであり, 三次元流れにおける最適化は行われていない。また, Reynolds 数の低い定常流れを対象としており, 建築物に作用する風のように Reynolds 数が高く乱れのある流れを扱った研究例は少ない。

実現象を再現するという意味で, 有限要素法による大規模三次元非圧縮性粘性流体解析(以下, 三次元流体解析)は信頼性の高い手法である。しかし, 三次元流体解析は多大な計算時間を要し, その中でも大規模な連立一次方程式で表された圧力ポアソン方程式の求解

に最も計算負荷がかかる。大規模な連立一次方程式の求解には, 定常反復解法に分類される逐次過剰緩和法(successive over-relaxation method, SOR 法)や非定常反復解法に分類される共役勾配法(conjugate gradient method, CG 法)⁹⁾が用いられることが多い。CG 法の前処理にマルチグリッド法(multigrid method, MG 法)を用いることにより, 圧力ポアソン方程式の計算負荷を低減させることができる¹⁰⁾¹¹⁾。MG 法は, 本来の解析に用いる格子(有限要素法ではメッシュ)よりも粗いコースグリッド(coarse grid)と呼ばれる格子を用いて, 反復法の収束性を高める手法である¹²⁾¹³⁾。本来の解析に用いる細かい格子はファイングリッド(fine grid)と呼ばれている。宮村らは, シェル屋根面周辺の流れの三次元流体解析に, 二次元メッシュをコースグリッドとした MG 法を適用することにより, 計算の効率化を図っている¹⁴⁾。

最適化問題において, 多峰性を有する問題では感度解析に基づく最適化は容易ではない。実験あるいは解析で得られる応答値を用いて目的関数を近似する応答曲面モデル(Response Surface Model, RSM)は, 感度解析が容易に行えるので多峰性を有する問題に対して有効な方法である。RSMを作成するには十分に関数近似できる個数の実験点での応答値が必要であり, 三次元流体解析等の計算負荷が高い解析を行う場合, RSMを作成するために膨大な計算時間が必要になる。このように, 最適化を行うには計算負荷の高い解析を繰り返し行わなければならない場合があるため, 近似手法を用いて実用的な計算時間内に最適化を可

* 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
大学院生・修士(工学)** 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
助教・博士(工学)*** 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
教授・工博

**** 日本大学工学部情報工学科 専任講師・博士(工学)

***** 京都大学大学院工学研究科建築学専攻
准教授・博士(工学)

Graduate Student, Dept. of Archi. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, M. Eng.

Assist. Prof., Dept. of Archi. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Prof., Dept. of Archi. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Lecturer, Dept. of Computer Science, College of Engineering Nihon University, Dr. Eng.
Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Architectural Engineering, Kyoto University,
Dr. Eng.

能とする方法を用いることが望まれる。

最適化の計算効率を上げる近似手法として、簡易モデルと詳細モデルを用いて最適化を行う可変複雑モデル (Variable Complexity Model, VCM)¹⁵⁾ がある。この手法の事例として航空機翼を対象とした流体・構造解析を考慮に入れた複合領域最適化¹⁶⁾、自動車の衝突解析を対象としたサイドメンバの吸収エネルギー最大化¹⁷⁾ がある。また、筆者等は VCM を利用して、強風を受けるシェル屋根の形状最適化を行い¹⁸⁾ VCM の有用性を確認している。しかし、VCM を利用することによって最適化計算は高速化されたが、依然として三次元流体解析に多大な計算時間を要している。

そこで本論文では、強風を受けるシェル屋根の形状最適化において、三次元流体解析に MG 法を適用することによって最適化計算の高速化を図り、本形状最適化問題に対して適用性に優れた手法を実現することを目的とする。目的関数は RSM を用いて近似する。RSM を作成する手法として、文献 18) の VCM を用いる手法 (R-VCM) と、全ての実験点で三次元流体解析を用いる手法 (R-3D) を採用する。R-VCM 及び R-3D での最適化において MG 法による最適化計算の高速化の効果を確認し、最適化過程及び最適形状に関する考察を行う。

以下、第 2 章では強風を受けるシェル構造物の応答解析の概要について述べる。第 3 章では強風を受けるシェル構造物の形状最適化問題を構成し、その解法について述べる。第 4 章では例題に対して R-VCM と R-3D で最適化を行い、MG 法と VCM による計算効率化の効果の確認を行うとともに、R-VCM と R-3D による最適化に関する考察を行う。第 5 章に結論を述べる。

2. 強風を受けるシェル構造物の応答解析の概要

2.1 解析モデル

図 1 に解析モデルを示す。対象構造物は側壁付きの一方向自由曲面シェルである。三次元モデルでは、二次元モデルを y 方向に $0.8D$ 伸ばしたものを等間隔に 8 分割している。形状最適化を行う際、モデルの節点座標を設計変数に設定すると、境界が波打った形状となる現象が生じることが知られている¹⁹⁾ ため、解析モデルの形状の定義にはベジエ曲線を用いる。 $\mathbf{q}^0(s) = (q_x^0(s) \ q_z^0(s))$ を x - z 平面での α 次のベジエ曲線として、式 (1) のように表す²⁰⁾。

$$\mathbf{q}^0(s) = \sum_{i=0}^{\alpha} \mathbf{R}_i B_i^{\alpha}(s) \quad (1)$$

ただし、 $\mathbf{R}_i = (R_i^x, R_i^z)$ は制御点の位置ベクトルであり、 B_i^{α} ($i=0, \dots, \alpha$) は α 次のバーンスタイン基底関数であり、 s ($0 \leq s \leq 1$) はパラメータである。屋根面の形状を $\mathbf{q}(s) = (q_x^0(s) \ y \ q_z^0(s))$ によって定義する。適度に起伏を持つ曲線形状を表現できる次数として $\alpha=5$ とする。図 2 に 5 次のベジエ曲線を示す。6 個の制御点の位置を決めることによって 5 次のベジエ曲線が作成される。

表 1 に境界条件を示す。 u, v, w は、 x, y, z 方向の流速であり、 p は圧力である。流入境界における気流分布を x 方向の平均流速が V_H の一様乱流とする。流入部分の風速には、風洞実験の結果に基づいて確率論的な手法により作成した乱流による変動を与える¹²¹⁾。地面および建築物の表面は non-slip 境界としており、三次元流体解析では解析領域側面を free-slip 境界としている。図 3 に x - z 断面での要素分割を示す。二次元流体解析では三角形一次要素を用い、節点数 6103、要素数 11816 であり、三次元流体解析では四面体一次要素を用い、節点数

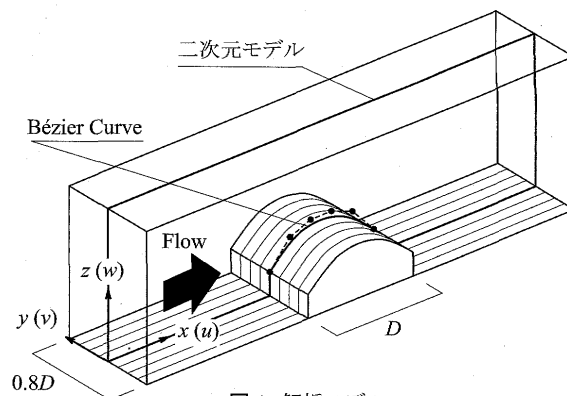


図 1 解析モデル

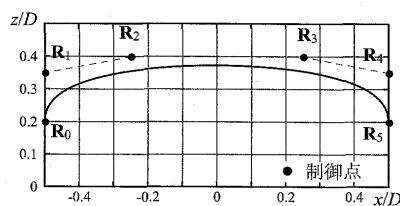


図 2 5 次のベジエ曲線 (初期形状)

表 1 境界条件

流入面	$u=V_H, v=0, w=0$
流出面	$p=0$
下面 構造体表面	$u=0, v=0, w=0$
上面	$w=0$
側面	$v=0$

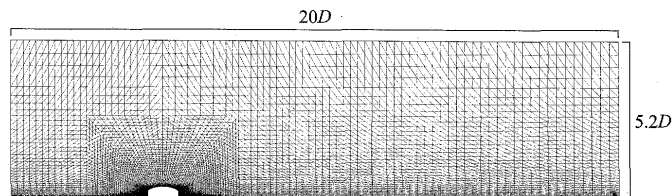


図 3 x - z 断面要素分割

表 2 流体の諸元

流入端平均流速 V_H (m/s)	14.5
空気密度 ρ_{air} (kg/m ³)	1.25
粘性係数 μ (N·s/m ²)	1.81×10^{-5}
Reynolds 数	1.0×10^5

表 3 モデルパラメータ

	解析 モデル	現実的な モデル
屋根面単位面積質量 w (kg/m ²)	8.10×10^{-2}	80.0
1 次固有振動数 (Hz)	3.12×10^2	1.00
スパン D (m)	0.10	100
基準点での平均風速 V_H (m/s)	14.5	50.0
単位幅曲げ剛性 EI (N·m ² /m)	2.61×10^{-2}	2.65×10^8
質量パラメータ C_M	0.65	0.64
荷重パラメータ C_L	5.04	5.90

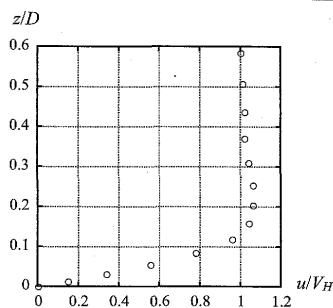


図 4 建築物位置での平均風速の鉛直方向分布

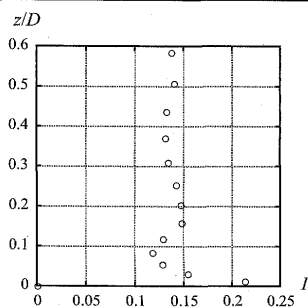


図 5 建築物位置での乱れ強さ I_u の鉛直方向分布

54927、要素数 283584 である。屋根表面の最小要素サイズは三角形要素については $5.80D^2 \times 10^{-5}$ であり、四面体要素については $1.96D^3 \times 10^{-6}$ である。計算は無次元時間刻み $\Delta t V_H / D = 0.01$ で、8000 ステップまで行う。表 2 に流体の諸元を示す。耐風工学において扱う Reynolds 数の値の範囲は 7×10^4 から 7×10^8 であり²²⁾、本研究での値には、その中でも亜臨界領域と呼ばれる範囲に含まれる 1.0×10^5 を用いる。

図4と図5にそれぞれ建築物位置での平均風速の鉛直方向分布と乱れ強さ I_u の鉛直方向分布を示す。一樣乱流とした流入境界における気流分布は下流方向では徐々に勾配流となっているが、境界層は十分には発達していない。しかし、本解析手法によって、本モデルと同様の二次元形状を有する円筒モデルの屋根面上の風圧については既往の風洞実験結果¹⁾を精度良く再現できている。

モデルパラメータを表3に示す。現実的なモデルとして、スパン100mの骨組膜構造のシェル屋根面が、頂部付近で平均風速50m/sの風を受けることを想定する。質量パラメータと荷重パラメータが、現実的なモデルに対応するように解析モデルのパラメータを設定する。質量パラメータ C_M と荷重パラメータ C_L は式(2)、(3)で表される。

$$C_M = w / (\rho_{air} D) \quad (2)$$

$$C_L = Q_H D^3 / (EI) \quad (3)$$

ただし、 Q_H は基準点での速度圧である。

2.2 解析手法

非圧縮粘性流体解析の概要を以下に示す。流れ場の支配方程式は非圧縮粘性流れの基礎式であるNavier-Stokes方程式と連続の式である。Crank-Nicolson法を適用することにより時間方向に離散化すると、Navier-Stokes方程式と連続の式はそれぞれ式(4)、(5)となる。

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \sum_{j=1}^d u_j^n \frac{\partial u_i^{n+1/2}}{\partial x_j} + \frac{\partial p^{n+1/2}}{\partial x_i} - \nu \sum_{j=1}^d \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i^{n+1/2}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{n+1/2}}{\partial x_i} \right) = f_i \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^d \frac{\partial u_j^{n+1/2}}{\partial x_j} = 0 \quad (5)$$

ただし、添字 n は n 番目のステップを表し、 Δt は時間増分を表す。 d は空間の次元で2または3である。下付の添字の1, 2, 3はそれぞれ x , y , z 成分を表す。 u は速度、 p は圧力、 ν は動粘性係数を表す。また、 $u_i^{n+1/2} = (u_i^n + u_i^{n+1}) / 2$ である。時間方向の離散化にはIBTD+FS法²³⁾を、空間方向の離散化には有限要素法を用いる。乱流モデルとしてLESのSmagorinskyモデルを用いる。流体と構造体の連成は考慮しない。

構造体の応答解析については、側壁部は剛体とみなして屋根のみ解析を行う。屋根端部と側壁はピン接合とする。屋根は桁行方向に無限に伸びていると仮定して、節点数49、要素数48の線形はり要素を用いた二次元モデルとする。運動方程式の解法にはNewmark- β 法($\beta=0.25$)を用いる。減衰マトリクスの作成には式(6)を用いる。

$$[C] = ([U]^T)^{-1} [\setminus s C \setminus] ([U]^T) \quad (6)$$

ただし、 U はモードマトリクス、 sC は s 次の広義減衰係数であり s 次モードの減衰定数を決めることにより定まる。1次、2次モードの減衰定数は2%、3次モード以降については20%とする。流体解析より得られた風圧力データの5ステップ毎の値を外力として、各節点の応答を求める。三次元流体解析の風圧力は y 方向に平均して応答解析に用いる。

2.3 三次元流体解析へのマルチグリッド法(MG法)の適用

三次元流体解析において圧力ポアソン方程式の求解部で多大な計算負荷がかかる。本研究では圧力ポアソン方程式の解法に用いる共役勾配法(CG法)に、文献14)で提案されたMG法による前処理を施すことによって、解の収束性を高める。図6に前処理付き共役勾配法(PCG

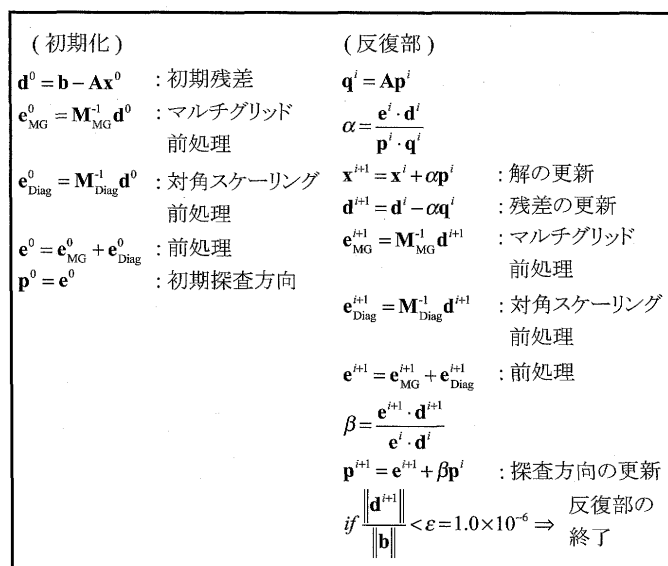


図6 PCG法のアルゴリズム

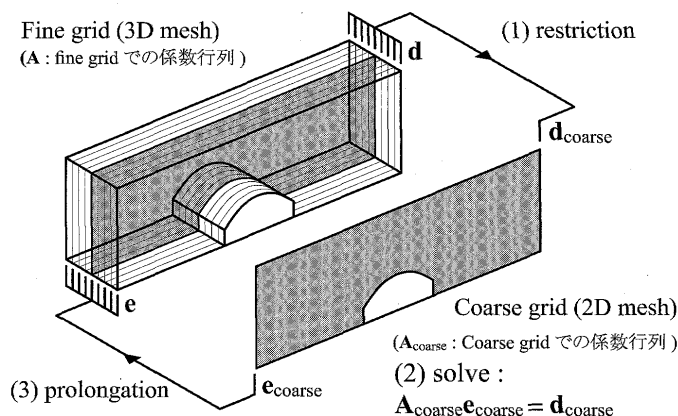


図7 MG法の概略

法)のアルゴリズムを示す。PCG法は圧力ポアソン方程式 $\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b}$ の反復解法として用いる。 $\mathbf{e} = \mathbf{M}_{MG}^{-1} \mathbf{d}$ (以下、添え字 i は省略)の処理にMG法を用いる。図7にMG法の概略を示す。コースグリッドとして二次元メッシュを用いる。この処理では、(1)ファイングリッド上の残差 $\mathbf{d}$ をコースグリッドに写像(restriction)する、(2)写像されたベクトル $\mathbf{d}_{coarse}$ を右辺として、係数行列が $\mathbf{A}_{coarse}$ で表されるコースグリッド上で解 $\mathbf{e}_{coarse}$ を求める、(3)その解をファイングリッドに写像(prolongation)する、という操作が行われる。ただし、ここでのrestrictionはファイングリッド上の y 方向に並ぶ節点群の残差を平均して、その値をコースグリッド上の対応する節点に与える操作である。prolongationはコースグリッドの節点上の値を、対応するファイングリッド上の y 方向に並ぶ節点群に、そのまま配分する操作である。ここで(2)の操作は、残差ベクトルを y 方向に平均したものを用いた右辺ベクトルとした、二次元の圧力ポアソン方程式の求解と同じ計算となる。本研究で適用するMG法の詳細は文献14)を参照されたい。

3. 強風を受けるシェル構造物の形状最適化

本章では本研究で行う形状最適化問題の概要を示す。

3.1 定式化

最適化の対象とするのは側壁付きシェルの屋根面のみであり、側壁は対象としない。また、設計変数には部材の剛性や重量は含まない。

以下のように形状最適化問題を構成する。

$$\text{Minimize : } f(\mathbf{R}) = \max\{w^{\max}, -w^{\min}\} \quad (7)$$

$$\text{Variable : } \mathbf{R} = (R_1^z, R_2^z, R_3^z, R_4^z) \quad (8)$$

$$\text{Subject to : } (R_2^z + R_3^z) / 2 \geq 0.4 \quad (9)$$

$$R_i^z \geq 0.2 \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (10)$$

一般に、建築物の設計では最大応答を示す点での値を、設定範囲内に収めることを目標とすることから、式(7)のように目的関数を設定する。ただし、 $w^{\max}$ と $w^{\min}$ は全屋根節点の z 方向(鉛直方向)応答変位における最大値と最小値であり、 $w^{\max}$ と $-w^{\min}$ の最大値を最大鉛直応答変位と呼ぶ。ベジエ曲線の始点と終点を定義する制御点 $\mathbf{R}_0$ と $\mathbf{R}_5$ は側壁上端で固定とし、残りの4つの制御点の z 座標を設計変数とする(式(8))。図2に示す初期形状の設計変数ベクトル $\mathbf{R}$ は、 $(R_1^z, R_2^z, R_3^z, R_4^z) = (0.35, 0.4, 0.4, 0.35)$ である。制約条件は屋根形状が低ライズになるのを避けるために式(9)、(10)のように設定している。ここで、建物の立地条件によっては卓越する風向があることから、形状変更の際に屋根形状が風上側と風下側で対称となるような制約条件は入っていない。

3.2 最適化手法

本最適化問題での目的関数は流体解析で得られる風による応答の最大値であるために、非線形性が強く多峰性を有する問題であると予想されるので、計算量を減らすためには何らかのメタモデルが必要である。そこで、目的関数をRSMで滑らかに曲面近似し、感度解析が容易に行えるようにする。RSMに対して最適化パッケージDOT Ver. 5.0を用いて最適解を求める。ここで、最適化アルゴリズムには逐次2次計画法を用いる²⁴⁾。目的関数を式(11)に示すようにベクトル $\mathbf{r} = \{r_i\} (-1 \leq r_i \leq 1)$ に関する2次の多項式で近似的に表現する。

$$f = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i r_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} r_i r_j \quad (11)$$

ただし、 N は設計変数の個数である。パラメータと設計変数の関係を式(12)に示す。

$$\mathbf{R}(\mathbf{r}) = \mathbf{R}^{(k)} + \Delta \mathbf{R} \mathbf{r} \quad (12)$$

ただし、 $\mathbf{R}^{(k)}$ は初期値であり、最適化 k STEP終了後における最適解とする。 $k=0$ においては初期値は初期形状での設計変数である。 $\Delta \mathbf{R}$ は移動幅である。係数 a_0 、 a_i 、 a_{ij} を最小2乗法を用いて求める。未定係数の個数は $n_c = (N+1)(N+2)/2$ である。本研究では $N=4$ なので $n_c=15$ であるが、応答曲面の精度を高めるために31点の実験点を取ることとする。一点目の実験点を初期値 $\mathbf{R}^{(k)}$ とし、残りの30点分の実験点は3水準系のD-最適計画²⁵⁾となるようにMatlabのstatistics toolboxの'cordexch'関数を用いて生成する。ただし、3水準とは r_i が $\{-1, 0, 1\}$ の中から一つの値を取ることを意味する。

以下に、最適化フローを示す。

- 1) 初期設計変数ベクトル $\mathbf{R}^{(0)}$ と移動幅 $\Delta \mathbf{R}$ を設定し、 $k=0$ とする。
- 2) 初期値 $\mathbf{R}^{(k)}$ 、移動幅 $\Delta \mathbf{R}$ から実験点を生成する。
- 3) 各実験点での式(7)の目的関数値を求める。
- 4) 31個の実験点の目的関数値から式(11)のRSMを作成する。
- 5) RSMに対して最適時の $\mathbf{r} = \tilde{\mathbf{r}}$ を求めて、最適解 $\mathbf{R}^{(k+1)} = \mathbf{R}^{(k)} + \Delta \mathbf{R} \tilde{\mathbf{r}}$ を得る。
- 6) 収束していないなら $\Delta \mathbf{R}$ を更新し、 $k \leftarrow k+1$ として2)へ進む。

$\Delta \mathbf{R}$ は大きいと最適解が振動することが考えられる。また、 $\Delta \mathbf{R}$ を小さく取りすぎると繰り返す最適化STEPが増加したり、局所最適解に陥ること

が考えられる。以上のことを考慮して、逐次 $\Delta \mathbf{R}$ を更新する。

3.3 最適化計算への変複合モデル(VCM)の適用

三次元流体解析には多大な計算時間を要するため、3.2節の最適化フロー3)において繰り返し三次元流体解析を行うには多大な計算負荷がかかる。計算負荷を低減するために、VCMを用いる。VCMとは、詳細モデルと簡易モデルを組み合わせて近似最適化を行う手法である。詳細モデルでは三次元流体解析を用い、簡易モデルでは二次元流体解析を用いて風圧力を求めることにより、構造物の応答を求める。以下、簡易モデルでの解析を二次元解析、詳細モデルでの解析を三次元解析と呼ぶ。構造体の両端を除いた節点 $i(i=1, \dots, 47)$ に関して、鉛直方向の時刻歴応答変位 $\delta_i(t)$ をフーリエ変換したものを $\mathbf{R}$ の関数として $\delta_{io}(\mathbf{R})$ で表す。二次元解析、三次元解析により得られた変位フーリエスペクトルを、それぞれ $\delta_{io}^{2D}(\mathbf{R})$ 、 $\delta_{io}^{3D}(\mathbf{R})$ で表す。 $\mathbf{R}^{(k)}$ において近似ファクターを式(13)で定義する。

$$\sigma_{io}(\mathbf{R}^{(k)}) = \delta_{io}^{3D}(\mathbf{R}^{(k)}) - \delta_{io}^{2D}(\mathbf{R}^{(k)}) \quad (13)$$

近似ファクターを用いて、変位フーリエスペクトルを式(14)のように近似する。

$$\delta_{io}^{3D}(\mathbf{R}^{(k)} + \Delta \mathbf{R} \mathbf{r}) \approx \delta_{io}^{2D}(\mathbf{R}^{(k)} + \Delta \mathbf{R} \mathbf{r}) + \sigma_{io}(\mathbf{R}^{(k)}) \quad (14)$$

VCMを用いることにより、3.2節の最適化フロー3)の目的関数の算出方法は以下になる。

- 3)-1 初期値 $\mathbf{R} = \mathbf{R}^{(k)}$ で二次元解析と三次元解析を行い近似ファクター $\sigma_{io}(\mathbf{R}^{(k)})$ を設定する。
- 3)-2 各実験点で二次元解析を行い $\delta_{io}^{2D}(\mathbf{R}^{(k)} + \Delta \mathbf{R} \mathbf{r})$ を求め、近似ファクター $\sigma_{io}(\mathbf{R}^{(k)})$ を用いて式(14)より $\delta_{io}^{3D}(\mathbf{R}^{(k)} + \Delta \mathbf{R} \mathbf{r})$ を評価する。
- 3)-3 $\delta_{io}^{3D}(\mathbf{R}^{(k)} + \Delta \mathbf{R} \mathbf{r})$ を逆フーリエ変換することによりシェル屋根面の i 点の時刻歴応答を求め、各実験点で式(7)の目的関数値を求める。

なお、VCMの二次元解析に用いる二次元メッシュは、2.3節に示したMG法のコースグリッドとして用いた二次元メッシュと同一であり、また、二次元の圧力ポアソン方程式を解く際にも同一のプログラムを用いることができるため実装上の利点がある。

近似ファクターとして、式(13)の差で定義されるもの(以下、差モデル)の他に、参考文献16)17)で用いられている比で定義されるもの(以下、比モデル)も考えられる。そこで、差モデルによるVCMと比モデルによるVCMとの精度比較を行う。図8にVCMによる目的関数値 f_{VCM} と三次元解析による目的関数値 f_{3D} の差を、三次元解析における31実

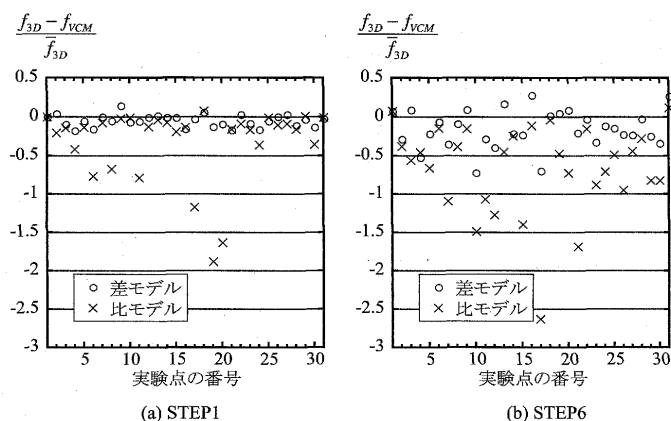


図8 VCMによる目的関数値と三次元解析による目的関数値の差

験点での目的関数値の平均値 $\bar{f}_{3D}$ で除して示す。(a), (b) での目的関数値はそれぞれ4章表6のSTEP1, STEP6の初期値と ΔR から生成された実験点での値となる。目的関数値が大きいSTEP1では、差モデルによるVCMは精度が良い。一方、比モデルによるVCMは幾つかの実験点で精度が悪くなっている。目的関数値が小さいSTEP6ではSTEP1の時と比べ、差モデル、比モデル共にVCMの精度は悪化しているが、差モデルにおいて著しく精度が悪化している点は見られない。以上から変位のフーリエスペクトルに対して近似ファクタを設定した本最適化では、差モデルは比モデルに比べ、精度が高く、著しく精度が悪化している実験点が見受けられないことから合理的なモデルであると言える。

4. 数値解析例

2.3節において述べたMG法を三次元流体解析に適用して、強風を受けるシェル屋根面の形状最適化を行う。以下では、応答曲面の作成にVCMを用いたものをR-VCMと呼び、全ての実験点で三次元解析を用いたものをR-3Dと呼ぶ。応答の時刻歴データとして、流れが発達した後の2885ステップから8000ステップの間において5ステップ毎に抽出した計1024個の値を用いる。計算には東京工業大学学術国際情報センターTSUBAME Grid Clusterを利用する。1ノード当たり2コアのCPUが8個あるので計16個コアがあり、メモリは32GBである。実装されているCPUはAMD Opteron 880 2.4GHzである。4.1節に示す計算時間はジョブ実行時の使用メモリサイズを32GBに指定することにより、1ノードを占有して計測する。

4.1 計算時間

一回の最適化STEPでは、R-VCMの場合、二次元解析を31回と三次元解析を1回行い、R-3Dの場合、三次元解析を31回行うことになり、これらの計算時間がほぼ最適化に要する時間となる。

MG法とVCMの計算効率化の効果を確認するため、最初の最適化STEPにおいて、31個の実験点での二次元解析に要した総時間と初期値 $R^{(0)}$ での三次元解析に要した時間を計測した。表4にそれらの時間を示す。

表4より、MG法を用いずにR-VCMによりひとつの応答曲面を作成するための計算時間は、約17.0時間となる。一方、MG法を用いずにR-3Dによりひとつの応答曲面を作成するための計算時間は、各実験点での計算時間の違いがわずかなので、初期値 $R^{(0)}$ での計算時間の31倍であるとして見積もると約387.5時間となる。従って、R-VCMによる最適化は、R-3Dに比べて約22.8倍高速化される。R-VCMにおいてMG法を併用して応答曲面を作成するための計算時間は、約10.3時間となるため、MG法を用いることによって約1.6倍高速化されることになる。R-3DではMG法を用いることによって約2.2倍高速化されることになる。このように、MG法とR-VCMを組み合わせることにより、非常に高速に最適化を行うことができる。

4.2 最適化結果

表5にR-3Dでの最適化過程を、表6にR-VCMでの最適化過程を

表4 二次元解析と三次元解析に要した時間(最初の最適化STEP)

31個の実験点で 二次元解析に要した総時間(hour)	4.5
MG法を用いなかった時の初期値 $R^{(0)}$ での 三次元解析に要した時間(hour)	12.5
MG法を用いた時の初期値 $R^{(0)}$ での 三次元解析に要した時間(hour)	5.8

示す。STEP0には、初期設計変数 $R^{(0)}$ とその時の目的関数値を示している。STEP1では初期値を初期設計変数とし、移動幅 ΔR を0.05として、最適解を求めている。以降は初期値を前STEPの最適解とし、 ΔR を2STEPに一回、前のSTEPの1/2の値になるように設定した。最適解が振動することなく早い段階で目的関数の最適値が大幅に減少しているので、 ΔR の設定は適当であると言える。 f_{RS} はRSMでの目的関数の最適値であり、 f はその最適形状で三次元解析を行った時の目的関数値である。 f と f_{RS} を比べると、R-3DのSTEP5を除いては、RSMによる誤差は少ないことがわかる。

図9に最適化過程での目的関数の最適値 f の推移を示す。横軸は最適化STEPであり、縦軸はそのSTEPでの目的関数の最適値である。R-3DとR-VCMの目的関数の最適値 f の推移は似ている。R-3Dにおいては、STEP6での結果を、R-VCMにおいてはSTEP5での結果を最適解とした。目的関数の最適値 f は、R-3Dでは初期形状時の約11.0%、R-VCMでは15.5%となり、大幅に減少している。よってR-3D、R-VCMでの両最適化結果とも有用であると言える。

最適解の信頼性を検討するために、RSMが目的関数を精度良く近似できているかを分散分析を用いて検定する²⁶⁾。分散分析は線形回帰モデルに用いられるので、二次多項式を用いるRSMを、 r_i , r_i^2 , $r_i r_j$

表5 R-3Dでの最適化過程

STEP	初期値	ΔR	最適解	R_1^2	R_2^2	R_3^2	R_4^2	f_{RS}	f
0	---	---	$R^{(0)}$	0.350	0.400	0.400	0.350	---	8.01×10^{-3}
1	$R^{(0)}$	5.00×10^{-2}	$R^{(1)}$	0.300	0.450	0.432	0.300	4.91×10^{-3}	5.35×10^{-3}
2	$R^{(1)}$	5.00×10^{-2}	$R^{(2)}$	0.250	0.498	0.466	0.250	1.84×10^{-3}	2.43×10^{-3}
3	$R^{(2)}$	2.50×10^{-2}	$R^{(3)}$	0.225	0.473	0.486	0.226	1.75×10^{-3}	1.91×10^{-3}
4	$R^{(3)}$	2.50×10^{-2}	$R^{(4)}$	0.200	0.448	0.467	0.201	0.98×10^{-3}	0.90×10^{-3}
5	$R^{(4)}$	1.25×10^{-2}	$R^{(5)}$	0.213	0.459	0.470	0.213	0.26×10^{-3}	1.27×10^{-3}
6	$R^{(5)}$	1.25×10^{-2}	$R^{(6)}$	0.200	0.447	0.457	0.201	0.95×10^{-3}	0.88×10^{-3}

表6 R-VCMでの最適化過程

STEP	初期値	ΔR	最適解	R_1^2	R_2^2	R_3^2	R_4^2	f_{RS}	f
0	---	---	$R^{(0)}$	0.350	0.400	0.400	0.350	---	8.01×10^{-3}
1	$R^{(0)}$	5.00×10^{-2}	$R^{(1)}$	0.300	0.450	0.450	0.300	4.82×10^{-3}	5.25×10^{-3}
2	$R^{(1)}$	5.00×10^{-2}	$R^{(2)}$	0.250	0.500	0.455	0.250	2.80×10^{-3}	2.61×10^{-3}
3	$R^{(2)}$	2.50×10^{-2}	$R^{(3)}$	0.226	0.475	0.480	0.225	1.99×10^{-3}	1.93×10^{-3}
4	$R^{(3)}$	2.50×10^{-2}	$R^{(4)}$	0.201	0.474	0.495	0.200	1.34×10^{-3}	1.35×10^{-3}
5	$R^{(4)}$	1.25×10^{-2}	$R^{(5)}$	0.213	0.462	0.482	0.203	1.20×10^{-3}	1.16×10^{-3}
6	$R^{(5)}$	1.25×10^{-2}	$R^{(6)}$	0.203	0.474	0.475	0.209	1.26×10^{-3}	1.24×10^{-3}

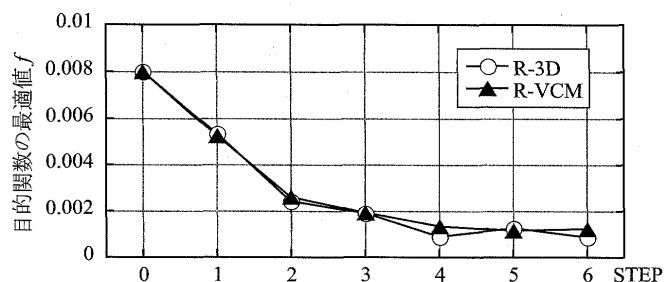


図9 最適化過程での目的関数の最適値の推移

($j=1,2,3,4$)を説明変数と置くことにより線形重回帰モデルとして考える。説明変数の数は計14となる。図10に各最適化STEPでの分散比を示す。縦軸の分散比とは、実測値と回帰モデルによる推定値の差の分散に対する回帰モデルによる推定値の分散の比であり、本研究においては実際の目的関数を応答曲面でどの程度説明できているかを表す指標となる。ここで $F(0.05,14,16)$ は有意水準5%に対する、自由度14(説明変数の数),自由度16(実験点の数-説明変数の数-1)のF分布の値であり、分散比がこの値を上回れば危険率5%でこの回帰は有意であることになる。本モデルではR-3DのSTEP5を除いて二次多項式による応答曲面は実際の目的関数を精度良く再現しており、そのモデルを用いて得られた最適値は信頼性を有していると考えられる。

図11にR-3DとR-VCMのSTEP1からSTEP4までの応答曲面のコンター図を示す。応答曲面は、STEP1からSTEP4までは最適時の R_1^z ,

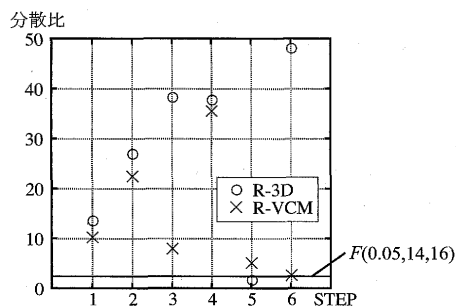


図10 各最適化ステップでの分散比

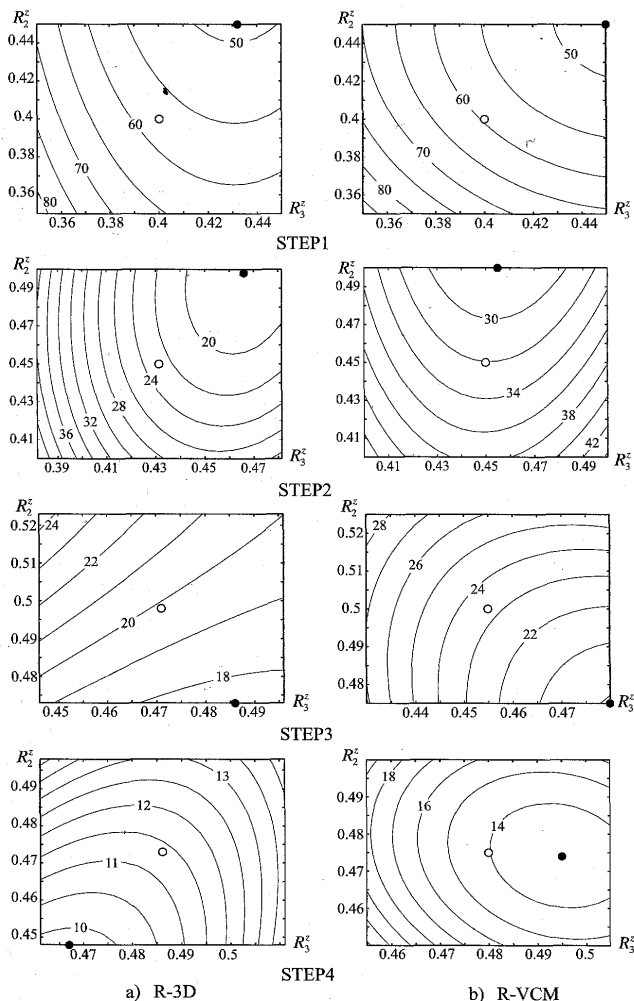


図11 応答曲面のコンター図 (●は最適解, ○は初期値)

R_4^z がほぼ同じ(表5, 6)であることから、それらの値を固定した $R_2^z - R_3^z$ 平面上のコンターで示す。ただし、 $R_2^z - R_3^z$ 平面の中心の座標は初期値であり、両軸の幅は ΔR である。初期のSTEPにおいては応答曲面形状は似ている。STEPが進むとR-VCMとR-3Dの応答曲面形状の違いが大きくなるが、STEP3までは最適解は似たような経路を進む。しかし、目的関数値の減少が抑えられるSTEP4以降においては最適解の経路も異なる。

更新ルールの変更によって最適解がどの程度変化する可能性があるか検討する。表5, 表6で採用した更新ルールをCASE1とし、 ΔR を大きく取ったものをCASE2とし、 ΔR を小さく取ったものをCASE3とした。図12(a), (b)にそれぞれR-3D, R-VCMにおける各更新ルールでの目的関数の最適値の推移を示す。 ΔR を大きくして更新を続けた場合、R-3Dでは少し違いがあるものの採用した更新ルールとほぼ同様の結果が得られる。一方、 ΔR を小さくして更新を続けた場合、R-VCMでは途中で経路が異なり局所最適化に陥っているが、R-3Dでは採用した更新ルールとほぼ同様の結果が得られる。したがって、本解析例で設定した ΔR は適切である。

4.3 最適解の検証

図13に初期形状、R-VCM及びR-3Dでの最適形状を、図14にそれらの曲率 $1/\rho$ を示す。図13~18(図15は除く)においてはx座標とz座標はドームスパンDで無次元化している。最適形状は初期形状と比べて前方部と後方部で低くなっている。またR-3DではR-VCMに比べ低ライズになっている。最適形状での制御点について、 R_1 と R_4 は下方へ移動し、 R_2 と R_3 は上方へ移動している。この制御点の移動によ

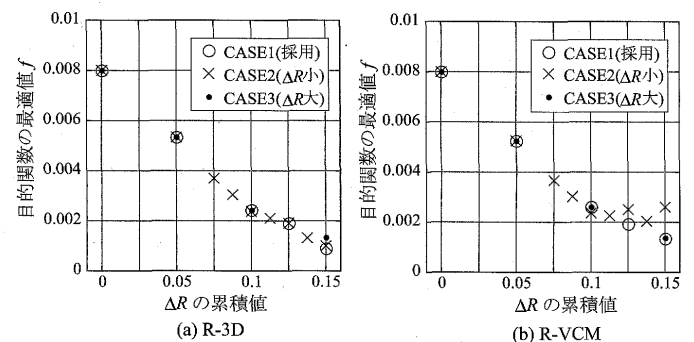


図12 各更新ルールでの目的関数の最適値の推移

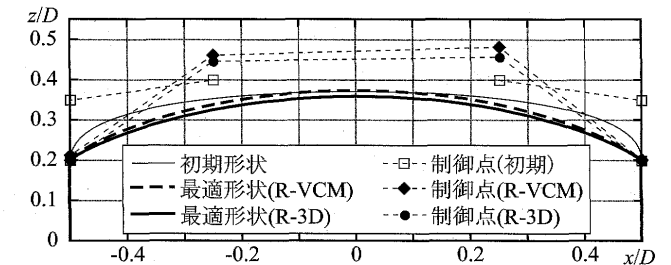


図13 初期形状、R-VCM及びR-3Dでの最適形状

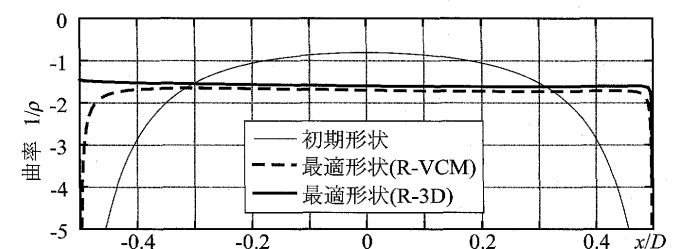


図14 初期形状、R-VCM及びR-3Dでの最適形状の曲率

て曲率の分布はほぼ一様になり、屋根曲面が円形に近い形状が最適形状であると言える。

図 15 に無次元時間 $tV_H/D=60$ での圧力のコンター図を示す。図 15~17 の圧力データは奥行き y 方向に平均したものである。初期形状と最適形状での圧力コンターの違いは屋根面上端部に見られ、初期形状での等圧線が密になっている。R-VCM と R-3D による最適形状に対する圧力コンターには大きな違いは見られない。また、無次元時間が 20, 40, 80 の時についても同様の結果であることを確認している。図 16, 17 に屋根面上の平均風圧係数 C_p と変動風圧係数 C_p' を示す。風圧係数の算出に用いた圧力データは 2000 ステップから 8000 ステップまでの値である。最適形状での平均風圧係数 C_p は、初期形状の場合に比べると、風上側での等圧線の集中が緩和されているので、風上側でその傾きは緩くなる。 C_p のピーク値は両者とも同程度であるが、その位置は最適形状のほうが頂部側に寄っている。初期形状での変動風圧係数 C_p' は、等圧線が密になっている風上側屋根端部付近で大きくなっている。R-VCM と R-3D による最適形状での C_p 及び C_p' に大きな違いは見られない。

図 18 に R-3D, R-VCM での最適形状における応答変位の包絡線と最大応答時の変位を示す。ただし、応答変位の包絡線とは各節点の鉛直方向の最大変位、最小変位それぞれを結んだ線である。縦軸は鉛直方向の応答変位 δ をドームスパン D で除した無次元鉛直応答変位 δ/D である。両最適形状の最大応答時における変位分布は逆対称形であり、最大鉛直応答変位を示す点の位置は、R-3D では屋根前方、R-VCM では屋根中央付近である。また、両最適形状の包絡線を比較すると、目的関数は屋根面上の全節点の中の最大鉛直応答変位であるが、目的関数値が小さい R-3D においてほぼ全ての節点の最大変位が R-VCM より小さいことが分かる。

5. 結

強風を受けるシェル屋根の形状最適化を、屋根面上の全節点の中の最大鉛直応答変位を最小化することによって行った。三次元流体解析にマルチグリッド法 (MG 法) を用いることにより、最適化計算の高速化を図った。目的関数を近似する方法として、応答曲面モデル (RSM) を用い、RSM の作成方法として、可変複合モデル (VCM) により近似的に作成する方法 (R-VCM) と、全ての実験点で三次元流体解析を用いて作成する方法 (R-3D) の 2 種類を用いた。R-VCM と R-3D での最適化において MG 法による計算効率化の効果を検証し、最適化過程及び最適形状に関する考察を行った。

本研究により得られた結論を以下に示す。

- 1) 変位フリーエスペクトルに対して近似ファクタを設定した VCM による最適化においては、近似ファクタを比で定義したモデルよりも差で定義したモデルが有効である。
- 2) R-VCM による近似最適化を用いることによって、R-3D による最適化に比べて、最適化計算は約 22.8 倍高速化された。また、MG 法を用いることによって更に約 1.6 倍高速化された。R-3D においても MG 法を用いることによって約 2.2 倍高速化された。
- 3) 目的関数の最適値は、R-3D では初期形状の約 11.0%、R-VCM では 15.5% となり、大幅に目的関数値が減少していることから、両最適化結果とも有用であると言える。
- 4) R-3D と R-VCM での最適化過程を比べると、初期の STEP では応答曲面形状は似ており、最適解は似た経路を辿る。STEP が進むと

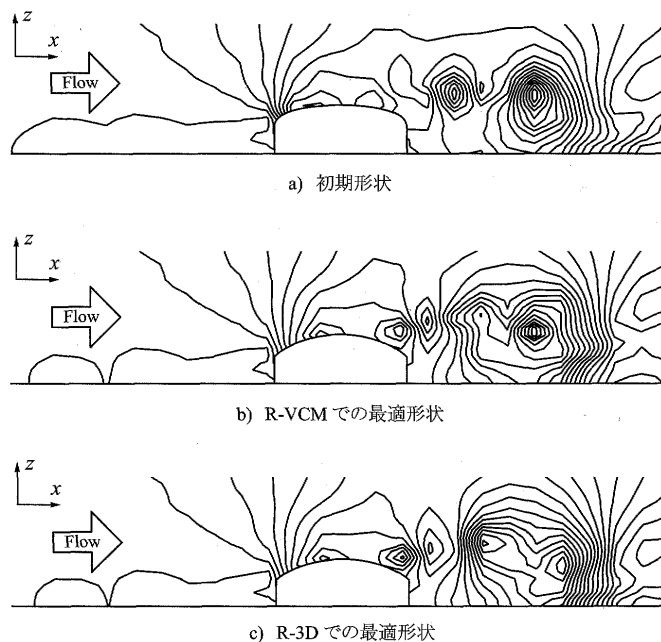


図 15 圧力のコンター図 ($tV_H/D=60$)

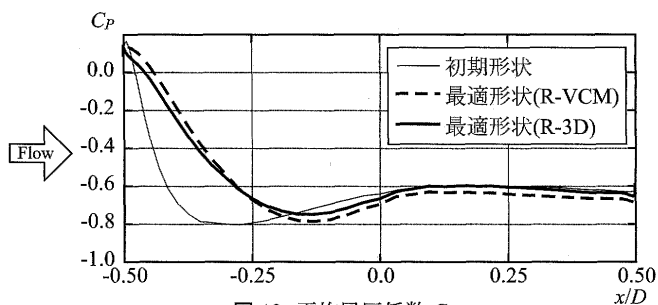


図 16 平均風圧係数 C_p

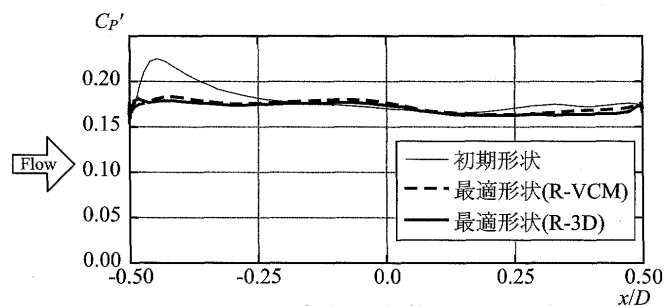


図 17 変動風圧係数 C_p'

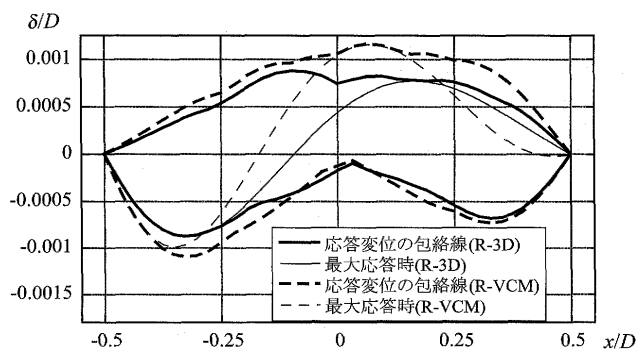


図 18 R-3D, R-VCM での最適形状における
応答変位の包絡線と最大応答時の変位

応答曲面形状の違いが大きくなり、目的関数値の減少が抑えられるSTEPになると、最適解の経路も異なり始める。

- 5) R-3D における最適形状では屋根のライズが R-VCM に比べ低く曲率も小さくなるが、両最適化形状とも曲率がほぼ一樣になる形状、即ち屋根曲面が円形に近い形状となる。
- 6) 最適形状では初期形状に比べて平均風圧係数の傾きは緩やかになる。平均風圧係数のピーク値は両形状とも同程度であり、ピークの位置は最適形状のほうが頂部側にある。変動風圧係数は初期形状において、風上側屋根端部付近で大きくなるのに対し、最適形状ではこのようなピークは見られなかった。

今後の課題

本解析手法によって、二次元形状を有するモデルの屋根面上の風圧については既往の風洞実験結果を精度良く再現できているものの、境界層乱流は十分に再現できておらず、他のモデルでの風圧力の再現性に課題が残る。今後は、境界層乱流を精度良く再現するために流入変動風について検討を加えていく予定である。また、今後は三次元形状の構造物を対象とした形状最適化を進めることから、応答計算への三次元解析の適用を行っていく予定である。

謝辞

本研究の一部は平成 19 年度科学研究費補助金基盤研究 (B) (課題番号: 19360247) によるものである。ここに謝意を表します。

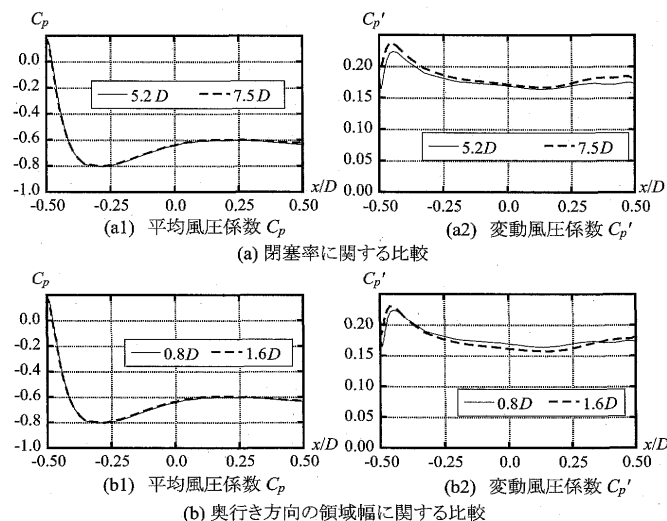
参考文献

- 1) Ogawa, T., Nakayama, M., Masuda, K. and Mochizuki, I.: Numerical Simulation and Experimental Study on Dynamic Behavior of Cylindrical Dome Roofs in Strong Wind, Proc. IASS 40th Anniversary Congress, Vol.2, E1.71-E1.80, 1999
- 2) Ohsaki, M. and Hayashi, M.: Fairness Metrics for Shape Optimization of Ribbed Shells, J. Int. Assoc. Shells and Spatial Struct., Vol. 41(1), pp. 31-39, 2000.
- 3) Ohsaki, M., Ogawa, T. and Tateishi, R.: Shape Optimization of Curves and Surfaces Considering Fairness Metrics and Elastic Stiffness, Struct. Multidisc. Optim., Vol. 24, pp. 449-456, 2003, Erratum: Vol. 25, pp. 250-258, 2004.
- 4) 山本憲司, 皆川洋一, 大森博司: 剛性行列のブロック対角化を利用した線形座屈荷重を目的関数とする単層トラスドームの形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, 第 578 号, pp.51-58, 2004.4
- 5) 本間俊雄, 加治広之, 登坂宣好, 免疫アルゴリズムによる構造システムの最適化と解の多様性, 日本建築学会構造系論文集, 第 588 号, pp.103-110, 2005.2
- 6) 浜田英明, 大森博司: 設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案: その 1 多目的遺伝的アルゴリズムによる発見の方法, 日本建築学会構造系論文集, 第 609 号, pp.105-111, 2006.11
- 7) 片峯英次, 畔上秀幸: 粘性流れ場領域最適化問題の解法 (方法によるアプローチ), 日本機械学会論文集 (B 編), 60 巻, 579 号, pp.269-276, 1994.11
- 8) 片峯英次, 畔上秀幸: 粘性流れ場の領域最適化解析 (対流項を考慮した場合), 日本機械学会論文集 (B 編), 61 巻, 585 号, pp.58-65, 1995.5
- 9) 藤野清次, 張紹良: 反復法の数値, 朝倉書店, 1996
- 10) Barrett, R. et al.: Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods, SIAM, <http://www.netlib.org/templates/Templates.html>, pp.91-92, 1994
- 11) 建部修見, 小柳義夫: マルチグリッド前処理付き共役勾配法, 情報処理学会研究報告, No.1992-HPC-042, pp. 9-16, 1992
- 12) Trottenberg, U., Oosterlee, C. and Schüller, A.: Multigrid, Academic Press, 2001
- 13) Parsons, I.D.: Parallel Adaptive Multigrid Methods for Elasticity, Plasticity and Eigenvalue Problems, Parallel Solution Methods in Computational Mechanics, M. Papadrakakis, John Wiley and Sons, pp. 143-180, 1997

- 14) 宮村倫司, 熊谷知彦, 小河利行, 小形信太郎, 大崎 純: シェル屋根面周辺の流れの三次元非圧縮性粘性流体解析へのマルチグリッド法の適用, 日本建築学会構造系論文集, 第 618 号, pp.135-142, 2007.8
- 15) 川面恵司, 横山正明, 長谷川浩志, 最適化理論の基礎と応用—GA から MDO を中心として—, コロナ社, 2000
- 16) Unger, E.R., Hutchison, M.G., Rais-Rohani, M., Hafika, R.T. and Grossman, B.: Variable-Complexity Multidisciplinary Design of a Transport Wing, Int. J. Systems Automation: Research and Appl., Vol. 2, pp. 87-113, 1992.
- 17) 長谷川浩志, 酒井新吉: 衝突解析における可変複合モデルを用いた近似最適化に関する一試行, 日本計算工学会論文集, Vol. 5, pp.125-130, 2003
- 18) Ogawa, T., Ohsaki, M., Miyamura, T. and Kumagai, T.: Shape Optimization of Shell Roofs Subjected to Strong Wind by Using a Variable Complexity Model, J. Int. Assoc. Shells and Spatial Struct., Vol. 46(2), pp. 108-115, 2005.
- 19) 畔上秀幸: 形状最適化問題の解法, 計算工学, Vol.2, No.4, pp.239-247, 1997
- 20) 加藤直樹, 大崎 純, 谷 明勲: 建築システム論, 共立出版, 2002
- 21) 星谷 勝: 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会, 1974
- 22) 大熊武司, 神田 順, 田村幸雄: 建築物の耐風設計, 鹿島出版会, 3.1 節, pp. 47-72, 1996
- 23) 丸岡晃, 太田真二, 平野廣和, 川原陸人: 同次補間を用いた陰的有限要素法による非圧縮粘性流れの解析, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.383-394, 1997.3
- 24) DOT User's Manual, Ver 5.0, VR&D, 1999
- 25) Roux, W.J., Stander, N. and Hafika, R.T.: Response Surface Approximations for Structural Optimization, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 42, Issue 3, pp. 517-534, 1998
- 26) 秋山孝正, 上田孝行: すぐわかる計画数学, 3.3 節, pp.73-83, 1998

付録

風洞実験では閉塞率を 5% 以下に抑えることが一般的であるが、本解析モデルでは 7.7% とやや大きな値となっている。そこで、閉塞率の影響を検討するために、本解析モデル (高さ $5.2D$) と閉塞率が 5% 以下となる高さ $7.5D$ のモデルの流体解析結果の比較を行った。また、奥行き y 方向の領域幅の違いによる解析結果への影響を検討するために、本解析モデル (領域幅 $0.8D$) と奥行き方向に等間隔に 16 分割した領域幅 $1.6D$ のモデルの流体解析結果の比較を行った。付図 1 に屋根面上の風圧係数分布を示す。ここで、風圧は奥行き y 方向に平均している。(a) 閉塞率に関する比較、及び (b) スパン方向の領域幅に関する比較において、平均風圧係数分布及び変動風圧分布にほとんど違いが見られないことから、閉塞率が 5% よりやや大きいことによる風外力への影響は少なく、また、領域幅の違いによる風外力への影響は少ないと考えられる。



付図 1 屋根面上の風圧係数分布

(2008年6月9日原稿受理, 2008年11月14日採用決定)