

自由水面を有する浸透流の三次元解析法の 適用例とその考察

——河川構造物の浸透問題 (4)——

岡 太 郎

APPLIED EXAMPLES OF NUMERICAL ANALYSIS FOR THREE DIMENSIONAL UNCONFINED SEEPAGE

——Seepage Problem for River Structure(4)——

By Taro OKA

Synopsis

A method of numerical analysis for three dimensional unconfined seepage flow was proposed in the previous paper. Then, few examples for engineering application of the method are shown in this paper. First, the result calculated for the flow in the three dimensional earth dam was discussed in comparison with the result obtained as two dimensional flow. Moreover, three dimensional characters of ground water flow in a wide alluvial fan are examined using the results calculated by the method and observed data.

1. ま え が き

河川盛土構造物あるいは地下水制御構造物などに関連した自由水面を有する浸透問題の解析には、現在いろいろな近似解法が提示されているが、三次元的考慮が欠けているため十分な考察ができない場合がある。著者は前論文¹⁾において、一様な porous media 内の定常浸透流について、流れが Darcy 則に従うという前提のもとに、自由水面を有する三次元浸透流の近似解法を提案し、その有用性および計算法に関する若干の考察を行なった。

今回はこの解法を、アースダム中の三次元浸透流の解析に適用し、その流れの特性について若干の考察を加えるとともに、田川流域を例として扇状地地下水についてのモデルを設定し三次元解析を行ない、琵琶湖水位との関連性をとおりその地区の地下水の性状を概観する。

2. 基礎方程式および境界条件

一様な porous media 内の定常浸透流が Darcy 則に従うものとする、基礎方程式は(1)式で表わされる。

$$k_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで H : 水頭 [L]

x, y, z : 座標 [L]

k_x, k_y, k_z : それぞれ x, y, z 方向の透水係数 [L/T]

境界条件は各面についてそれぞれ次のようになる。

(i) 上下流面:

$$H = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2)$$

(ii) 不透面:

$$\frac{\partial H}{\partial \nu} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここに ν : 不透面の法線方向成分

(iii) 浸出面:

$$H = y \dots\dots\dots (4)$$

y : 基準面からの高さ

(iv) 自由水面:

自由水面上では次の二条件式が同時に満足されねばならない。

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

μ : 自由水面の法線方向成分

$$H = y \dots\dots\dots (6)$$

3. 解 法

自由水面を有する浸透問題は、自由水面の位置が解析当初未知であるため、計算過程においてその位置を逐次近似により決定せねばならないのが普通である。また、自由水面が曲線状態を示すことが多く、領域を格子状に分割しその格子点について数値的にこの問題を解こうとすると、この曲線上で境界条件(5)の導入はかなりむずかしい。そこでこの解法では次のような手法を採用した。

逐次近似による自由水面の修正を簡単に行なうため、仮定された自由水面のもとで基礎方程式(1)を境界条件(2)(3)(4)(5)式を用いて解き、(6)式でその位置の適否を判定し修正するという方法をとる。ただし(5)式の導入には自由水面が格子点間にあるとかなり繁雑になるので、ここでは格子点を通るものとして単純化する。なお領域内部の水頭分布の計算には S.O.R. 法²⁾を用いる。水頭分布が求められた時、仮定した自由水面上での水頭の値と等しい位置に自由水面の位置を仮定しなおす。この際、(7)式が満足されていれば自由水面の位置の修正を必要としない。

$$|H_{\text{free surface}} - y| \leq \Delta y \dots\dots\dots (7)$$

Δy : y 方向の格子点間隔

自由水面を近似している全格子点上でこの修正の必要がなくなったとき、自由水面形が決定されたものとする。なお最終的な自由水面の位置は、自由水面を近似している格子点で表わさず、その交点上で得られた水頭の値で表わす。浸出面の上限は自由水面が浸出面に接近する直線の延長と浸出面との交点をもって近似的に表わす。

4. アースダム浸透流の三次元解析

V字谷に設置されたアースダムの浸透流についての計算結果の1例を Fig. 1 に示す。この計算結果は領域を $\Delta x=0.15$, $\Delta y=0.05$, $\Delta z=0.10$ の格子で分割し三方向の透水係数に 1.0, 収束判定値 ϵ に 0.4, 加速係数に 1.8 を用いた。また自由水面形をはじめ天端に一致するものと仮定し、これを 15 回修正して得たものである。Fig. 2 に、このアースダムの標準断面および Fig. 1 に示す A-A 断面における自由水面形と水頭分布を、二次元解析の結果とあわせ示す。また Casagrande の方法による基本放物線を併示する。

Fig. 1 に示すようにこの三次元解析で得られた各断面の水面形は、標準断面のそれと大差なくダム軸方向の変化は小さい。これは A-A 断面の水頭分布図からみられるように、ダム軸方向への流れは認められるもののその量はあまり大きくないためである。二次元流に関する計算結果と比較すると両計算結果との差はかなりあり、自由水面はほぼ 0.05 すなわち上下水位差の 5% の上昇が認められる。また水頭分布は流入面から浸出面に達する垂直断面で顕著な差を示すが、浸出面下の領域ではほぼ等しく、二次元流の場合に比べ

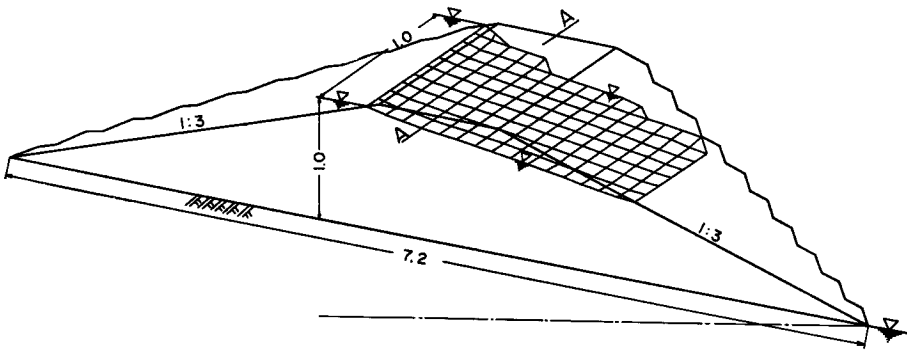


Fig. 1 Free-water surface in three dimensional earth dam.

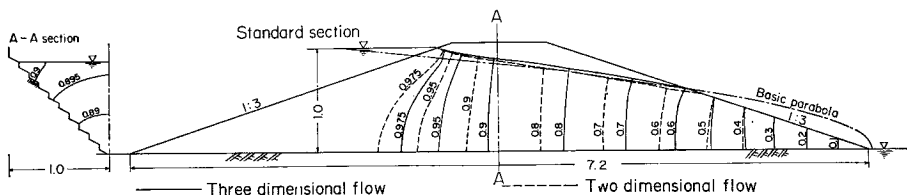


Fig. 2 Free-water surfaces and water head distributions in standard section and A-A section of an earth dam.

て等水頭線が垂直に近くなっていることが認められる。これは若干であるが横方向からの流入がありこれを流下するために水頭分布に変化を生じているものと考えられる。

5. 田川流域地下水と琵琶湖水位との関連性についての一考察

琵琶湖水文観測特別事業の一環として、昭和 41 年以来、田川流域における浅い層の地下水を対象として、各種水文観測および流域全体の地下水分布に関する一斉調査を実施するなど、扇状地地下水の平面的挙動解析の一般的手法を確立するため基礎的な調査研究を進めている³⁾⁴⁾⁵⁾。これまでの研究では、河川の流量とその潤渇現象、土地被覆条件、人為的要素などを考慮し、二次元準一様流の仮定のもとに成立する数学モデルを数値的に解析することにより、地下水分布とその変化、および流域の一部に存在する湧泉からの湧出量を理論的に考察してきた。その結果このようなモデルでも扇状地地下水の平面的挙動をかなり良く説明するものと考えてきた。

ただ田川流域と琵琶湖との距離はもっとも近いところで約 2.5 km であって、この地区の地下水は琵琶湖水位変動の影響を受けるのではないかという疑問もある。しかしこれまで採用してきた準一様流を仮定しての平面解析では、河川の表面流の存在により地下水が規制されることになるため、前述の問題に対する検討は不可能である。そこで、今回は琵琶湖水位と田川流域内地下水位との関連性を、主として琵琶湖水位が低下した場合について、三次元モデルによって考察する。

5.1 対象領域の概要とそのモデル化

(i) 地形

ここで対象とする領域は、Fig. 3 に示すように、琵琶湖北東部にあり、中央部に排水河川田川を擁し、姉川、草野川、高時川および周辺山地に囲まれたいわゆる田川流域³⁾の平地部のほとんど、その周辺部および琵琶湖の一部を含む短辺 6.5 km、長辺 11.0 km の面積 71.5 km² の地域である。なおこの地区の地表面標高は 84.37 m から 135 m の間にあるこの対象領域を水平方向を一辺 500 m の正方形、鉛直方向を 2 m

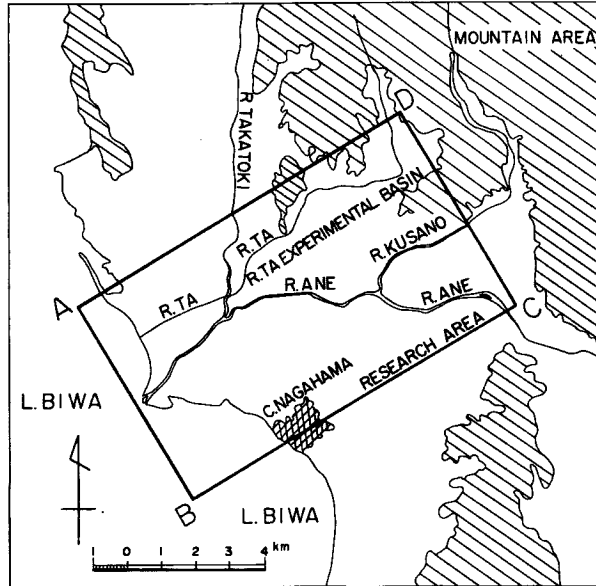


Fig. 3 Physiographical outline of the research basin.

の立体格子で区分し、地表面、河川および湖底を立体格子点を通る直線で近似し三次元表示したものを Fig. 4 に示す。この領域の湖底形状は判然としないので仮定することにした。

(ii) 地層¹⁾

この地域は姉川、高時川、草野川、田川によって造られた複合扇状地とみなされ、不透層といえる基盤岩類の位置は相当深い³⁾。地層状態は必ずしも判然としないが、表土を除くほとんどが砂礫によって構成され、一部粘土、スクモ、シルト層などがレンズ状⁸⁾に分布しているといわれている。このような複雑な地層のもとに地下水流動を解析することはきわめてむずかしいので、ここではこの地域の特徴を損わない程度に解析を容易にするため、複雑な地層を一様なものへ変換することを考える。

ここではレンズ状に入り組んだ諸層を同じ厚さで無限に分布しているとみなし、この各層の層厚 (dm) と透水係数 (km) を用い、(8)式⁶⁾により巨視的に定義される透水係数 (k_x, k_y) を求め、成層状と仮定された透水層を一様な透水層へ変換する。

$$\left. \begin{aligned} k_x &= \sum_{m=1}^n \frac{k_m d_m}{d} \\ k_y &= \frac{d}{\sum_{m=1}^n \frac{d_m}{k_m}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここで k_x : 変換された一様な透水層の水平 (x) 方向の透水係数 (cm/s)

k_y : 変換された一様な透水層の鉛直 (y) 方向の透水係数 (cm/s)

k_m : 各層の透水係数 (cm)

d_m : 各層の厚さ (cm)

d : 透水層の厚さ (cm)

n : 層の数

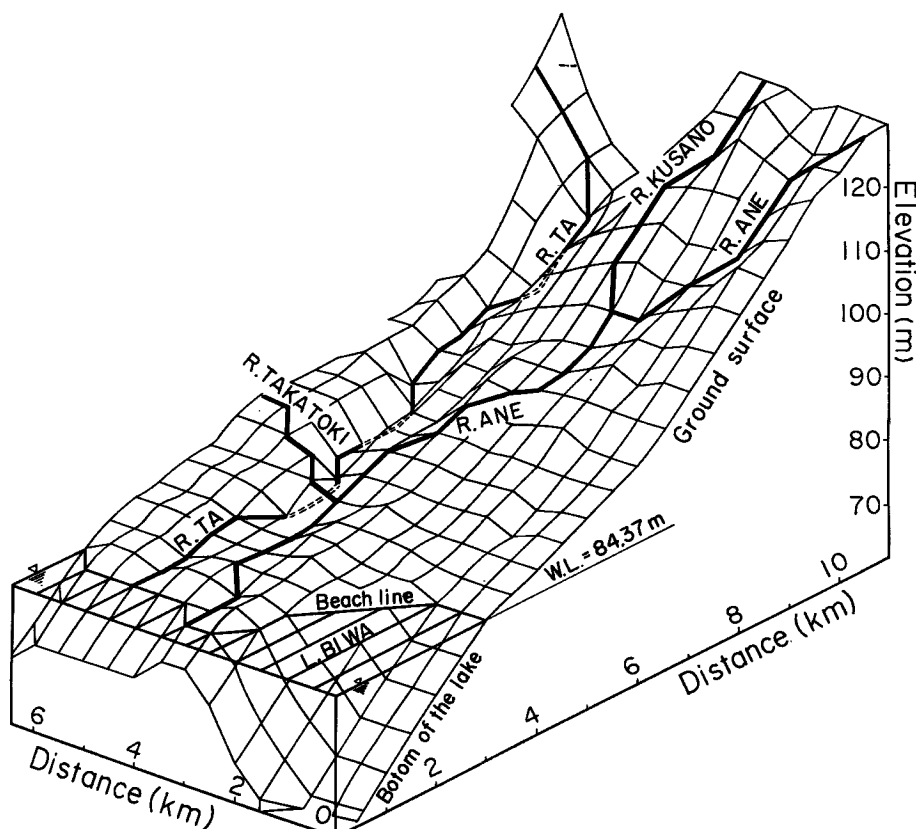


Fig. 4 Ground surface in the research basin.

この地域のボーリング柱状資料¹⁾を用い、地表から 30 m の範囲について推算した結果

$$\frac{k_x}{k_y} = 551, 866, 900, 3620$$

の数値を得た。そこでこの解析では近似的に $k_x/k_y=1000$ を採用した。

(iii) 不透面

Fig. 3 に示す対象領域においては、一般に不透層と考えられる基盤岩類の層は山地部を離れると急激に深くなり¹⁾、ここで対象とする地表面付近の地下水の挙動解析のための不透層の位置をどこに求めてよいかは、現在はっきりしていない。そこで、この種の地下水を対象として解析する場合、各種モデル⁷⁾が設定され解析が進められているが、ここでは実測値と、解析の結果得られた地下水分布が一致するように不透面を試算により決定した。Fig. 5 にこの計算で最終的に用いた不透面を三次元表示する。この結果、解析領域は Fig. 4 で示される地表面と Fig. 5 で示される不透面の間の三次元空間で表わされる透水層である。

(iv) 解析条件

この領域の地下水位は絶えず変動していると考えられ、とくに草野川、姉川の上流部周辺での変動はかなり大きいことが認められている⁴⁾⁵⁾。琵琶湖水位の低下の影響を検討する場合、渇水期に近い状態についての解析が望まれるが、その時期の実測結果はあまりなく、渇水安定状態とみなせる状況把握が行なえていない。ここでは定常状態に近いとみなせる豊水期を選び解析を進めることにする。

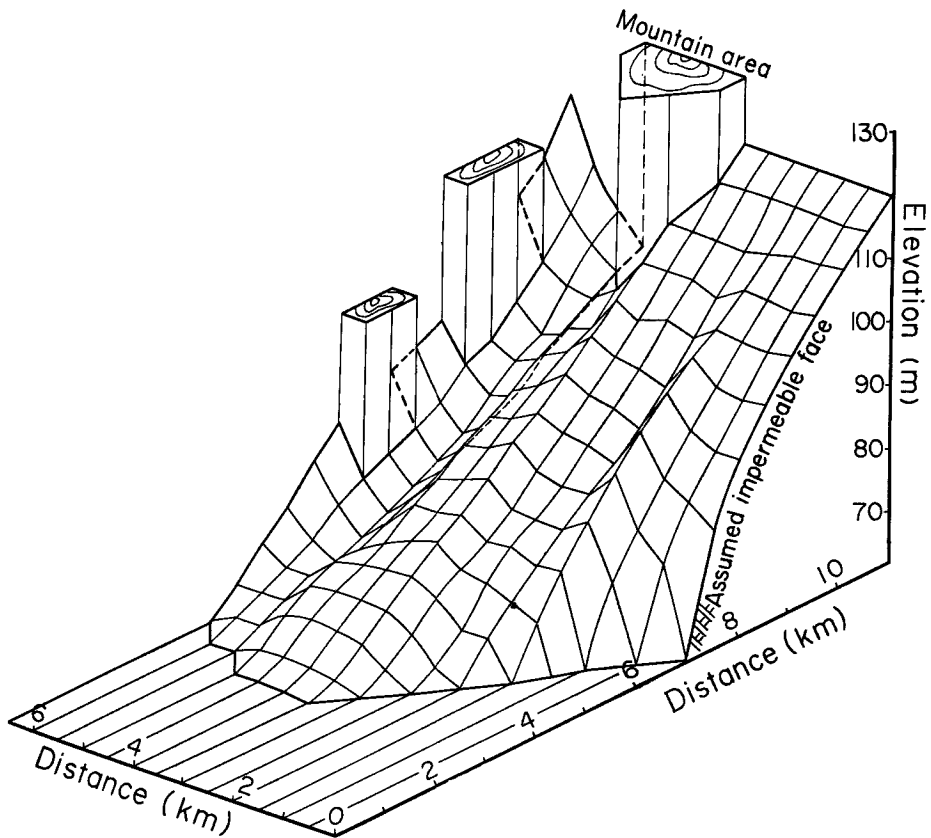


Fig. 5 Assumed impermeable surface in the research basin.

まず Fig. 3 に示す対象領域 ABCD における鉛直境界面上での条件を次のとおり定めた。

a) AB 断面上

この断面での地下水位は琵琶湖水位と等しいとし、この断面の透水層を表わす格子点に琵琶湖水位を与えた。

b) BC 断面上

地形および実測³⁾された地下水分布から判断して、この断面を横切る流れは存在しないものとし、この透水断面に不透面の条件を与えた。

c) CD 断面上

この断面では山地部を除き地下水の流動がみつめられているので平地部に相当する透水断面に実測された地下水位を与えた。山地部は解析領域外である。

d) DA 断面上

D から高時川までの断面では、CD 断面と同じ意味において、その平地部の透水断面に実測された地下水位を与えた。高時川から A 点までの断面では、BC 断面と同じく、この透水断面に不透面の条件を与える。

なおこの領域における山地部からの水供給は無視しうるものとし、山地部を示す境界面に不透面の条件を与える。河川については、豊水期には常に河床に表流水が存在することを考え、河川を近似している各格子点に河床高を与え、これを地下水高とした。

この地域の地下水は、河川水の他に人為的および土地被覆の影響を受けている^{3) 4) 5)} ようであるが、今回はこれらをすべて無視した。地表面については、難透水性の表層土が存在することを考慮しこの面に不透水の条件を与え、このモデルでは地表面より高くなる地下水を被圧地下水として取り扱うことにした。

5.2 解析結果とその考察

解析は豊水期の状態³⁾にあると考えられる 1967 年 8 月 1 日の地下水を対象として行なった。

まず、琵琶湖水位を平水位 (84.37 m) に取り、不透面位置決定のための試算を 2 回行なった。2 回目の計算結果に基づき、Fig. 6 に対象領域内の地下水面分布を三次元的に表示する。Fig. 7 に地下水の平面分布を実測値と比較して示す。Fig. 8 に Fig. 7 に示す B-B 断面の地下水分布を示す。

これらの図より、解析から得られた地下水分布は、長浜市周辺部を除きかなりよく実測値と一致している。長浜市周辺部の地下水分布については、計算値と実測値との間にかなりの差があり、地下水の形態についてもかなりの相違がある。すなわち、実測が BC 地点までおよんでいないため詳細な点は不明であるが、この地域の地下水は Backwater 型の水面形 (build-up curve) を呈しているのに対し、Fig. 6 にみられるように計算結果では低下背水型 (drop-down curve) となり、この地域の地下水が被圧状態にあるという実測結果とは一致するものの、かなりその形態を異にしている。この状態を修正するため、Fig. 5 に示すように、第 1 回目の試算の場合より、とくに透水断面を大きく取ったがその効果はあまり現われなかった。この不自然とも思える水位上昇は BC 断面に不透面の条件を与えたことが大きな原因と考えられる。この点については対象領域の拡張などの手法により検討を加える必要がある。

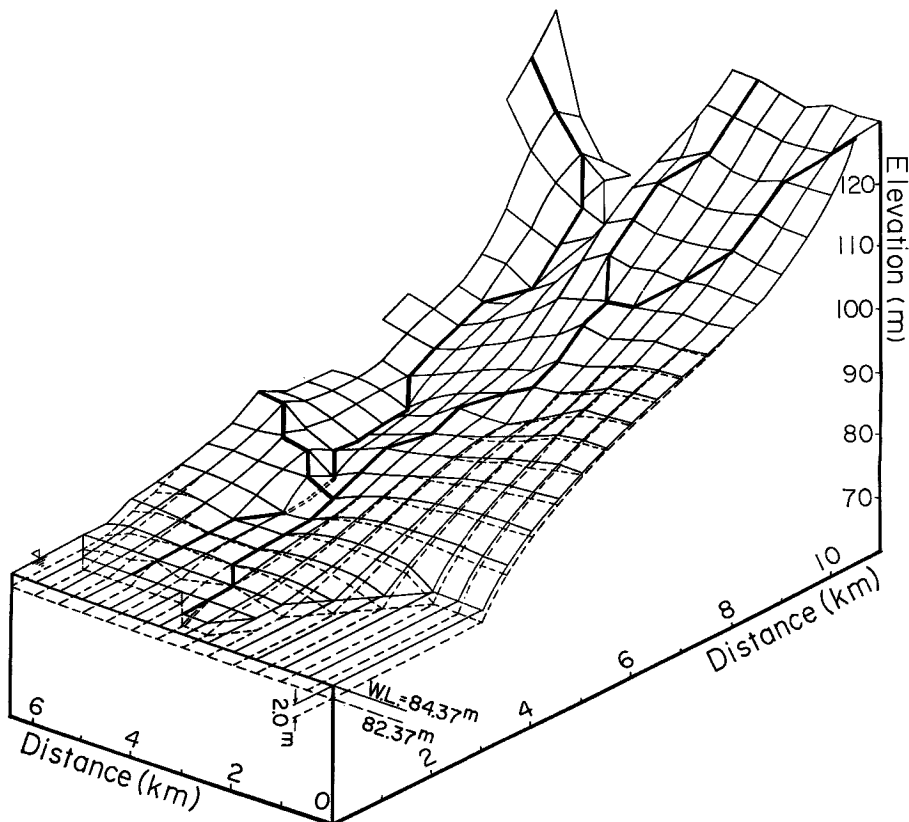


Fig. 6 Calculated results of ground water surface.

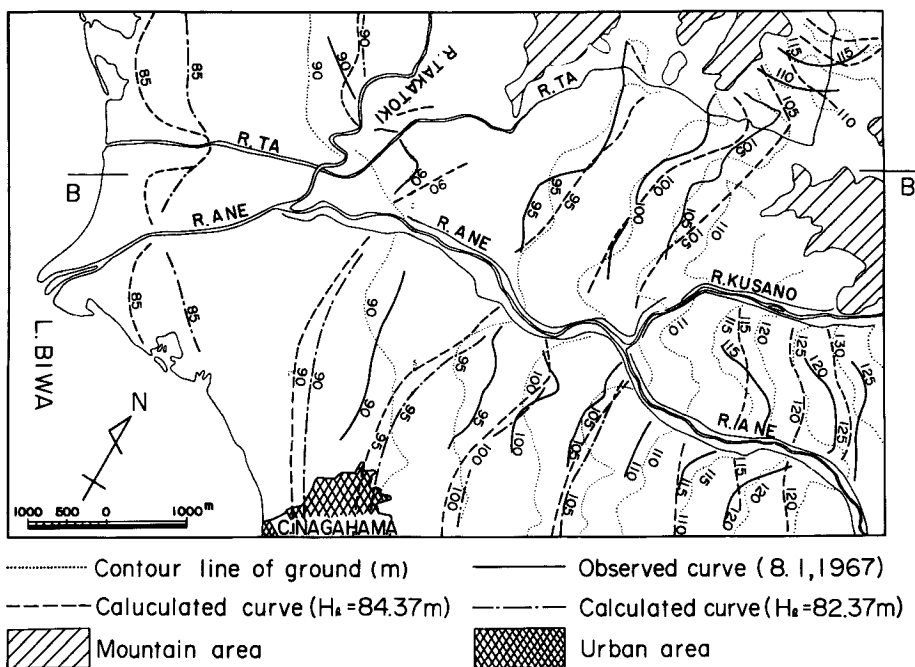


Fig. 7 Comparison between theoretical and observed contour lines of ground water level.

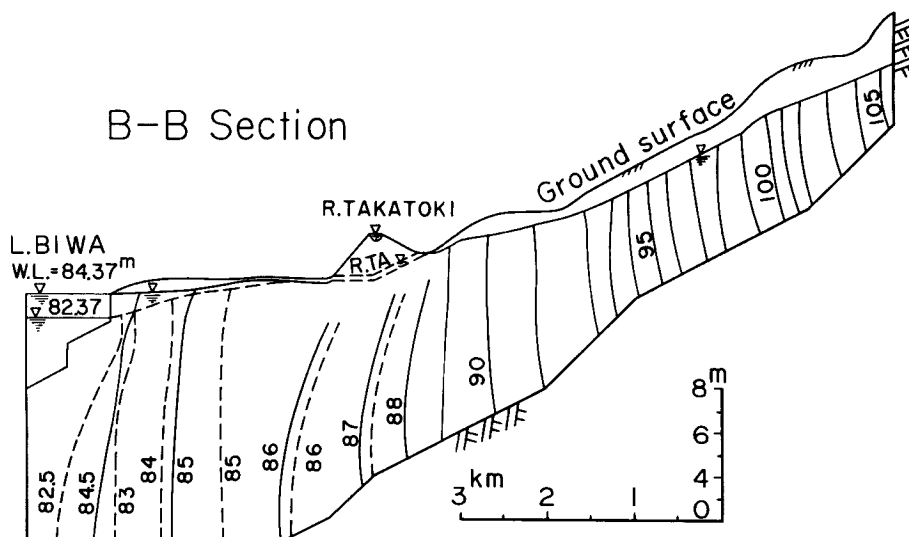


Fig. 8 Distribution of water head in B-B section.

若干の問題は残してはいるが、このモデルを用いた、前述の各条件による計算結果は、この領域内の地下水分布をかなりよく説明していると結論付けられる。そこでこのモデルと各条件をそのまま用いることにより琵琶湖水位が 2 m 低下した場合の解析を行ない、琵琶湖水位の低下がおよぼす影響を考察する。この場合の計算結果を各図に示す。

この結果、琵琶湖水位低下の影響は湖岸から 4 km から 2 km におよぶが、田川流域地下水に与える影響は小さく、場所により異なるが 10 cm 以下であった。したがって、豊水期の田川流域の地下水は河川に表流水がある限り琵琶湖水位の 2 m 程度の低下ではその影響を受けないといってよい。しかし、Figs. 6, 8 に示すように、豊水期においてもかなり内陸部まで琵琶湖水位低下の影響がおよぶことから、渇水期において河川の表流水が涸渇する場合には、田川流域地下水にかなりの影響が現われるものと予想される。

6. あ と が き

前論文¹⁾で示した自由水面を有する浸透流の三次元解析法をアースダムおよび田川流域の地下水に適用し、それぞれについて得られた計算結果より、若干の考察を加えた。ここで示した広域地下水の三次元的取り扱いはいくつかの問題点を含み、今後検討を要するが三次元系における地下水解析の一手法として有用であると考えられる。したがって、地下水規制のために設置される構造物の規模決定などの問題を検討する一手法として考えられよう。

この計算には京都大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を使用した。なお Fig. 1, Fig. 6 に示す計算結果を得るために要した時間はそれぞれ 283 sec, 668 sec (H1=84.37 m), 772 sec (H1=82.37 m) であった。

参 考 文 献

- 1) 岡 太郎：自由水面を有する浸透流の三次元解析手法とその考察 —河川構造物の浸透問題(3)— 京都大学防災研究所年報, 第 14 号 B, 昭 46. 4, pp. 167-178.
- 2) 山口・森口・一松：電子計算機のための数値計算法 (I), 昭 40, pp. 163-172.
- 3) 大橋行三・岡 太郎・角屋 睦・豊国永次・福島 晟：田川流域の地下水概況 —田川流域の地下水に関する研究 (I)— 京都大学防災研究所年報, 第 12 号 B, 昭 44. 3, pp. 381-390.
- 4) 岡 太郎・角屋 睦・豊国永次：湧水の挙動に関する研究 —田川流域の地下水に関する研究 (II)— 京都大学防災研究所年報, 第 12 号 B, 昭 44. 3, pp. 391-399.
- 5) 岡 太郎・角屋 睦：扇状地地下水の平面的挙動 —田川流域の地下水に関する研究 (III)— 京都大学防災研究所年報, 第 13 号 B, 昭 45. 3, pp. 161-169.
- 6) Harr, M.E.: Ground Water and Seepage, 1962, McGraw Hill, p. 27.
- 7) 例えば, 松尾新一郎・河野伊一郎：湖面などの変化に起因する自由地下水の水位変動の解析に関する研究, 土木学会論文集, No. 139, 昭 42, pp. 24-30.
- 8) 例えば, 稲田 裕・赤井浩一・宇野尚雄：琵琶湖周辺の地質地下水調査, 土木学会誌, Vol. 52, 昭 42, pp. 24-30.