

粉体の対流運動の数値モデル

東工大 理 田口善弘

表記の題名で講演する予定であったが、残念ながら、モデルの構築に失敗したので、代わりにごく短いコメントを行なう。なお、この現象に興味のある方は、物性研究、vol.56、no.3、p330 に、簡単なレビューと、シンプルなモデルを用いて行った研究についての報告が載っているので、そちらを参照されたい。

§.1 現象

ここで問題にしている粉体の対流現象について、簡単に説明しよう。まず、浅い皿（シャーレの様なもの）を用意し、これに粉体（径 1mm 以下のガラス玉など）を 1cm 程度の厚さで敷き詰める。これを強く、上下に振動させる。すると、信じ難いことだが、振動の外力の大きさがある閾値を越えたところで、容器の中心が自発的に（？）盛り上がり、小山を形成する。さらに小山の内部の中心部で粉体の上向きの流れが生じ、山の斜面では下向きの流れが生じる。これらがバランスすることにより、粉体の巨視的な対流運動が生じる。これが、19 世紀より知られている粉体の対流運動である。

§.2 制御パラメーター

ここで、系を支配する制御パラメーターは、「加速度振幅」 Γ である。皿の底面が時間 t の関数として $a \cos \omega t$ で運動する場合、 Γ は、 $a\omega^2$ と定義されるような量である。この Γ が重力加速度 g を越えると上記の小山の形成と対流運動が開始される。（但し、対流が始まる臨界値 Γ_c は g と等しいわけではなく、いつも、少しだけ、大きな値をとる。） いままで、この制御パラメーターの意味が、よく分かっていなかったのであるが、

「 Γ は粉体の底面が「浮いている」時間を制御する」

ことを示唆する結果を得たのでこれを報告する。

図は、皿の底面が $z = a \cos \omega t$ で駆動されるとき、皿の底面の座標、速度、加速度を時間 t の関数として重ね書きしたものである。図のように、加速度 $\ddot{z}$ の振幅は重力加速度 g より大きい。すると、時刻 t_1 において $\ddot{z}$ が重力加速度 g を越える（負に大きくなる）ために、皿の上に乗っている粉体は皿の動きについて行くことが出来ず、「浮き上がる」ことになる。ここで、もし、粉体が全体で一体の剛体の様に振舞うと仮定すると、粉体の「底面」は図の太い実線の様な軌道を描くことになる。そして、放物運動を行った後、時刻 t_2 で、再び、底

面に衝突する。この $\Delta = t_2 - t_1$ の時間が、「浮いている」時間である。この浮いている時間 Δt と皿の運動の1周期との比 $\omega\Delta t$ を考えると、これは、(高校生レベルの計算の後)

$$\frac{1}{\alpha} - \frac{(\omega\Delta t)}{\beta} - \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha} (\omega\Delta t)^2 = \frac{1}{\alpha} \cos(\omega\Delta t) - \frac{1}{\beta} \sin(\omega\Delta t)$$

$$\alpha = a\omega^2/g = \Gamma/g$$

$$\beta = \sqrt{1 - 1/\alpha^2}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

を満たすことが、分かる。つまり、 α (つまり Γ)が一定であれば、浮いている時間 Δt と皿の運動の1周期との比 $\omega\Delta t$ も一定だということが分かる。

このことより、制御パラメーター Γ が決めているものは、粉体の「滞空時間比」の様なものであると思われる。

この事実より、粉体の対流運動に於いてはおそらく、粉体の「底面」が浮き上がることが重要なのではないかと思われ、いままでよく扱われてきた流体や液晶に於ける対流現象とは根本的にそのメカニズムが異なることが予想されるが、今のところ、詳しいメカニズムの解明には成功していない。

