

一次元異方性ハイゼンベルグ模型の熱力学

阪大教養 高 橋 実

東大物性研 鈴木 増 雄

(10月17日受理)

我々は各原子が $\frac{1}{2}$ スピンを持ち、近接原子同志が異方的交換相互作用をしている系を考察する。ハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^N J_x S_i^x S_{i+1}^x + J_y S_i^y S_{i+1}^y + J_z S_i^z S_{i+1}^z \quad S_{N+1} = S_1 \quad (1)$$

である。ここでは特に $J_x = J_y$ でかつ、 z 方向に磁場のある場合を考察する。ハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = J \sum_{i=1}^N \{ S_i^x S_{i+1}^x + S_i^y S_{i+1}^y + \Delta (S_i^z S_{i+1}^z - \frac{1}{4}) \} - 2\mu_0 H \sum_{i=1}^N S_i^z \quad (2)$$

である。Bethe と Orbach はこの系の固有状態は下向きスピンの数を M としたとき、 M 個の擬似運動量によって作られる $M!$ 個の一次結合であるとして固有状態を求めることに成功した。ただし M 個の擬似運動量 k_j は次の連立方程式を満足しなければならない。

$$e^{ik_j N} = -\prod_{\ell=1}^M \frac{2\Delta e^{ik_j} - 1 - e^{i(k_j+k_\ell)}}{e^{i(k_j+k_\ell)} + 1 - 2\Delta e^{ik_\ell}} \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

ここで、

$$\cot \frac{k_j}{2} = \cot \frac{\theta}{2} \operatorname{th} \frac{\theta x_j}{2}, \quad \cos \theta = \Delta, \quad \pi/\theta \geq \operatorname{Im} x_j > -\pi/\theta$$

なる変換を行えば、この方程式は

$$\left\{ \frac{\operatorname{sh} \frac{\theta}{2} (x_j + i)^N}{\operatorname{sh} \frac{\theta}{2} (x_j - i)} \right\} = -\prod_{\ell=1}^M \left\{ \frac{\operatorname{sh} \frac{\theta}{2} (x_j - x_\ell + 2i)}{\operatorname{sh} \frac{\theta}{2} (x_j - x_\ell - 2i)} \right\}, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (4)$$

のように書ける。エネルギー固有値は

$$E = \sum_{j=1}^M (-2\pi J \theta^{-1} \sin \theta a(x) + 2 \mu_0 H) - N \mu_0 H,$$

$$a(x) = \frac{\theta}{2\pi} \frac{\sin \theta}{\operatorname{ch} \theta x - \cos \theta}, \quad (5)$$

で与えられる。(2)のすべてのエネルギー固有値は(4)のすべての解を求めることによって与えられると仮定しよう。自由エネルギーを求めるには(4)の解について考察しなければならない。 x_j は一般に複素平面上で

$$x_j = \xi + (n+1-2\ell) i + O(\exp - N\delta) \quad \xi \text{ は実数 } \ell = 1, 2, \dots, n \quad (6a)$$

$$x_j = \xi + (n+1-2\ell) i + (\pi/\theta) i + O(\exp - N\delta) \quad (6b)$$

のような string を作る。6a(b) を parity + (-) 次数 n の string と呼ぼう。

特に $\pi/\theta \equiv \nu = 3, 4, 5, \dots$ の場合については, parity + で次数が $1, 2, \dots, \nu-1$ の string 及び, parity - で次数が 1 のもののみが存在するという仮定を置こう。このような string の実部に対する分布函数をそれぞれ $\rho_j(x)$, $j = 1, 2, \dots, \nu$ とし, 又 string の hole に対する分布函数を $\rho_j^k(x)$ としよう。自由エネルギー最小の条件から $\rho_j^k(x)/\rho_j(x) = \eta_j(x)$ に対する非線形の積分方程式が導かれる。

$$\ell n \eta_j = s * \ell n (1+\eta_{j-1})(1+\eta_{j+1}), \quad j = 1, 2, \dots, \nu-3,$$

$$\ell n \eta_{\nu-2} = s * \ell n (1+\eta_{\nu-3})(1+\eta_{\nu-1})(1+\eta_{\nu}),$$

$$\ell n \eta_{\nu-1} = s * \ell n (1+\eta_{\nu-2}) + \frac{\nu \mu_0 H}{T},$$

$$\ell n \eta_{\nu} = s * \ell n (1+\eta_{\nu-2}) - \frac{\nu \mu_0 H}{T},$$

但し, $\ell n (1+\eta_0) = -\frac{2\pi J \sin \theta}{T \theta} \delta(x)$ と置く。自由エネルギーは

$$F/N = -\frac{2\pi J \sin \theta}{\theta} \int_{-\infty}^{\infty} a(x) s(x) dx - T \int_{-\infty}^{\infty} s(x) \ell n (1+\eta_1(x)) dx$$

で与えられる。ここで $s(x) = \frac{1}{4} \operatorname{sech} \frac{\pi}{2} x$, $s * f(x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} s(x-x') f(x') dx'$ である。

我々は $\pi/\theta \equiv$ 整数の場合について、又 $J_x = J_y$ の場合について、同様の非線形積分方程式を得ることに成功した。

参 考 文 献

- 1) M. Takahashi and M. Suzuki, ISSP A 518 (1972) and references sited therein.
- 2) M. Takahashi and M. Suzuki, Phys. Letters A (in press).

揺動する環境内での Ising - spin 系の stochastic な運動

北大・理 大 野 鑑 子

(10月17日受理)

秩序—無秩序型に分類される強誘電体のモデルとして $m = \frac{1}{2}$ のスピン系が、しばしば用いられる。その dynamics も Ising—スピン系に Glauber 型 master equation を仮定して¹⁾、あるいは別方向の成分を導入したハミルトニアンを仮定して²⁾ 調べられてきた。しかし、磁性体におけるスピンと異なり、この場合のスピンの方向の変化は、イオンの運動と結びついているから、スピンの変化は、その周囲のイオンの再配列をひきおこし、しかもその効果は、そのスピンの近傍にのみ留まらないものと考えられる。

ここでは、このような環境の変化が全体としては重なり合って、ランダムな時間変化を引き起こすと仮定し、Glauber 型 master equation に従う Ising—スピン系の運動が、これによってどのような変化を受けるかを、分子場近似の範囲内で考察した。

いま、スピンとその環境から成る系の状態を、スピン変数 $\{s\} \equiv \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ $s_j = \pm 1$ と、環境をあらわす変数の組 $\{x\}$ とで記述するものとし、ある時刻 t でそれぞれがある値の組 $\{s\}$ と $\{x\}$ をとる確率密度を $P(\{s\}, \{x\}, t)$ とする。 j 番目のスピンが s_j から $-s_j$ に値を変える確率を $W_j(s_j)$ とし、また、 $\{x\}$ の値が変わることによる P の時間変化は、 $\{x\}$ に対する演算子 Γ によってきまるとする。このとき