

1つの $\mathcal{L}$ scheme における locally catenative system について

京大 理学部 関 成子
小沢 洋一

1. はじめに

$\mathcal{L}$ scheme は有限なアルファベット Σ から生成される自由モノイド Σ^* からそれ自身への準同型写像 φ を定義するものであり、 $\mathcal{L}$ system は、 $\mathcal{L}$ scheme において Σ^* のある元 (axiom) を与え、その元に写像 φ を繰り返し適用することにより生成される Σ^* の元の列を問題にするものである。

$\mathcal{L}$ system に関する研究はここ10年程隆盛を極め、種々の system や様々な性質について調べられた。中でも興味深い性質は、locally catenative (l.c. と略す) と呼ばれるもので、それは、何回か φ を適用した時点で生成された Σ^* の元が、それまでに生成された Σ^* の元を接続したものとして表現でき、以降に生成される Σ^* の元についても同じ関係が成立するというものである。我々は既に、この l.c. な性質を持つ $\mathcal{L}$ system は、特別な型の $\mathcal{L}$ system が埋め込めること

により特徴づけられることを示した。(1) その特別な型の $\mathcal{L}$ system の元になる $\mathcal{L}$ scheme は、任意の 1 記号から出発する system が d.c. となる standard d.c. $\mathcal{L}$ scheme と呼ばれるものである。この $\mathcal{L}$ scheme の 1 記号から出発する $\mathcal{L}$ system が符号化による対応により埋め込まれる時、 $\mathcal{L}$ system は d.c. となることがわかっている。そこで我々は、対象をこの standard d.c. $\mathcal{L}$ scheme に限定して、d.c. な性質をより深く探求したいと考えている。

一般に 1 つの $\mathcal{L}$ scheme が与えられた時、ある axiom から出発した $\mathcal{L}$ system が d.c. でも、別の axiom から出発した $\mathcal{L}$ system が d.c. になるとは限らない。また、いずれもが d.c. となった場合でも成立している関係式が同じとは限らない。我々はこの報告で、standard d.c. $\mathcal{L}$ scheme において 1 記号以外から出発する $\mathcal{L}$ system が d.c. となる条件、その時の axiom, 関係式等について述べていく。

2. 定義と準備

以下において $N_i, N_i^{\neq}$ はそれぞれ i 以上の整数、 i 以上 j 以下の整数を表わすことにする。 A を記号の有限集合とする時、 A から生成される自由モノイドを A^* で表わす。 A^* の単位元を λ とし、 $A^+ = A^* - \{\lambda\}$ とおく。 A^* の元 α の長

$|x|$ で表わす。また $\text{Pref}_k(x)$ ($\text{Suff}_k(x)$) で長さ k の x の prefix (suffix) を表わす。

ここで扱う $\angle$ system は、特にそのことを明記しないが、総て決定性で、セル間に相互作用のない系である。

定義1. ($\angle$ scheme)

$\angle$ scheme S は 2 項組 $\langle \Sigma, h \rangle$ で表わされ、 Σ は有限なアルファベット、 h は Σ^* から Σ^* への準同型写像である。 h を S の生成関数という。

定義2. ($\angle$ system)

$\angle$ system G は、3 項組 $\langle \Sigma, h, \omega \rangle$ で表わされ、 $\langle \Sigma, h \rangle$ は $\angle$ scheme、 ω は Σ^* の元である。 $\omega, h(\omega), h^2(\omega), \dots$ を G が生成する列と呼び、 $\varepsilon(G)$ と書く。 $\langle \Sigma, h \rangle$ を G の元になる $\angle$ scheme と呼ぶ。 ω を axiom という。

定義3. (locally catenative $\angle$ system)

$\angle$ system G が生成する列 $\varepsilon(G)$ を $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots$ とする。 G が cut p で $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ locally catenative (l.c. と略す) であるとは、 N_p の任意の元 t に対し $\omega_t = \omega_{t-i_1} \omega_{t-i_2} \dots \omega_{t-i_k}$ が成立することである。但し $k \in N_2$, $p, i_1, i_2, \dots, i_k \in N_1$ とする。 $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ を G の l.c. 関係式と呼ぶ。cut p を特に明記しないこともある。

定義4. (standard l.c. $\angle$ scheme)

$\angle$ scheme S が standard $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ l.c. $\angle$ scheme であるとは、 $S = \langle \Sigma_n, h \rangle$ と表わされ、

$$n = \max \{ i_1, i_2, \dots, i_k \}, \quad \Sigma_n = \{ 0, 1, \dots, (n-1) \},$$

$$h(i) = i+1 \quad i \in N_0^{n-2}$$

$$h(n-1) = (n-i_1)(n-i_2) \cdots (n-i_k)$$

となっていることである。但し $i_1, i_2, \dots, i_k \in N_1$ 。 $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ を特に明記しない時もある。 $\angle$ system $\langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ を standard l.c. $\angle$ scheme S の main $\angle$ system と呼ぶ。

l.c. $\angle$ system と standard l.c. $\angle$ scheme との間には、次の関係があることがわかっている。

定理1. [1]

$\angle$ system $G = \langle \Sigma, h \rangle$ が $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ l.c. であるとは次のことと同値である。

standard $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ l.c. $\angle$ scheme $S' = \langle \Sigma_n, h' \rangle$ と λ -free 準同型写像 $\gamma: \Sigma_n \rightarrow \Sigma^+$ が存在して、 $\varepsilon(G')$ の任意の元 x に対して $h(\gamma(x)) = \gamma(h'(x))$ が成り立つ。

但し、 $G' = \langle \Sigma_n, h', 0 \rangle$ 。

すなわち、 $\angle$ system G が $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ l.c. であるということとは、その生成列 $\varepsilon(G)$ が、本質的に standard $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ l.c. $\angle$ scheme の main $\angle$ system の構造を持つことである。

従って、 $axiom$ を適当に選ぶことによって $l.c.$ な L system
を持つことが出来る L scheme の構造を研究するための手がかり
として standard $l.c.$ L scheme の構造を研究するのは、自
然なことであると思われる。

命題 1. [2]

任意の standard $l.c.$ L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ の生成関数 h は
単射である。

命題 2. [2, 3]

h の生成関数が単射であるような L scheme において、あ
る $axiom$ に対する L system が $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ $l.c.$ であれば、
 h の cut は $\max. \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ とできる。

以後 standard $l.c.$ L scheme において、main L system 以
外の L system が $l.c.$ となる条件を求めていくが、その時の
 $axiom$ について次のことがわかっている。

命題 3.

standard $l.c.$ L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ を元にする L scheme
とする L system $G = \langle \Sigma_n, h, \omega_0 \rangle$ が $l.c.$ ならば、 ω_0 は
 $\varepsilon(G')$ に現われる Σ_n^+ の元の部分列である。但し $G' = \langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ 。
(証明)

G が $\langle i_1, i_2, \dots, i_l \rangle$ $l.c.$ で $\varepsilon(G) = \omega_0, \omega_1, \dots$ とする。命
題 1, 2 より cut δ は $\max. \{i_1, i_2, \dots, i_l\}$ ととることができ

る。よって $\omega_g = \omega_{g-j_1} \omega_{g-j_2} \cdots \omega_{g-j_l}$ で、ある $l' \in N_1^l$ が存在して $j_{l'} = g$ 。すなわち $\omega_{g-j_{l'}} = \omega_0$ 。 $\omega_0 = b_1 b_2 \cdots b_p$ ($b_i \in N_0^{n-1}$ $1 \leq i \leq p$) とおく。 $h^m(b_1)$ は ω_m の prefix であり、しかも $\varepsilon(G')$ に現われる。 $|h^m(b_1)| \geq |\omega_g|$ であるから $m-g$ が j_1 の倍数であるような m を考えると、 $h^m(b_1)$ は部分列として ω_0 を含む。 ■

3. 記号列の並列分解

ここで、standard l.c. $\angle$ scheme において main $\angle$ system 以外の $\angle$ system が l.c. となる 1 つの十分条件を与える。

定義 5. (記号列の並列分解)

$\angle$ scheme $S = \langle \Sigma, h \rangle$ において $x \in \Sigma^+$ が並列分解可能であるとは、 $x = \omega_1 \omega_2 \cdots \omega_m$ ($\omega_i \in \Sigma^+$, $m \in N_2$) と書け、ある $i_0 \in N_1^m$ に対し、任意の $i \in N_1^m$ が $h^{g_i}(\omega_{i_0}) = \omega_i$ となる $g_i \in N_0$ をもつことである。 ω_i を (x の並列分解の) 成分、 g_i を ω_i の深さと呼ぶ。

定理 2. [2]

standard l.c. $\angle$ scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ の main $\angle$ system $\langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ を G とし、 $\varepsilon(G) = 0, 1, \dots, n-1, \omega_n, \omega_{n+1}, \dots$ とする。ある ω_p が並列分解可能なら、その成分を axiom とする $\angle$ system は l.c. である。その時の l.c. 関係式は ω_p における

l.c.関係式を入れ替えたものになっている。

(証明略)

4. 擬周期的 $\angle$ scheme

ここではまた別の standard l.c. $\angle$ scheme の main $\angle$ system 以外で l.c. $\angle$ system を持つ十分条件を示す。

定理3.

standard $\langle b_0, b_1, b_1+c, \dots, b_1+rc, b_2, b_2+c, \dots, b_2+rc, \dots, b_p, b_p+c, \dots, b_p+rc \rangle$ l.c. $\angle$ scheme $S = \langle \Sigma_n, h \rangle$ は $r \in \mathbb{N}_1$,
 $\exists t_i (0 \leq i \leq p) \in \mathbb{N}_0$

$$b_0 - b_1 + c = t_0 b_0, \quad b_p + rc = t_p b_0$$

$$b_i - b_{i+1} + (r+1)c = t_i b_0 \quad 1 \leq i \leq p-1$$

の時、l.c. $\angle$ system $G = \langle \Sigma_n, h, (rc) \cdot (n-1)c \cdots c \cdot 0 \rangle$ を持つ。

また、これを逆転させた standard l.c. $\angle$ scheme についても同様のことが言える。

(証明)

$\varepsilon(G) = \omega_0, \omega_1, \dots$ とおく。以下、簡単のために $1 \leq i \leq p$ について $(n-b_i)(n-b_i-c) \cdots (n-b_i-rc)$ を $\underline{n-b_i}$ で表わすことにする。先に定理に必要な補題を示す。

補題3-1.

$g \in N_{n-1}$ について

$$\omega_g = h^{2-n+1+rc}(n-1) h^{2-n+1+(r-1)c}(n-1) \cdots h^{2-n+1+c}(n-1) h^{2-n+1}(n-1)$$

補題 3-2.

$m \in N_0$, $t \in N_1^{b_0}$ について

$$h^0(n-1) = n-1$$

$$h^{mb_0+t}(n-1) = (n-b_0+t-1)$$

$$h^{t-1}(\underline{n-b_1}) \cdots h^{t-1}(\underline{n-b_p})$$

$$h^{b_0+t-1}(\underline{n-b_1}) \cdots h^{b_0+t-1}(\underline{n-b_p})$$

...

$$h^{mb_0+t-1}(\underline{n-b_1}) \cdots h^{mb_0+t-1}(\underline{n-b_p})$$

補題 3-3.

$i \in N_1^p$, $m \in N_{b_i+rc}$ について

$$h^m(\underline{n-b_i}) = h^{m-b_i+1}(n-1) h^{m-b_i+1-c}(n-1) \cdots h^{m-b_i+1-rc}(n-1)$$

定義 6.

Σ_n^+ の元 ω は、ある ω_g の部分列になり、しかも $\omega = \omega_{g-f_1} \omega_{g-f_2} \cdots \omega_{g-f_\ell}$ ($\ell \in N_1$, $1 \leq i \leq \ell$ について $f_i \in N_1^g$) と書き表わせる時、 ω_g において分割可能という。

補題 3-4.

$h^{m_1}(n-1) h^{m_2}(n-1) \cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ は、 $1 \leq i \leq r$ について $m_{i+1} - m_i + c = t_i b_0$ なる $t_i \in N_0$ が存在する時、 ω_g の真の部分列ならば ω_g において分割可能である。

(証明)

よす $h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r-1)c}(n-1)h^{m_{r+1}}(n-1)$ が ω_g の真の部分列ならば ω_g において分割可能であることを示す。条件より $m_{r+1} - m_1 + rc = tb_0$ とする $t \in N_0$ が存在することになる。

$$\begin{aligned} & h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r-1)c}(n-1)h^{m_{r+1}}(n-1) \\ &= h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r-1)c}(n-1)h^{m_1-rc}(n-1) \\ & \quad h^{m_1-rc+b_0-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_1-rc+b_0-1}(\underline{n-b_p})h^{m_1-rc+2b_0-1}(\underline{n-b_1}) \\ & \quad \cdots h^{m_1-rc+2b_0-1}(\underline{n-b_p})\cdots h^{m_{r+1}-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_{r+1}-1}(\underline{n-b_p}) \end{aligned}$$

補題3-1より、これは、 ω_g の真の部分列であれば、 ω_g において分割可能である。

次に $r' \in N_1^{r-1}$ として $h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-r'c}(n-1)h^{m_{r+2}}(n-1)h^{m_{r+3}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ が ω_g の真の部分列であれば分割可能であることがわかっているとして、 $h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_{r+1}}(n-1)h^{m_{r+2}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ と ω_g の真の部分列であれば分割可能になることを示す。条件より $m_{r+1} - m_1 + r'c = t'b_0$ とする $t' \in N_0$ が存在することになる。

$$\begin{aligned} & h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_{r+1}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1) \\ &= h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_1-r'c}(n-1) \\ & \quad h^{m_1-r'c+b_0-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_1-r'c+b_0-1}(\underline{n-b_p})\cdots \\ & \quad h^{m_{r+1}-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_{r+1}-1}(\underline{n-b_p})h^{m_{r+2}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= h^{m_1}(n-1) h^{m_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c}(n-1) \\
&\quad h^{m_1-r'c+b_0-b_1}(n-1) h^{m_1-r'c+b_0-b_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_1-rc}(n-1) \\
&\quad h^{m_1-r'c+b_0-b_2}(n-1) h^{m_1-r'c+b_0-b_2-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_2-rc}(n-1) \\
&\quad \cdots \\
&\quad h^{m_1-r'c+b_0-b_p}(n-1) h^{m_1-r'c+b_0-b_p-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_p-rc}(n-1) \\
&\quad h^{m_1-r'c+2b_0-b_1}(n-1) h^{m_1-r'c+2b_0-b_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+2b_0-b_1-rc}(n-1) \\
&\quad \cdots \\
&\quad h^{m_{r+1}-b_p}(n-1) h^{m_{r+1}-b_p-c}(n-1) \cdots h^{m_{r+1}-b_p-rc}(n-1) \\
&\quad h^{m_{r+2}}(n-1) \cdots h^{m_{r+1}}(n-1)
\end{aligned}$$

ところで、 $b_0 - b_1 + c = \tau_0 b_0$ と帰納法の仮定によリ、 $h^{m_1}(n-1)$
 $h^{m_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c}(n-1) h^{m_1-r'c+b_0-b_1}(n-1) h^{m_1-r'c+b_0-b_1-c}(n-1)$
 $\cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_1-(r-r'-1)c}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

$i \in N_i^{p-1}$ と $j \in N_i^{t'}$ に対し $b_i - b_{i+1} + (r+1)c = \tau_i b_0$ と帰
 納法の仮定によリ $h^{m_1-r'c+jb_0-b_i-(r-r')c}(n-1) \cdots$
 $h^{m_1-r'c+jb_0-b_i-rc}(n-1) h^{m_1-r'c+jb_0-b_{i+1}}(n-1) \cdots$
 $h^{m_1-r'c+jb_0-b_{i+1}-(r-r'-1)c}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

$j \in N_i^{t'-1}$ に対し $b_0 - b_1 + c = \tau_0 b_0$ と $b_p + rc = \tau_p b_0$ と帰
 納法の仮定によリ、 $h^{m_1-r'c+jb_0-b_p-(r-r')c}(n-1) \cdots$
 $h^{m_1-r'c+jb_0-b_p-rc}(n-1) h^{m_1-r'c+(j+1)b_0-b_1}(n-1) \cdots$
 $h^{m_1-r'c+(j+1)b_0-b_1-(r-r'-1)c}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

$m_{r+2} - m_{r+1} + c = \tau'_{r+1} b_0$ と $b_p + rc = \tau_p b_0$ と帰納法の仮定によリ

よ、1) $h^{m_1-r'C+T'b_0-b_p-(r-r')C}(n-1) \cdots h^{m_1-r'C+T'b_0-b_p-rC}(n-1)$
 $h^{m_{r+2}}(n-1) h^{m_{r+3}}(n-1) \cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ は、部分列の時
 分割可能。

よ、2) $h^{m_1}(n-1) h^{m_1-C}(n-1) \cdots h^{m_1-(r'-1)C}(n-1) h^{m_{r+1}}(n-1)$
 $h^{m_{r+2}}(n-1) \cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。■

(定理3の証明)

充分大の n に対し

$$\begin{aligned}
 & \omega_g \\
 &= h^{2-n+rc+1}(n-1) h^{2-n+(r-1)C+1}(n-1) \cdots h^{2-n+1}(n-1) \\
 &= h^{2-n+rc+1-b_0}(n-1) h^{2-n+rc}(n-1) \cdots h^{2-n+rc}(n-1) \\
 & \quad h^{2-n+(r-1)C+1}(n-1) \cdots h^{2-n+1}(n-1) \\
 &= h^{2-n+rc+1-b_0}(n-1) h^{2-n+rc+1-b_1}(n-1) \cdots h^{2-n+rc+1-b_1-rC}(n-1) \\
 & \quad h^{2-n+rc+1-b_2}(n-1) \cdots h^{2-n+rc+1-b_2-rC}(n-1) \cdots \\
 & \quad h^{2-n+rc+1-b_p}(n-1) \cdots h^{2-n+rc+1-b_p-rC}(n-1) \\
 & \quad h^{2-n+(r-1)C+1}(n-1) \cdots h^{2-n+1}(n-1) \\
 &= \{ h^{2-n+rc+1-b_0}(n-1) h^{2-n+rc+1-b_1}(n-1) \cdots h^{2-n+rc+1-b_1-(r-1)C}(n-1) \} \\
 & \quad \{ h^{2-n+rc+1-b_1-rC}(n-1) h^{2-n+rc+1-b_2}(n-1) \cdots h^{2-n+rc+1-b_2-(r-1)C}(n-1) \} \\
 & \quad \cdots \\
 & \quad \{ h^{2-n+rc+1-b_{p-1}-rC}(n-1) h^{2-n+rc+1-b_p}(n-1) \cdots h^{2-n+rc+1-b_p-(r-1)C}(n-1) \} \\
 & \quad \{ h^{2-n+rc+1-b_p-rC}(n-1) h^{2-n+(r-1)C+1}(n-1) \cdots h^{2-n+1}(n-1) \}
 \end{aligned}$$

補題3-4より、 $\{ \}$ で括弧に各部分は ω_{g_1} において分割可

能。よって ω_g は l.c. 関係式を満たす。 G は l.c.。 ■

定理3において $r = 1$ の場合には条件 $b_p + rC = t_p b_0$ が無くとも定理が成り立つことがわかっている。

定理4.

standard $\langle b_0, b_1, b_1+C, b_2, b_2+C, \dots, b_p, b_p+C \rangle$ l.c. $\perp$ scheme $S = \langle \Sigma_n, h \rangle$ は、

$$\exists t_i (0 \leq i \leq p-1) \in N_0$$

$$b_0 - b_1 + C = t_0 b_0$$

$$b_i - b_{i+1} + 2C = t_i b_0 \quad 1 \leq i \leq p-1$$

の時、l.c. $\perp$ system $G = \langle \Sigma_n, h, C \rangle$ を持つ。

また、これを逆転させて standard l.c. $\perp$ scheme についても同様のことが言える。

(証明略)

定理3と4においては、 $h(n-1)$ の形を与えて、その部分列を axiom として l.c. $\perp$ system の存在を述べたが、定理2と同様に main $\perp$ system に現われるある記号列の形が定理3や4の $h(n-1)$ の形になっている時も同じことが言える。

5. 周期的 $\perp$ system

定義7. (周期的 $\perp$ system)

$\perp$ system $G = \langle \Sigma, h, \omega \rangle$ が周期的であるとは、 $\alpha_1^{(r)}$

$\alpha_2^{(r)} \dots \alpha_{v_r}^{(r)} \in \Sigma^+ (r \in N_0^{d-1})$ が存在して、任意の $p \in N_0$ に対して $\omega_p \in \mathcal{E}(G)$ は $(\alpha_1^{(r)} \alpha_2^{(r)} \dots \alpha_{v_r}^{(r)})^+$ の元の部分列となることである。但し $d \in N_1$ で p を d で割った余りが r であるとする。

定義 8. $((n, c) - \text{巡回的})$

$\Sigma_n = \{0, 1, \dots, (n-1)\}$ を考える。 $\omega \in \Sigma_n^+$ が $(n, c) - \text{巡回的}$ ($c \in N_0^{n-1}$) であるとは、 $\omega \in \Sigma_n$ または $\omega = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_s$ ($s \in N_2$, $\alpha_i \in \Sigma_n$) で $\alpha_i + c \equiv \alpha_{i+1} \pmod{n}$ ($i \in N_1^{s-1}$) となることである。 $\angle$ system $G = \langle \Sigma, h, \omega_0 \rangle$ が $(n, c) - \text{巡回的}$ であるとは、 $\Sigma = \Sigma_n$ で任意の $\omega_p \in \mathcal{E}(G)$ が $(n, c) - \text{巡回的}$ となる事である。

補題 5-1. [2]

standard l.c. $\angle$ scheme $S = \langle \Sigma_n, h \rangle$ の main $\angle$ system $G = \langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ を考える。この時次の二つの条件は同値である。

(1) $h(n-1)$ が $(n, c) - \text{巡回的}$ で $\text{Pref}_1(h(n-1)) = \text{Suff}_1(h(n-1)) = 0$

(2) G が $(n, c) - \text{巡回的}$

補題 5-2. [2]

standard l.c. $\angle$ scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ の main $\angle$ system $G = \langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ は、 $h(n-1)$ が $(n, c) - \text{巡回的}$ で $\text{Pref}_1(h(n-1)) = \text{Suff}_1(h(n-1)) = 0$ ならば周期的である。

定理 2, 3, 4 で述べられたもの以外の standard l.c. $\angle$

scheme で、main L system とは別の $l.c. L$ system を持つものがわかっている。それは $h(n-1)$ が (n, c) -巡回的で $\text{Pref}_1(h(n-1)) = \text{Suff}_1(h(n-1)) = 0$ となっている standard $l.c. L$ scheme である。我々は、次のことが言えるのではないかと予想している。

予測

standard $l.c. L$ scheme $S = \langle \Sigma_n, h \rangle$ において、 $h(n-1)$ が (n, c) -巡回的かつ $\text{Pref}_1(h(n-1)) = \text{Suff}_1(h(n-1)) = 0$ であるとす。この時任意の (n, c) -巡回的な記号列 $\omega_0 \in \Sigma_n^+$ に対して、 $\langle \Sigma_n, h, \omega_0 \rangle$ は $l.c.$ である。

上記の予測の特別な場合が定理3の系として言える。

命題4.

standard $l.c. L$ scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ において、 $h(n-1)$ が (n, c) -巡回的で $\text{Pref}_1(h(n-1)) = \text{Suff}_1(h(n-1)) = 0$ 、ある $r \in N_1$ に対して $n = (r+1)c$ とする。この時 $\langle \Sigma_n, h, 0 \cdot c \cdots (r \cdot c) \rangle$ は $l.c. L$ system である。但し $r+1$ は $r+1$ の約数。

6. 最後に

standard $l.c. L$ scheme で main L system 以外に $l.c. L$ system が存在するための十分条件を示した。最後の予測になっている (n, c) -巡回的な L scheme も含めると、3つの型が必要

条件にもなっているのではないかと考えている。定理3, 4で新しくできた $l.c. \angle$ system の $l.c.$ 関係式は一般に元 compared 比べて非常に複雑になっている。ある場合には元の関係式に r 回代入を施しにも α の順序を入れ替えにもなっている。

7. 文献

1. Y. Kobuchi, Two characterization theorems of locally catenative developmental systems, Inform. Processing Lett., 6, 4 (1977), 120-124.
2. S. Seki, Cell Interactions and Local Catenativeness in L systems, Proc. of the 4-th IBM Symp. on Mathematical Foundations of Computer Science (1979).
3. G. Rozenberg & A. Salomaa, "The Mathematical Theory of L Systems," Academic Press (1980).
4. 小沢・関, L scheme で実現される $l.c.$ formula について. 昭和54年度通信学会全国大会 1200.
5. 関・小沢, 1つの L scheme の中の $l.c.$ system について. 昭和56年度通信学会全国大会.