

リアプノフ関数を用いた自動車の 衝突回避自動制御

神戸大学自然科学研究科 細川博史 (Hiroshi Hosokawa)

神戸大学工学部 中桐信一 (Shin-ichi Nakagiri)

1 序論

移動物体を取り扱うシステムにおいて、移動物体の目標点がどこにあるかを教えるだけで、自動的に障害物を回避しながら目標点に到達するための経路を見つける問題を、経路探索問題 (findpath problem) と呼ぶ。この問題を解くためには、システムは移動物体、作業空間、及びその領域内に存在する可能性のある障害物のモデルを持っていなければならない。また同じ作業空間に別の移動物体が存在している場合は、それぞれの移動物体は、もう一方の移動物体を動く障害物として認識し、回避しなければならない。

こうした静止したおよび動く障害物を回避する移動物体の経路探索問題の解決法として、ポテンシャルの概念を利用する方法が考案された。すなわち、障害物のまわりに人工的なポテンシャルを作り、移動物体が衝突しないようにする。一方、目標物には人工的な引力の中心を置き、移動物体を引き付けるようにする。このような人工的なポテンシャルの場をつくり出す一つ的手段として、Stonier [4] はリアプノフ関数を導入することを提案した。かれは、平面上に2つの移動物体と2つの目標物があり、移動の力学は2つの組の微分方程式で表現されるとして、距離の概念に基づき反発と吸引を表わすポテンシャルの場を(擬)リアプノフ関数を用いて構成した。よく知られているように、あるシステムを記述する微分方程式に関して適切なリアプノフ関数を構成することが出来るならば、そのシステムは安定である。さらに、システムが安定であり、安定多様体がただ一点のみの集合になるならば、このシステムは漸近安定になることが示されている (LaSalle の不変原理)。Stonier はこのリアプノフの安定性定理および LaSalle の不変原理に着想を得て、これを2移動物体の経路探索問題に適用しようと試みたのである。

彼の基本的なアイデアは次のようなものであった。移動物体および目標物は、すべ

て平面上の円盤であると仮定する。おのおの目標物には到達するがそれ以外の物体との衝突を避けるためのリアプノフ関数を設定し、その時間微分が準負定になるようにフィードバックの制御則を決定しようとしたのである。この方法によって移動物体は高いポテンシャルを持つ障害物を避けて、低いポテンシャルの目標物に接近していくことが出来る。

しかし彼はフィードバックの制御則の決定において“right of way”という数学的には正しくない仮定を用いていた。これは微小時間において、一つの移動物体がもう一つの移動物体の制御項を決定するために静止しているという人為的な仮定であり、理論的には正しくない。この仮定は数値解析のシミュレーションでは有効でありえたが、数学的にその正当性が証明された訳ではなかった。また彼の構成した関数はリアプノフの安定性定理を満たしていない擬リアプノフ関数であり、結果としてシステムの安定性については疑問が残ることになった。また作業空間を2つに分割しなければならない、2個以上の移動物体に拡張出来ない、軌道が滑らかでなく、コストが非常に高い等、様々な改善すべき点を抱えていた。

その後、Vanualailai, Nakagiri and Ha [6] によって、“right of way”という数学的に正しくない仮定は除去され、作業空間も統一された。この結果、軌道の滑らかさが改良され、コストも減少させることに成功した。更に Ha, Vanualailai and Nakagiri [1] により、リアプノフの安定性定理を十分に満たす完全なリアプノフ関数が構成された。すなわち、システムはフィードバック制御系として安定になった訳である。この結果をもとに山崎 [7] では、2個の移動物体に対し種々のシミュレーションを行っている。また [1] におけるリアプノフ関数は任意の数の移動物体に対しても拡張可能であった。この結果、軌道の滑らかさが向上した他、コスト、時間が大幅に減少し、制御パラメータを用いて軌道を望ましい方向に変化させることが可能になった。

ところで、文献 [1][6][7] においては、Stonier と同じく移動物体および目標物は平面上の円盤であった。また、移動の力学方程式は加速度制御をもつ単純なものであった。本論文では、移動物体が2輪駆動の自動車であるとして、Papad and Kyriakopoulos [2] に基づき、その自然な力学方程式を構成し、上記の論文で展開された手法を用いて、衝突回避を伴う経路探索問題を解決しようとした。また、その数値シミュレーション例を与えた。

2 自動車の衝突回避制御

この研究ではリアプノフ関数による衝突回避制御のアルゴリズムを用いて、平面上における自動車の衝突回避制御を行うことを考える。

2.1 自動車の運動方程式のモデル

ここで考える自動車とは、前輪の回転によって方向転換を行い、後輪による駆動によって前進する一般的なものを想定する。したがってモデルとしては、図1のように設定する。

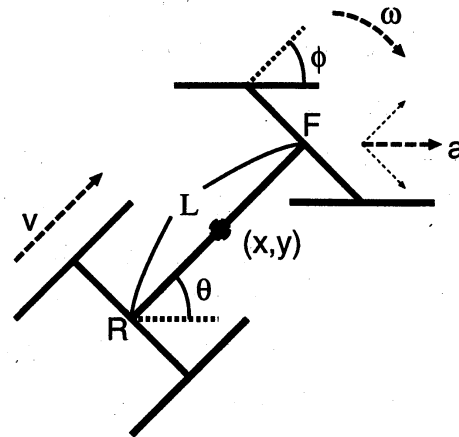


図 1: model of vehicle

ここで自動車の運動を記述するための各変数を次のように定める。

{	(x_E, y_E)	自動車の車軸上の点Eの座標	(1)
	v	自動車の後輪における速さ	
	θ	自動車の走行方向 (x 軸に対する角度)	
	ϕ	ハンドルの角度	
	ω	自動車全体の x 軸に対する角速度	
	L	自動車の長さ	
	k	自動車の車軸の長さ	
	a	自動車の前輪部におけるハンドル方向への速さ	
	b	ハンドルの角速度	

自動車の回転速度に関する関係式から、次の方程式が導かれる。

$$L\dot{\theta} = a \sin \phi \quad (2)$$

したがって、自動車の前輪部の中心Fにおける運動をあらわす微分方程式は、次のようになる。

$$\begin{cases} \dot{x}_F = a \cos(\theta + \phi) \\ \dot{y}_F = a \sin(\theta + \phi) \\ \dot{\phi} = b \\ \dot{\theta} = \frac{a}{L} \sin \phi \end{cases} \quad (3)$$

自動車の前輪部の中心Fと後輪部の中心Rでは、次のような関係式が成立する。

$$\begin{cases} x_F = x_R + L \cos \theta \\ y_F = y_R + L \sin \theta \end{cases} \quad (4)$$

この式を x_R, y_R について解き、両辺を時間 t で微分すると、

$$\begin{cases} \dot{x}_R = \dot{x}_F - L\dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{y}_R = \dot{y}_F - L\dot{\theta} \cos \theta \end{cases} \quad (5)$$

式 (3)(5) より、自動車の後輪部の中心Rにおける運動をあらわす微分方程式が、次のように求まる。

$$\begin{cases} \dot{x}_R = a \cos \theta \cos \phi \\ \dot{y}_R = a \sin \theta \cos \phi \\ \dot{\phi} = b \\ \dot{\theta} = \frac{a}{L} \sin \phi \end{cases} \quad (6)$$

ここで、

$$\begin{cases} v = a \cos \phi \\ \omega = \dot{\theta} = \frac{a}{L} \sin \phi \end{cases} \quad (7)$$

であるから、 v, ω を用いると、自動車の後輪部の中心Rにおけるモデルは次のように単純化される。

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (8)$$

つまり図1のような四輪車モデルであっても、よく知られた一輪車モデルと類似の形で考えることが可能である。自動車の回転速度を考慮すると、自動車の後輪部R

から距離 l 離れた車軸上の点 E におけるモデルは次のように記述される。

$$\begin{cases} \dot{x}_E = v \cos \theta - l\omega \sin \theta \\ \dot{y}_E = v \sin \theta + l\omega \cos \theta \\ \dot{\theta} = \omega \\ \dot{v} = m \\ \dot{\omega} = n \end{cases} \quad (9)$$

2.2 衝突回避制御問題の定式化

この節では、前節で導いた自動車のモデルを用いて、2 台の自動車が互いに衝突を避けながら、各々の目標物に到達する制御を行う方法を考える。

これまで移動物体としては点を想定してきたが、自動車の場合大きさが存在するため、その座標 (x, y) は車体の中央部 (F と R の中点) を表すこととし、衝突回避のための侵入禁止領域として、 (x, y) を中心とする半径 $\frac{L+l}{2}$ の円形領域を考える。(このように領域を設定してやると、自動車の全体がこの領域内に納まることになる)。したがって各物体が占める領域は次のように書くことが出来る。

- A_1, A_2 : 2 台の自動車
 T_1, T_2 : 自動車 A_1, A_2 に対する各々の目標物
- (x_1, y_1) : 自動車 A_1 の中央部の座標
 (x_2, y_2) : 自動車 A_2 の中央部の座標
 (p_{11}, p_{12}) : A_1 の目標物 T_1 の中心座標
 (p_{21}, p_{22}) : A_2 の目標物 T_2 の中心座標
- r_1 : A_1 の目標物 T_1 の半径
 r_2 : A_2 の目標物 T_2 の半径
- AS_1 : 自動車 A_1 の占める領域
 AS_2 : 自動車 A_2 の占める領域
 TS_1 : 目標物 T_1 の占める領域
 TS_2 : 目標物 T_2 の占める領域

このとき、それぞれの領域は次のように表される。

$$\begin{cases} AS_1 = \{(x, y) : (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 \leq (\frac{L_1 + k_1}{2})^2\} \\ AS_2 = \{(x, y) : (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 \leq (\frac{L_2 + k_2}{2})^2\} \\ TS_1 = \{(x, y) : (x - p_{11})^2 + (y - p_{12})^2 \leq r_1^2\} \\ TS_2 = \{(x, y) : (x - p_{21})^2 + (y - p_{22})^2 \leq r_2^2\} \end{cases} \quad (10)$$

また自動車の目標物への制御は、車体の中央部が目標物の中心に、速度 0、角速度 0 で到達するように考えることにする。したがって 2 つの自動車 A_1, A_2 をそれぞれ自動車 1、自動車 2 とし、自動車 i の各部分に関する変数をそれぞれ $x_i, y_i, v_i, \theta_i, \omega_i, L_i, m_i, n_i$ ($i=1,2$) とおくと、自動車 1 の中心部についての運動方程式が次のように書ける。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = v_1 \cos \theta_1 - \frac{1}{2} L_1 \omega_1 \sin \theta_1 \\ \dot{y}_1 = v_1 \sin \theta_1 + \frac{1}{2} L_1 \omega_1 \cos \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 = \omega_1 \\ \dot{v}_1 = m_1 \\ \dot{\omega}_1 = n_1 \end{cases} \quad (11)$$

また自動車 2 の中心部についての運動方程式も次のようにかける。

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = v_2 \cos \theta_2 - \frac{1}{2} L_2 \omega_2 \sin \theta_2 \\ \dot{y}_2 = v_2 \sin \theta_2 + \frac{1}{2} L_2 \omega_2 \cos \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \omega_2 \\ \dot{v}_2 = m_2 \\ \dot{\omega}_2 = n_2 \end{cases} \quad (12)$$

3 リアプノフの方法の適用

3.0.1 リアプノフ関数の導出

ここでは、前節で求めた自動車モデルを使用しての衝突回避制御を実現するために、次のような各種のリアプノフ関数を導入する。

<自動車と目標物を近付けるためのリアプノフ関数>

- V_1 : 自動車 A_1 を目標物 T_1 に近づける為のリアプノフ関数

$$V_1 = \frac{1}{2} \{(x_1 - p_{11})^2 + (y_1 - p_{12})^2 + (\theta_1 - \tilde{\theta}_1)^2 + v_1^2 + \omega_1^2\}$$

- V_2 : 自動車 A_2 を目標物 T_2 に近づける為のリアプノフ関数

$$V_2 = \frac{1}{2} \{(x_2 - p_{21})^2 + (y_2 - p_{22})^2 + (\theta_2 - \tilde{\theta}_2)^2 + v_2^2 + \omega_2^2\}$$

<自動車と目標物を遠ざけるためのリアプノフ関数>

- W_{12} : 自動車 A_1 と目標物 T_2 との衝突を回避するリアプノフ関数

$$W_{12} = \frac{1}{2} \{(x_1 - p_{21})^2 + (y_1 - p_{22})^2 - (\frac{L_1 + k_1}{2} + \frac{r_2}{2})^2\}$$

- W_{21} : 自動車 A_2 と目標物 T_1 との衝突を回避するリアプノフ関数

$$W_{21} = \frac{1}{2} \{(x_2 - p_{11})^2 + (y_2 - p_{12})^2 - (\frac{L_2 + k_2}{2} + \frac{r_1}{2})^2\}$$

<自動車同士を遠ざけるためのリアプノフ関数>

- V_{12} : 自動車 A_1 と自動車 A_2 との衝突を回避するリアプノフ関数

$$V_{12} = \frac{1}{2} \{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 - (\frac{L_1 + k_1}{2} + \frac{L_2 + k_2}{2})^2\}$$

<自動車と目標物の距離を表すためのリアプノフ関数>

- G_1 : 自動車 A_1 の中心から目標物 T_1 の中心までの距離を示すリアプノフ関数

$$G_1 = \frac{1}{2} \{(x_1 - p_{11})^2 + (y_1 - p_{12})^2\}$$

- G_2 : 自動車 A_2 の中心から目標物 T_2 の中心までの距離を示すリアプノフ関数

$$G_2 = \frac{1}{2} \{(x_2 - p_{21})^2 + (y_2 - p_{22})^2\}$$

以上の4種類のリアプノフ関数を用いて、システムの方程式 (11)(12) に対するトータルなリアプノフ関数 $\mathcal{L}$ を導入する。このときこのリアプノフ関数 $\mathcal{L}$ を定義する領域は、 $\mathbf{R}^5 \times \mathbf{R}^5$ の開集合

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(\mathcal{L}) = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbf{R}^5 \times \mathbf{R}^5 : & V_1(x_1, y_1, \theta_1, v_1, \omega_1), V_2(x_2, y_2, \theta_2, v_2, \omega_2), \\ & V_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2) > 0, W_{12}(x_1, y_1) > 0, W_{21}(x_2, y_2)\} \end{aligned} \quad (13)$$

とする。すると $\mathcal{L}$ は次の式により定義される。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}((\mathbf{x}, \mathbf{y})) &= V_1(x_1, y_1, \theta_1, v_1, \omega_1) + V_2(x_2, y_2, \theta_2, v_2, \omega_2) \\ &\quad + \alpha_{12} \frac{G_1(x_1, y_1)}{W_{12}(x_1, y_1)} + \alpha_{21} \frac{G_2(x_2, y_2)}{W_{21}(x_2, y_2)} \\ &\quad + \beta \frac{G_1(x_1, y_1) G_2(x_2, y_2)}{V_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2)}, \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{D}(\mathcal{L})\end{aligned}\quad (14)$$

3.1 リアプノフ関数の時間微分

この節では式 (14) により与えられたリアプノフ関数の、式 (11)(12) の解に沿っての時間微分を計算する。以下、式 (14) の各項について分けて、解に沿っての微分計算を実行する。

$$\begin{aligned}\frac{dV_1}{dt} &= \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial V_1}{\partial y_1} \cdot \frac{dy_1}{dt} + \frac{\partial V_1}{\partial \theta_1} \cdot \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{\partial V_1}{\partial v_1} \cdot \frac{dv_1}{dt} + \frac{\partial V_1}{\partial \omega_1} \cdot \frac{d\omega_1}{dt} \\ &= \{(x_1 - p_{11})\cos\theta_1 + (y_1 - p_{12})\sin\theta_1 + m_1\}v_1 \\ &\quad + \{-\frac{1}{2}L_1\sin\theta_1(x_1 - p_{11}) + \frac{1}{2}L_1\cos\theta_1(y_1 - p_{12}) + n_1\}\omega_1\end{aligned}\quad (15)$$

となる。同様にして、

$$\begin{aligned}\frac{dV_2}{dt} &= \{(x_2 - p_{21})\cos\theta_1 + (y_2 - p_{22})\sin\theta_2 + m_2\}v_2 \\ &\quad + \{-\frac{1}{2}L_2\sin\theta_2(x_2 - p_{21}) + \frac{1}{2}L_2\cos\theta_2(y_2 - p_{22}) + n_2\}\omega_2\end{aligned}\quad (16)$$

が導かれる。また、

$$\begin{aligned}\frac{dW_{12}}{dt} &= \frac{\partial W_{12}}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial W_{12}}{\partial y_1} \cdot \frac{dy_1}{dt} \\ &= \{(x_1 - p_{21})\cos\theta_1 + (y_1 - p_{22})\sin\theta_1\}v_1 \\ &\quad + \{-\frac{1}{2}L_1\omega_1\sin\theta_1(x_1 - p_{21}) + \frac{1}{2}L_1\omega_1\cos\theta_1(y_1 - p_{22})\}\omega_1\end{aligned}\quad (17)$$

となる。同様にして、

$$\begin{aligned}\frac{dW_{21}}{dt} &= \{(x_2 - p_{11})\cos\theta_2 + (y_2 - p_{12})\sin\theta_2\}v_2 \\ &\quad + \{-\frac{1}{2}L_2\omega_2\sin\theta_2(x_2 - p_{11}) + \frac{1}{2}L_2\omega_2\cos\theta_2(y_2 - p_{12})\}\omega_2\end{aligned}\quad (18)$$

となる。

$$\begin{aligned}\frac{dV_{12}}{dt} &= \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial V_{12}}{\partial y_1} \cdot \frac{dy_1}{dt} + \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dt} + \frac{\partial V_{12}}{\partial y_2} \cdot \frac{dy_2}{dt} \\ &= \{(x_1 - x_2)\cos\theta_1 + (y_1 - y_2)\sin\theta_1\}v_1 \\ &\quad + \{-\frac{1}{2}L_1\omega_1\sin\theta_1(x_1 - x_2) + \frac{1}{2}L_1\omega_1\cos\theta_1(y_1 - y_2)\}\omega_1 \\ &\quad + \{(x_2 - x_1)\cos\theta_2 + (y_2 - y_1)\sin\theta_2\}v_2 \\ &\quad + \{-\frac{1}{2}L_2\omega_2\sin\theta_2(x_2 - x_1) + \frac{1}{2}L_2\omega_2\cos\theta_2(y_2 - y_1)\}\omega_2\end{aligned}\quad (19)$$

以上の式(15)~(19)で得られた各項を、 $\mathcal{L}$ を時間微分した式に代入する。式(11)(12)の解に沿っての $\mathcal{L}$ の時間微分は次のようになる。

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}((\mathbf{x}, \mathbf{v})) &= \frac{d\mathcal{L}((\mathbf{x}, \mathbf{v}))}{dt} \\ &= \frac{dV_1}{dt} + \frac{dV_2}{dt} + \alpha_{12} \frac{d}{dt} \left(\frac{G_1}{W_{12}} \right) + \alpha_{21} \frac{d}{dt} \left(\frac{G_2}{W_{21}} \right) + \beta \frac{d}{dt} \left(\frac{G_1 G_2}{V_{12}} \right) \quad (20)\end{aligned}$$

ここで、

$$A = 1 + \frac{\alpha_{12}}{W_{12}} + \frac{\beta G_2}{V_{12}}, B = 1 + \frac{\alpha_{21}}{W_{21}} + \frac{\beta G_1}{V_{12}} \quad (21)$$

として、 f_1, f_2, f_3, f_4 を、

$$\begin{aligned}f_1 &= A\{(x_1 - p_{11})\cos\theta_1 + (y_1 - p_{12})\sin\theta_1\} \\ &\quad - \frac{\alpha_{12}G_1}{W_{12}^2}\{(x_1 - p_{21})\cos\theta_1 + (y_1 - p_{22})\sin\theta_1\} \\ &\quad - \frac{\beta G_1 G_2}{V_{12}^2}\{(x_1 - x_2)\cos\theta_1 + (y_1 - y_2)\sin\theta_1\} \\ f_2 &= A\{-\frac{1}{2}L_1\sin\theta_1(x_1 - p_{11})\} + \frac{1}{2}L_1\cos\theta_1(y_1 - p_{12}) \\ &\quad - \frac{\alpha_{12}G_1}{W_{12}^2}\{-\frac{1}{2}L_1\sin\theta_1(x_1 - p_{21}) + \frac{1}{2}L_1\cos\theta_1(y_1 - p_{22})\} \\ &\quad - \frac{\beta G_1 G_2}{V_{12}^2}\{-\frac{1}{2}L_1\sin\theta_1(x_1 - x_2) + \frac{1}{2}L_1\cos\theta_1(y_1 - y_2)\} \\ f_3 &= B\{(x_2 - p_{21})\cos\theta_2 + (y_2 - p_{22})\sin\theta_2\} \\ &\quad - \frac{\alpha_{21}G_2}{W_{21}^2}\{(x_2 - p_{11})\cos\theta_2 + (y_2 - p_{12})\sin\theta_2\} \\ &\quad - \frac{\beta G_1 G_2}{V_{12}^2}\{(x_2 - x_1)\cos\theta_2 + (y_2 - y_1)\sin\theta_2\} \\ f_4 &= B\{-\frac{1}{2}L_2\sin\theta_2(x_2 - p_{21})\} + \frac{1}{2}L_2\cos\theta_2(y_2 - p_{22}) \\ &\quad - \frac{\alpha_{21}G_2}{W_{21}^2}\{-\frac{1}{2}L_2\sin\theta_2(x_2 - p_{11}) + \frac{1}{2}L_2\cos\theta_2(y_2 - p_{12})\} \\ &\quad - \frac{\beta G_1 G_2}{V_{12}^2}\{-\frac{1}{2}L_2\sin\theta_2(x_2 - x_1) + \frac{1}{2}L_2\cos\theta_2(y_2 - y_1)\} \quad (22)\end{aligned}$$

により定義すると、式(20)より、

$$\dot{\mathcal{L}}((\mathbf{x}, \mathbf{v})) = (f_1 + m_1)v_1 + (f_2 + n_1)\omega_1 + (f_3 + m_2)v_2 + (f_4 + n_2)\omega_2$$

ここで収束パラメータを $(\gamma_i, \mu_i), i = 1, 2$ とおき、制御項 $(m_i, n_i), i = 1, 2$ を

$$\begin{cases} m_1 = -f_1 - \gamma_1 v_1 \\ n_1 = -f_2 - \mu_1 \omega_1 \\ m_2 = -f_3 - \gamma_2 v_2 \\ n_2 = -f_4 - \mu_2 \omega_2 \end{cases} \quad (23)$$

により定めることにより、 $\dot{\mathcal{L}}$ の準負定性

$$\dot{\mathcal{L}}((\mathbf{x}, \mathbf{v})) = -(\gamma_1 v_1^2 + \mu_1 \omega_1^2 + \gamma_2 v_2^2 + \mu_2 \omega_2^2) \leq 0 \quad (24)$$

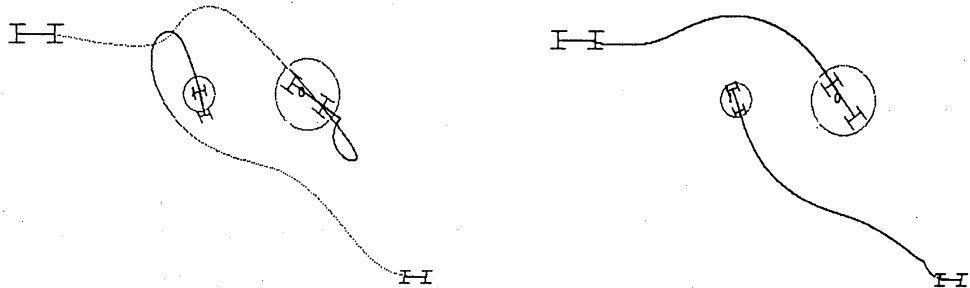
が導かれる。即ちフィードバック制御 (24) により、閉ループ系 (11)(12) はリアプノフ安定になる。

3.2 シミュレーション

コンピュータシミュレーションを行うと、下の左図のような軌道 (パラメータの値は表1のデータ1) が得られた。制御変数、収束変数を適宜変えながらシミュレーションを続けると、下の右図のような滑らかな軌道 (パラメータの値は表1のデータ2) が得られた。

データ 1	データ 2
$\alpha_{12} = \alpha_{21} = 10, \beta = 1$	$\alpha_{12} = \alpha_{21} = 40, \beta = 1$
$\gamma_1 = \gamma_2 = 1, \mu_1 = \mu_2 = 10$	$\gamma_1 = \gamma_2 = 10, \mu_1 = \mu_2 = 10$
$v_1 = v_2 = 50, \omega_1 = \omega_2 = 0$	$v_1 = v_2 = 50, \omega_1 = \omega_2 = 0$

表1 パラメータ



4 速度制限の導入

4.1 リアプノフの方法

3節の運動方程式モデルでは、速度及び角速度の値は無制限であった。しかし現実の自動車モデルにおいては速度及び角速度の大きさは制限する必要がある。そこで、これらの制限のためのリアプノフ関数を新たに考えよう。

<自動車の角速度を制限するためのリアプノフ関数>

- U_1 : 自動車 A_1 の角速度を制限するリアプノフ関数

$$U_1 = \frac{1}{2}(\omega_1 + M_1)(M_1 - \omega_1)$$

- U_2 : 自動車 A_2 の角速度を制限するリアプノフ関数

$$U_2 = \frac{1}{2}(\omega_2 + M_1)(M_1 - \omega_2)$$

<自動車の速度を制限するためのリアプノフ関数>

- S_1 : 自動車 A_1 の速度を制限するリアプノフ関数

$$S_1 = \frac{1}{2}(v_1 + M_2)(M_2 - v_1)$$

- S_2 : 自動車 A_2 の速度を制限するリアプノフ関数

$$S_2 = \frac{1}{2}(v_2 + M_2)(M_2 - v_2)$$

これらの新たなリアプノフ関数の導入により、トータルなリアプノフ関数 $\mathcal{L}$ は、その定義域 $D(\mathcal{L})$ を、

$$\begin{aligned} D(\mathcal{L}) = \{ & (\mathbf{x}, \mathbf{v}) \in \mathbf{R}^5 \times \mathbf{R}^5 : V_1(x_1, y_1, \theta_1, v_1, \omega_1), V_2(x_2, y_2, \theta_2, v_2, \omega_2), \\ & V_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2) > 0, W_{12}(x_1, y_1) > 0, W_{21}(x_2, y_2) > 0, \\ & U_1(\omega_1) > 0, U_2(\omega_2) > 0, S_1(v_1) > 0, S_2(v_2) > 0 \} \end{aligned} \quad (25)$$

として、式

$$\begin{aligned}\mathcal{L}((\mathbf{x}, \mathbf{v})) = & V_1(x_1, y_1, \theta_1, v_1, \omega_1) + V_2(x_2, y_2, \theta_2, v_2, \omega_2) \\ & + \alpha_{12} \frac{G_1(x_1, y_1)}{W_{12}(x_1, y_1)} + \alpha_{21} \frac{G_2(x_2, y_2)}{W_{21}(x_2, y_2)} + \beta \frac{G_1(x_1, y_1)G_2(x_2, y_2)}{V_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2)} \\ & + \delta_1 \frac{G_1(x_1, y_1)}{U_1(\omega_1)} + \delta_2 \frac{G_2(x_2, y_2)}{U_2(\omega_2)} + \lambda_1 \frac{G_1(x_1, y_1)}{S_1(v_1)} + \lambda_2 \frac{G_2(x_2, y_2)}{S_2(v_2)}\end{aligned}\quad (26)$$

により定義される。ここで、

$$A = 1 + \frac{\alpha_{12}}{W_{12}} + \frac{\beta G_2}{V_{12}} + \frac{\lambda_1}{U_1} + \frac{\delta_1}{S_1}, B = 1 + \frac{\alpha_{21}}{W_{21}} + \frac{\beta G_1}{V_{12}} + \frac{\lambda_2}{U_2} + \frac{\delta_2}{S_2}\quad (27)$$

として、 f_1, f_2, f_3, f_4 を

$$\begin{aligned}f_1 = & A\{(x_1 - p_{11})\cos\theta_1 + (y_1 - p_{12})\sin\theta_1\} \\ & - \frac{\alpha_{12}G_1}{W_{12}^2}\{(x_1 - p_{21})\cos\theta_1 + (y_1 - p_{22})\sin\theta_1\} \\ & - \frac{\beta G_1G_2}{V_{12}^2}\{(x_1 - x_2)\cos\theta_1 + (y_1 - y_2)\sin\theta_1\} \\ f_2 = & A\{-\frac{1}{2}L_1\sin\theta_1(x_1 - p_{11})\} + \frac{1}{2}L_1(y_1 - p_{12}) \\ & - \frac{\alpha_{12}G_1}{W_{12}^2}\{-\frac{1}{2}L_1\sin\theta_1(x_1 - p_{21}) + \frac{1}{2}L_1\cos\theta_1(y_1 - p_{22})\} \\ & - \frac{\beta G_1G_2}{V_{12}^2}\{-\frac{1}{2}L_1\sin\theta_1(x_1 - x_2) + \frac{1}{2}L_1\cos\theta_1(y_1 - y_2)\} \\ f_3 = & B\{(x_2 - p_{21})\cos\theta_2 + (y_2 - p_{22})\sin\theta_2\} \\ & - \frac{\alpha_{21}G_2}{W_{21}^2}\{(x_2 - p_{11})\cos\theta_2 + (y_2 - p_{12})\sin\theta_2\} \\ & - \frac{\beta G_1G_2}{V_{12}^2}\{(x_2 - x_1)\cos\theta_2 + (y_2 - y_1)\sin\theta_2\} \\ f_4 = & B\{-\frac{1}{2}L_2\sin\theta_2(x_2 - p_{21})\} + \frac{1}{2}L_2\cos\theta_2(y_2 - p_{22}) \\ & - \frac{\alpha_{21}G_2}{W_{21}^2}\{-\frac{1}{2}L_2\sin\theta_2(x_2 - p_{11}) + \frac{1}{2}L_2\cos\theta_2(y_2 - p_{12})\} \\ & - \frac{\beta G_1G_2}{V_{12}^2}\{-\frac{1}{2}L_2\sin\theta_2(x_2 - x_1) + \frac{1}{2}L_2\cos\theta_2(y_2 - y_1)\}\end{aligned}$$

により定義すると、3 節と同様に、

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}((\mathbf{x}, \mathbf{v})) = & (f_1 + (1 + \frac{\delta_1 G_1}{S_1^2}m_1)v_1 + (f_2 + (1 + \frac{\lambda_1 G_1}{U_1^2}n_1)\omega_1 \\ & + (f_3 + (1 + \frac{\delta_2 G_2}{S_2^2}m_2)v_1 + (f_4 + (1 + \frac{\lambda_2 G_2}{U_2^2}n_2)\omega_2\end{aligned}\quad (28)$$

が導かれる。今、収束変数を $(\gamma_i, \mu_i), i = 1, 2$ とおき、制御項 $(m_i, n_i), i = 1, 2$ を

$$\begin{cases} m_1 = -f_1/(1 + \frac{\delta_1 G_1}{S_1^2}) - \gamma_1 v_1 \\ n_1 = -f_2/(1 + \frac{\lambda_1 G_1}{U_1^2}) - \mu_1 \omega_1 \\ m_2 = -f_3/(1 + \frac{\delta_2 G_2}{S_2^2}) - \gamma_2 v_2 \\ n_2 = -f_4/(1 + \frac{\lambda_2 G_2}{U_2^2}) - \mu_2 \omega_2 \end{cases} \quad (29)$$

により定めることによって、 $\dot{\mathcal{L}}$ の半負定性

$$\dot{\mathcal{L}}((\mathbf{x}, \mathbf{v})) = -(\gamma_1 v_1^2 + \mu_1 \omega_1^2 + \gamma_2 v_2^2 + \mu_2 \omega_2^2) \leq 0 \quad (30)$$

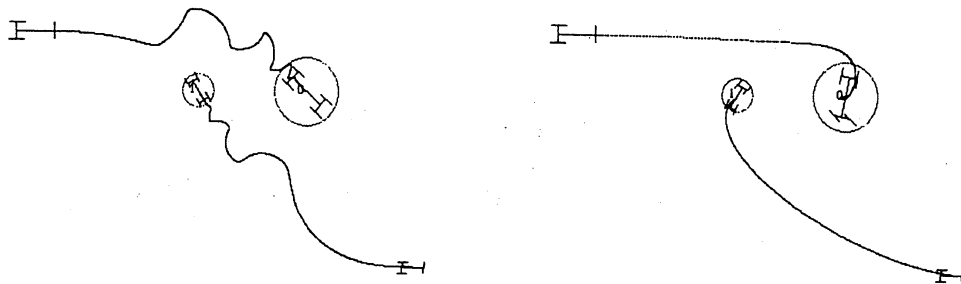
が説明される。即ち、フィードバック制御 (30) により系 (11)(12) は、式 (26) のリアプノフ関数に関して安定になる。

4.2 シミュレーション

制限項のある場合についてもコンピュータシミュレーションを行うと、下の左図のような軌道 (パラメータの値は表2のデータ3) が得られた。制御変数、収束変数を適宜変えながらシミュレーションを続けると、下の右図のような滑らかな軌道 (パラメータの値は表2のデータ4) が得られた。

データ 3	データ 4
$\alpha_{12} = \alpha_{21} = 10, \beta = 1$	$\alpha_{12} = \alpha_{21} = 40, \beta = 1$
$\lambda_1 = \lambda_2 = \delta_1 = \delta_2 = 1$	$\lambda_1 = 0.8, \lambda_2 = 1, \delta_1 = 0.1, \delta_2 = 5$
$\gamma_1 = 2.5, \gamma_2 = 3, \mu_1 = 20, \mu_2 = 10$	$\gamma_1 = 0.1, \gamma_2 = 5, \mu_1 = 20, \mu_2 = 10$
$v_1 = v_2 = 0, \omega_1 = \omega_2 = 0$	$v_1 = v_2 = 0, \omega_1 = \omega_2 = 0$
$M_1 = 1.57, M_2 = 100$	$M_1 = 1.23, M_2 = 4$

表2 パラメータ



参考文献

- [1] Junhong Ha , Jito Vanualailai and Shin-ichi Nakagiri, "A collision avoidance control problem for moving bodies in a place" *Mem. Grad. School Sci. & Technol., Kobe Univ.* 14-A: (1996), 93-106.
- [2] George J Pappas and Kostas Kyriakopoulos, "Stabilization of non-holonomic vehicles under kinematic constraints" *Int. J. Control*, 61 (1995), No4, 933-947
- [3] Jito Vanualailai and Shin-ichi Nakagiri, "Improving collision avoidance of robot arms using generalized Liapunov functions," *Mem. Grad. School Sci. & Technol., Kobe Univ.*, 11-A: (1993), 65-84.
- [4] R.J. Stonier, "Use of Liapunov techniques for collision-avoidance of robot arms", *Control and Dynamic Systems*, 35 (1990), 185-214.
- [5] Jito Vanualailai and Shin-ichi Nakagiri, "Trajectory control of a robot manipulator via Liapunov function-based controllers." *Mem. Grad. School Sci. & Technol., Kobe Univ.*, 12-A: (1994), 129-140
- [6] Jito. Vanualailai, Shin-ichi Nakagiri and Junhong Ha, "Collision avoidance in a two-point system via Liapunov's second method", *Mathematics and Computers in Simulation*, 39 (1995), 125-141
- [7] 山崎喜之、"平面における移動物体の衝突回避制御", 神戸大学工学部卒業論文 (1995)