

衝撃力を受ける構造物の塑性変形

—柱脚に衝撃動を受ける門型ラーメンの実験的研究 (その1)—

若 林 実・野 中 泰 二 郎
柴 田 道 生・古 村 勝 寛

LARGE PLASTIC DEFORMATION OF A STRUCTURE DUE TO IMPACT

—AN EXPERIMENTAL STUDY ON A PORTAL FRAME
SUBJECTED TO GROUND SHOCK, REPORT NO. 1—

By *Minoru WAKABAYASHI, Taijiro NONAKA, Michio SHIBATA*
and *Katsuhiro KOMURA*

Synopsis

An experimental study is made of large permanent deformation of the columns in a portal frame under horizontal impact loading. The column specimens are made of mild steel, aluminum alloy and copper plates. The impact load is applied, by means of a bifilar pendulum, as a large acceleration for a short period. The applied initial velocity at the base of columns is measured by the accelerometer, which was calibrated beforehand from load cell readings. The experimental results show a general consensus with the analysis which approximates the frame restoring-force characteristics to be bi-linear with a positive slope followed by a negative.

記 号

a, b, c, d : 解析に用いた定数

a_0 : 弾道振子の初期振幅

B : 柱幅

D : 柱せい

E : Young 係数

g : 重力加速度

H : 復元力

H_0 : 弾性限復元力

h : 柱高

I : 断面 2 次モーメント

K : 復元力の弾性勾配

M : 曲げモーメント

M_j : 柱頭 (柱脚) モーメント

$M_0 \equiv \sigma_0 Z_p$

P : 荷重

$$Q=4M_j/h$$

T_0 : 弾道振子の固有周期

t : 時間

t_0 : 塑性変形開始時刻

V_0 : 初速度

$$\bar{V}_0 \equiv \sqrt{\frac{-2\beta K\delta^*}{(1-\beta)H_0}}$$

W_0 : 弾道振子の重量

W_1 : 梁の重量

Z_p : 塑性断面係数

x : 柱頭と柱脚の相対変位

$$x_0 \equiv x|_{t=t_0}$$

$$x_0 \equiv \kappa_0 k^2/6$$

α : 歪硬化域での接線弾性係数と E の比。

β : 塑性域での復元力勾配と K の比。

δ : 最終塑性変形量

δ_p : 最大塑性変形量

δ^* : 完全剛塑性理論による最終塑性変形量

$$\bar{\delta} \equiv \frac{-\beta K\delta}{(1-\beta)H_0}$$

ϵ : 歪

κ : 曲率

$$\kappa_0 \equiv M_0/EI$$

σ_0 : 降伏応力度

ρ : 定数

1. 序

衝撃力を受ける構造物骨組の塑性変形性状を調べるため、著者らは先に、門型剛節骨組の小型模型を用いて、その柱頭に振子および雷管によって水平衝撃力を作用せしめる実験を行なった¹⁾。衝撃に関しては、チタン酸バリウム磁器の圧電現象を利用して、荷重と時間の関係を測定した結果、荷重の最大値は骨組の塑性崩壊荷重の100倍以上のオーダーであることが分り、その大変形性状は、荷重が純衝撃的に作用したものと仮定し、幾何学的変化を考慮して重力による転倒モーメントを考えに入れれば、剛塑性あるいは剛粘塑性解析によってよく説明できた。

こゝでは、地盤が衝撃的に運動しだすような場合を想定して行なった、門型剛節骨組の基礎が衝撃動を受けるときの塑性変形性状に関する実験結果について報告する。

2. 実 験

(i) 試験体骨組

試験体骨組の形状は先の実験と同様で¹⁾ Fig. 1 に示すとおりである。柱材は鋼製ブロックでつくられた梁および柱脚部にボルトで固定され、柱材のみを取替えることで実験を繰返えすことができる。ここではとくに、梁に付加質量を取付けられるようにしたので、2種類の梁重量 3.55 kgw, 7.13 kgw に対して実験を行なうことが可能となった。柱に作用する軸力はその降伏軸力の0.24~2%に相当する。柱材試験体には軟鋼、アルミニウムおよび銅の薄板を用い、各試験体寸法を Table 1 に、引張試験による応力と歪の関係を

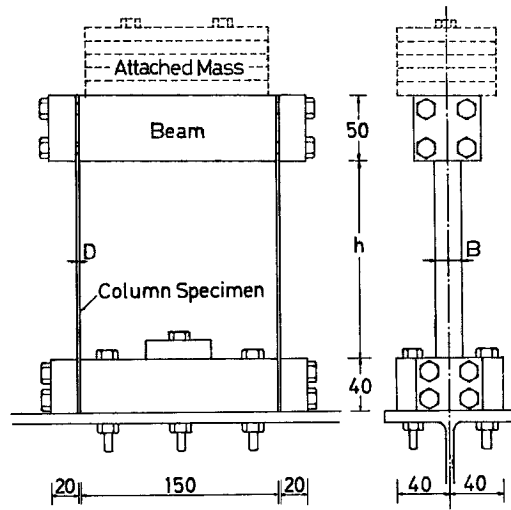


Fig. 1 Frame Specimen (unit: mm)

Table 1 Specimen Dimensions

Column Material	Specimen Number	Beam Weight W_1 (kgw)	Column		
			Length h (cm)	Width B (cm)	Depth D (cm)
Mild Steel	S1015	3.55	15.0	1.0	0.16
	SG1015	7.13	15.0	1.0	0.16
	S1415	3.55	15.0	1.4	0.16
	SG1415	7.13	15.0	1.4	0.16
	S1820	3.55	20.0	1.8	0.16
	SG1820	7.13	20.0	1.8	0.16
Aluminum Alloy	A1015	3.55	15.0	1.0	0.15
	A2015	3.55	15.0	2.0	0.15
	AG2015	7.13	15.0	2.0	0.15
Copper	C1015	3.55	15.0	1.0	0.15
	CG1015	7.13	15.0	1.0	0.15
	C2020	3.55	20.0	2.0	0.15
	CG2020	7.13	20.0	2.0	0.15

Fig. 2 に示す。

各材料の応力と歪の関係が、圧縮側についても引張側と同じであれば、軸力が小さく、その降伏軸力に較べて無視できるような長方形断面材の曲げモーメント M と曲率 κ の関係は、Fig. 3 の実線として求まる。

解析にあたってはこの結果にもとづき、 $M-\kappa$ 関係を次のように近似する。

軟鋼：

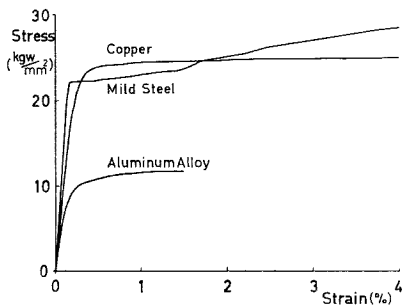


Fig. 2 Stress-Strain Relations

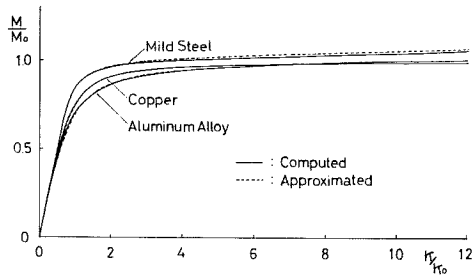


Fig. 3 Moment-Curvature Relations

$$\frac{M}{M_0} = \begin{cases} \kappa/\kappa_0 & \dots\dots\dots (\kappa/\kappa_0 \leq 2/3) \\ 1 - \frac{4}{27(\kappa/\kappa_0)^2} + \alpha \left(\frac{\kappa}{\kappa_0} \right) \left\{ 3 - \frac{2}{(\kappa/\kappa_0)^2} \right\} \left\{ 3 + \frac{1}{(\kappa/\kappa_0)} \right\} & \dots\dots\dots (\kappa/\kappa_0 > 2/3) \end{cases} \quad (1)$$

アルミニウムおよび銅：

$$\frac{\kappa}{\kappa_0} = \frac{(1 + \rho - M/M_0)M/M_0}{(1 + \rho)(1 - M/M_0)} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、(1) 式は応力-歪関係を bi-linear 型とにおいて得られる関係に相当し、 $M_0 \equiv \sigma_0 Z_p$ 、 $\kappa_0 \equiv M_0/EI$ 、また σ_0 は降伏応力度、 Z_p は塑性断面係数、 I は断面 2 次モーメント、 E は Young 率、 α は歪硬化域での接線弾性係数と E との比であり、 ρ は Table 2 に示す定数である。(1)、(2) 式の関係を図 3 に点線として示す。

Table 2 Constants for Analysis

Column Material	Yield Stress (kgw/mm ²)	Young's Modulus (kgw/mm ²)	Constants					
			α	ρ	a	b	c	d
Mild Steel	22.3	21,000	0.007	—	1.0	0.014	1.0	1.014
Aluminum Alloy	11.8	8,000	—	0.25	0.8	0	1.0	1.25
Copper	25.0	10,400	—	0.14	0.875	0	1.0	1.14

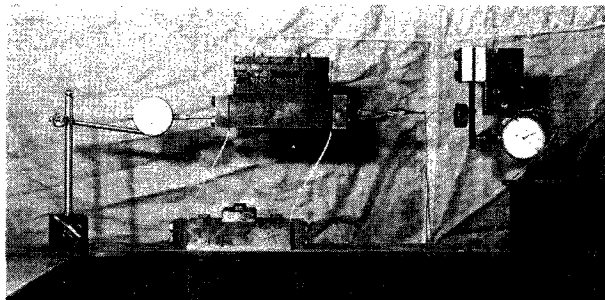


Photo 1

(ii) 静的载荷試験

衝撃载荷試験に先立ち、試験体骨組の静的な変形状を明らかにするため、Photo 1 に示す方法で静的载荷試験を行なった。载荷はターンバックルで行ない、柱頭の変位はダイヤルゲージで、水平力の大きさは試作した片持梁型の荷重計によって測定した。

いま、Fig. 4 に示す試験体骨組について、柱の材軸に沿う曲げモーメントの分布を直線分布と仮定するならば、除荷がない場合、材の各点の曲げモーメントと曲率は柱頭（柱脚）モーメント M_j と与えれば一義的に定まり、そのときの柱頭変位 x を求めることができる。一方、軸力を考えない場合の復元力 Q は $Q=4M_j/h$ であるが、 x が大きい場合、幾何学的変化にともなう梁の自重 W_1 による転倒モーメントが働くから、そのときの復元力 H は、

$$H(x) = Q(x) - W_1 x / h$$

で求まる。

一般に、 M_j から x を求めるには数値積分によらねばならないが、 $M-x$ 関係が (2) 式で表わされる場合は、 x は解析的に次のように求まる。

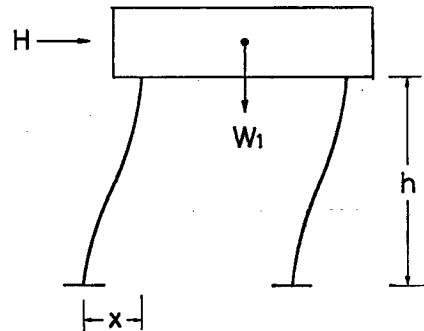
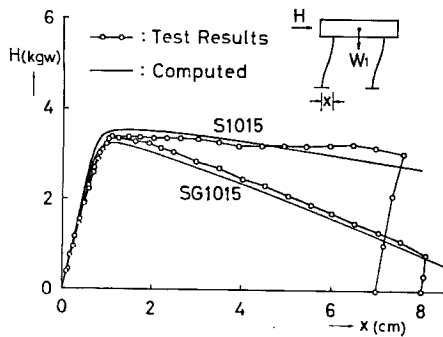
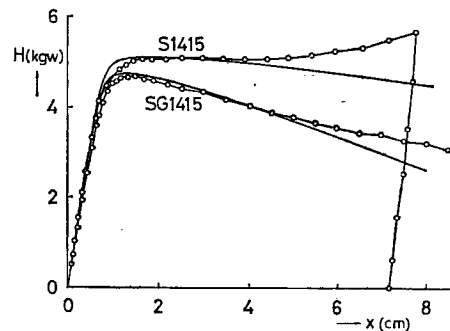


Fig. 4 Portal Frame under Static Horizontal Force

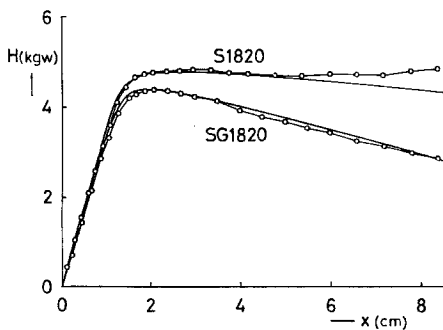
.....(3)



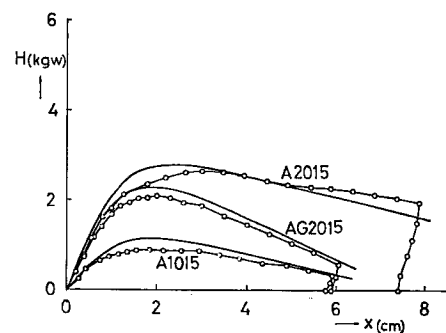
(a) Mild Steel Specimens



(b) Mild Steel Specimens



(c) Mild Steel Specimens



(d) Aluminum Alloy Specimens

Fig. 5 Static Load-Displacement Relations

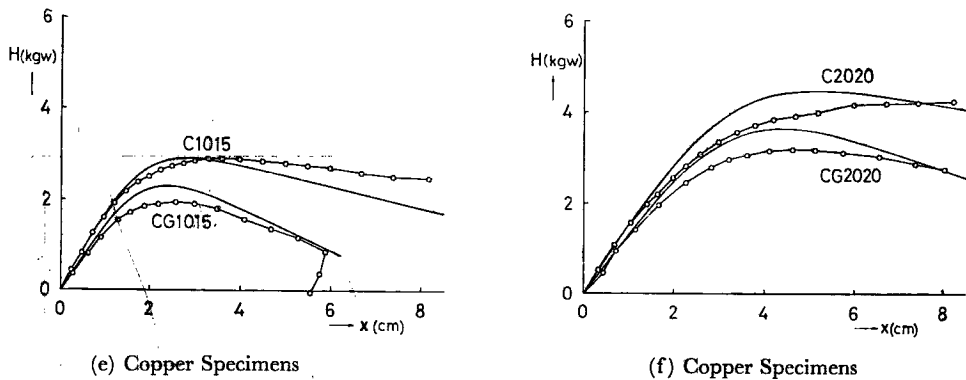


Fig. 5 Static Load-Displacement Relations

$$\begin{aligned} \frac{x}{x_0} &= \frac{2}{(M_j/M_0)^2} \int_0^{M_j/M_0} \frac{\pi}{\pi_0} \cdot \frac{M}{M_0} d\left(\frac{M}{M_0}\right) \\ &= \frac{2}{(1+\rho)(M_j/M_0)^2} \left\{ -\beta \log_e \left(1 - \frac{M_j}{M_0}\right) - \beta \left(\frac{M_j}{M_0}\right) - \frac{\beta}{2} \left(\frac{M_j}{M_0}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{M_j}{M_0}\right)^3 \right\} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここに, $x_0 \equiv \pi_0 h^2/6$

静的荷重試験の結果を Fig. 5 (a)~(f) に示す。丸印を直線で結んだものは実験値であり、実線は計算値である。実験値と計算値はほぼ一致しているが、変形が大きくなるとみかけの層高が小さくなるため、実験値が計算値を上まわる傾向にある。

(iii) 衝撃荷重試験

実験装置の概略を Fig. 8, Photo 2 に示す。静止した弾道振子に試験体骨組を取付け、それとほぼ等質量の入力用振子を衝突させると試験体骨組はその柱脚部に衝撃動を受ける。弾道振子に加わった衝撃力は振子先端のロードセルにより荷重記録として、一方、弾道振子に生じた加速度は中央の加速度計ピックアップにより加速度記録として、それぞれシンクロスコープ上に記録される、(Photo 3)。弾道振子の初速度はそれらを積分して求めることができる。

荷重と時間の関係を知るのに、チタン酸バリウムを用いると好結果が得られることは既に報告したが¹⁾,

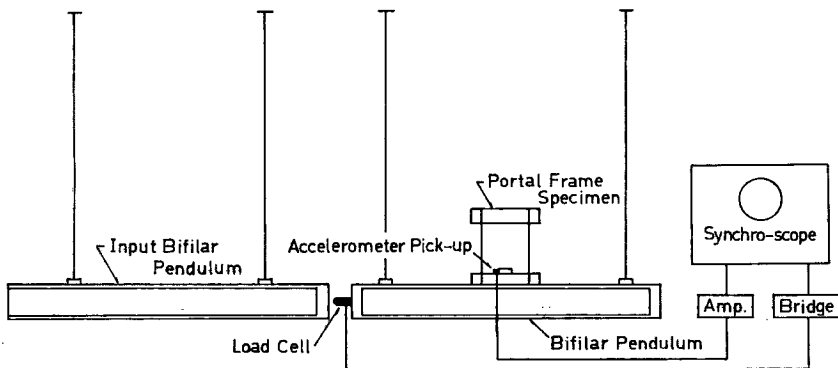


Fig. 6 Apparatus for Impact Loading (B)

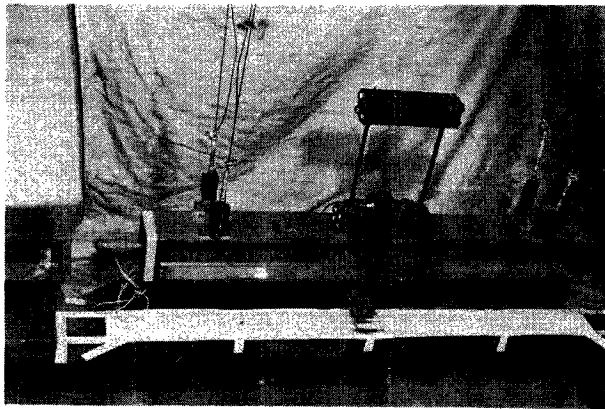


Photo 2

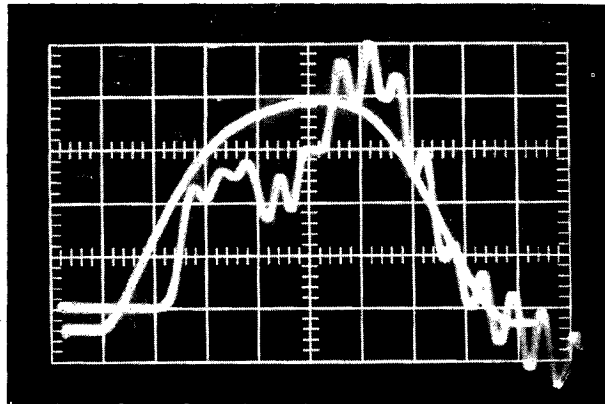


Photo 3

本実験では、弾道振子に充分な初速度を与える必要があるが、過大な力によってチタン酸バリウムが破壊するおそれがある。そこでロードセルとして、長さ約 10 cm, 直径 2.18 cm の鋼棒の先端を半球状に加工したものに、2 枚の半導体ゲージを対称に貼付したものを試作した。ロードセルの静的な荷重 P と歪 ϵ の関係は Fig. 7 に示すようにほぼ直線的であり、 P/ϵ は $6.3 \times 10^3 \text{ t}$ であった。また、加速度計ピックアップは既製の圧電素子型のもので、プリアンプには積分器が内蔵されており、スイッチの切替により速度あるいは変位に変換することも可能であるが、今回は原則として図上積分で初速度を求めた。

これらの測定機器は、あらかじめ試験体骨組を取付けていない弾道振子によって、既報と同様の方法で較正実験を行なった。Fig. 8 (a), (b) はその結果を示し、それぞれ荷重記録あるいは加速度記録から得られた弾道振子の初速度 V_0 と初期振幅 a_0 の関係であり、各点は実験値、実直線は純衝撃载荷と仮定して次式から得られたものである。

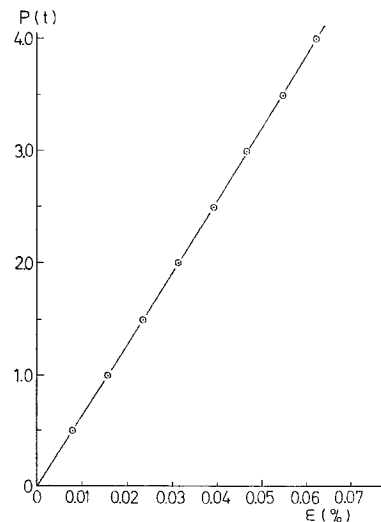


Fig. 7 Load-Strain Relation of Load Cell

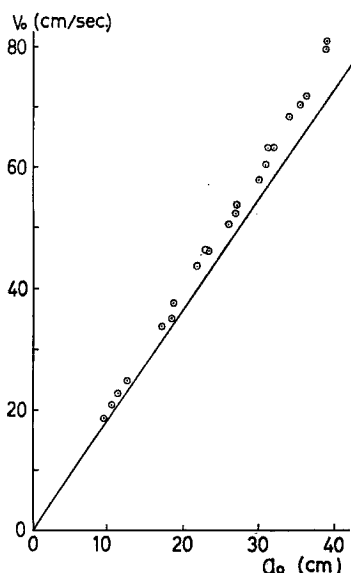


Fig. 8 (a) Initial Velocity from Load Cell vs Amplitude from Bifilar Pendulum

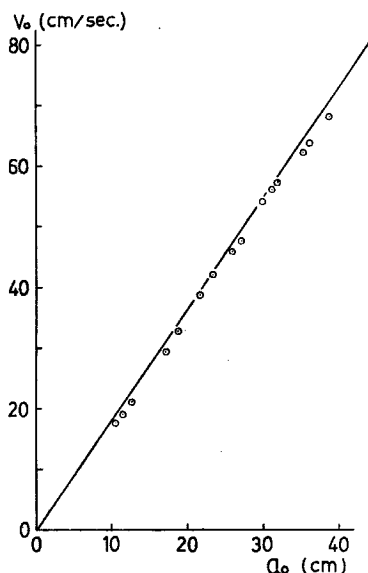


Fig. 8 (b) Initial Velocity from Accelerometer vs Amplitude from Bifilar Pendulum

$$V_0 = 2\pi a_0 / T_0$$

.....(5)

ここに、 T_0 は弾道振子の固有周期で $T_0 = 3.44 \text{ sec}$ である。この結果、本実験における衝撃力測定方法が充分信頼にたつものであることが明らかになった。

一方、最終塑性変形量はダイヤルゲージにより、変形前および変形終了後の柱頭と柱脚の相対変位から求めた。

3. 解 析

塑性変形に費やされたエネルギーと最大弾性歪エネルギーの比が充分大きい場合、剛塑性理論によって有効な近似解が得られるが、その比が1のオーダーの場合は弾性的挙動を無視することはできない^{2), 3)}。ここでは、本実験においてその比が0.5~20の間にあったことを考え、復元力特性を、弾性変形、歪硬化および転倒モーメントを考慮した bi-linear 型に仮定し、最終塑性変形量を求めようとする。

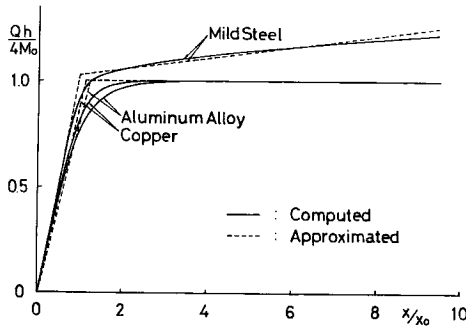
柱の質量は梁に較べて充分小さいので、弾道振子と試験体骨組からなる系は2自由度系の運動を考えるとえられるが、柱頭と柱脚の相対変位 x に着目し、動的復元力が静的復元力 H に等しいと仮定するならば、運動方程式は

$$\ddot{x} + \frac{W_0 + W_1}{W_0 W_1} H g = 0 \quad \text{.....(6)}$$

と書ける。ここに、 g は重力加速度、 W_0 は弾道振子の重量である。

いま、 Q を bi-linear 型に近似し、その除荷勾配が弾性立上り勾配に等しいと仮定するならば、 H は次のように書ける。

$$H(x) = \begin{cases} \left(a \cdot \frac{4M_0}{x_0 h} - \frac{W_1}{h} \right) x & (0 < x \leq d \cdot x_0) \quad \text{.....(7-a)} \\ \left(b \cdot \frac{4M_0}{x_0 h} - \frac{W_1}{h} \right) x + c \cdot \frac{4M_0}{h} & (x > d \cdot x_0) \quad \text{.....(7-b)} \end{cases}$$

Fig. 9 $Qh/(4M_o) - X/X_o$ Relations.

ここに、 a, b, c, d は Table 2 に示す定数であり、(7) 式は Fig. 9 において実線で表わされる $Q-x$ 関係を、点線のように近似することに相当する。

弾道振子が初速度 V_0 で運動を開始すると、試験体骨組は最初弾性的挙動をするが、 x が弾性限界変形 $d \cdot x_0$ に達すると塑性挙動を開始する。このときの時刻および変位を t_e, x_e とすれば、(6) 式に (7-b) 式を代入し、両辺に $\dot{x}$ を乗じて積分すれば、塑性変形開始時の連続条件

$$x|_{t=t_e} = x_e \quad \dot{x}|_{t=t_e} = \sqrt{V_0^2 - \frac{(W_0 + W_1)H_0^2 g}{W_0 W_1 K}} \quad \dots\dots\dots(8)$$

から次式が得られ、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \dot{x}^2 + \frac{W_0 + W_1}{W_0 W_1} g \left\{ H_0 (x - x_e) + \frac{\beta K}{2} (x - x_e)^2 \right\} \\ = \frac{1}{2} \sqrt{V_0^2 - \frac{(W_0 + W_1)H_0^2 g}{W_0 W_1 K}} \quad \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

最大塑性変形量 δ_p は、(9) 式において $\dot{x}=0$ を代入したときの $(x-x_e)$ の値として求まる。

$$\delta_p = \frac{2\delta^* - H_0/K}{\sqrt{1 + \beta(2K\delta^*/H_0 - 1)} + 1} \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 $K = a \cdot \frac{4M_0}{hx_0} - \frac{W_1}{h}$

$$\beta = \left(b \cdot \frac{4M_0}{hx_0} - \frac{W_1}{h} \right) / K$$

$$H_0 = c \cdot 4M_0/h$$

であり、 δ^* は耐力を H_0 としたときの完全剛塑性解に相当する。

$$\delta^* = \frac{V_0^2 W_0 W_1}{2H_0 g (W_0 + W_1)} \quad \dots\dots\dots(11)$$

これ以後、試験体フレームは弾性振動を繰返すが、次第に減衰し最後は停止する。このときの最終塑性変形量 δ は Fig. 10 より次式で求まる。

$$\delta = (1 - \beta)\delta_p = \frac{2\delta^*(1 - \beta)\{1 - H_0/(2K\delta^*)\}}{\sqrt{1 + \beta(2K\delta^*/H_0 - 1)} + 1} \quad \dots\dots\dots(12)$$

δ はその定義から正の値をとらねばならないから、(12) 式は $\delta^* \geq H_0/(2K)$ の場合にのみ有効である。このことは、柱脚部に作用する初速度が $\sqrt{(W_0 + W_1)H_0^2 g / (W_0 W_1 K)}$ より小さい場合は塑性変形を生じ得ないことに相当する。

また、 δ は実数でなければならないから、 $\beta < 0$ のときは $\delta^* \leq (\beta - 1)H_0/(2\beta K)$ でなければならない。これは、 V_0 が $\sqrt{(\beta - 1)(W_0 + W_1)H_0^2 g / (2\beta W_0 W_1 K)}$ 以上であれば、もはや塑性変形が終了し得ず、骨組が転倒してしまうことを意味する。この限界初速度およびそのときの変位に対する V_0, δ の比をそれぞれ $\bar{V}_0, \bar{\delta}$ とすると、(12) 式は次のように書ける。

$$\bar{\delta} = \frac{(1-\beta)\{\bar{V}_0^2 + 2\beta/(1-\beta)\}}{\sqrt{(1-\beta)(1-\bar{V}_0^2)} + 1} \quad (\beta < 0, \text{かつ } \sqrt{\frac{-2\beta}{1-\beta}} \leq \bar{V}_0 \leq 1) \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここに,

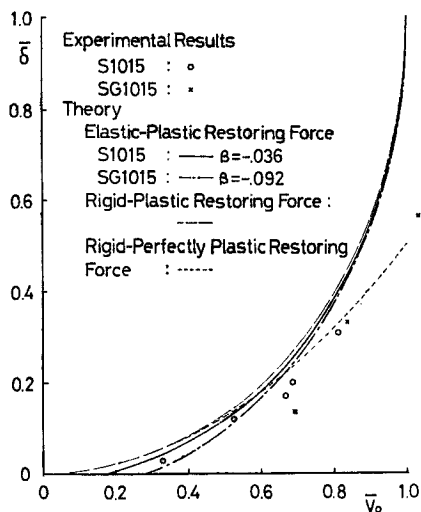
$$\bar{\delta} \equiv \frac{-\beta K \delta}{(1-\beta)H_0}$$

$$\bar{V}_0 \equiv V_0 \sqrt{\frac{-\beta(W_0 + W_1)H_0^2 g}{(1-\beta)W_0 W_1 K}} = \sqrt{\frac{-2\beta K \delta^*}{(1-\beta)H_0}}$$

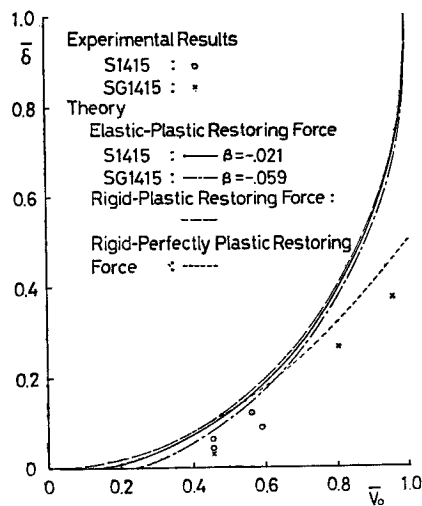
とくに $K \rightarrow \infty$ の場合, $\lim_{K \rightarrow \infty} \beta \ll 1$ を考慮すると,

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \bar{\delta} = 1 - \sqrt{1 - \bar{V}_0^2} \quad \dots\dots\dots(14)$$

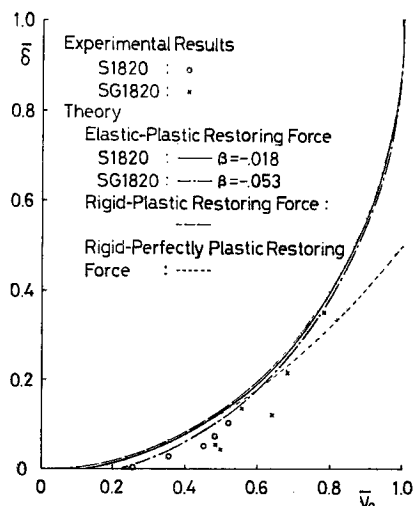
となり, 先の報告で導いた剛塑性解と一致する。



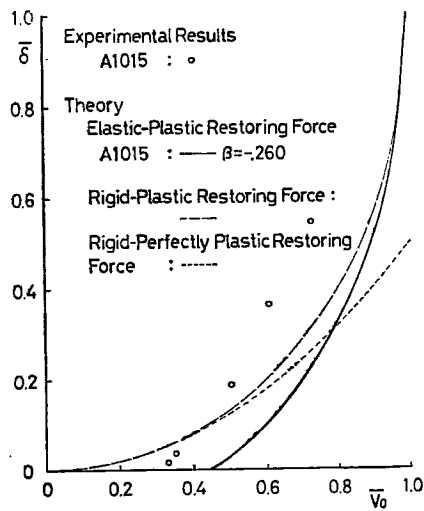
(a) Mild Steel Specimens



(b) Mild Steel Specimens



(c) Mild Steel Specimens



(d) Aluminum Alloy Specimens

Fig. 11 Experimental Results of Impact Loading

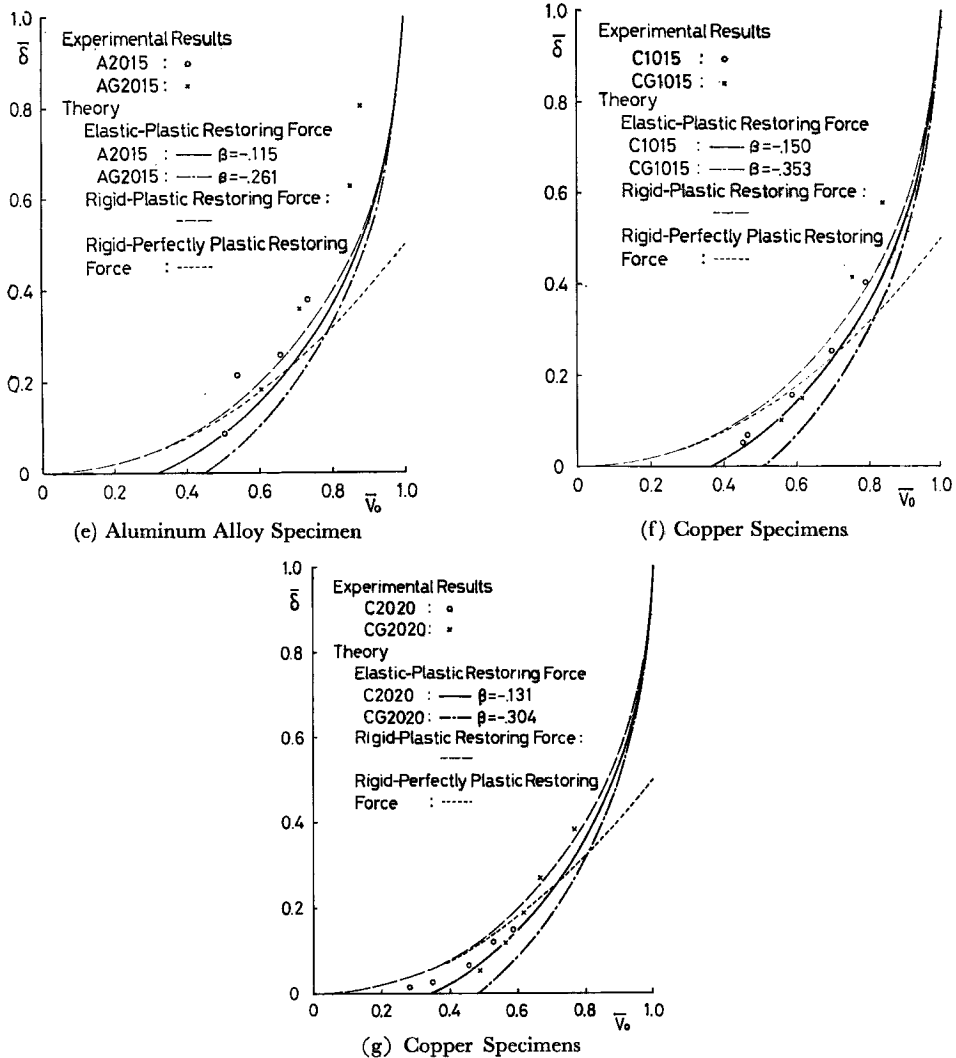


Fig. 11 Experimental Results of Impact Loading

4. 実験結果およびその検討

衝撃载荷試験の結果を Fig. 11 (a)~(g) に示す。横軸には柱脚に加わった初速度に比例する無次元量 $\bar{V}_0$ を、縦軸には柱頭の最終塑性変形量に比例する無次元量 $\bar{\delta}$ をとり、理論値と比較した。○印、×印および実線と鎖線は、それぞれ梁に付加質量をつけない場合とつけた場合の実験値、および前節で求めた弾塑性解であり、比較のため弾性挙動を無視した場合を破線で、完全剛塑性理論によるものを点線で示す。アルミニウムや銅試験体のように歪硬化現象がみられず、 β が負でその絶対値が大きい場合、塑性変形の小さいところでは弾塑性解が剛塑性解を下まわり、実験値は A 1015 の場合をのぞいて前者に近いが、軟鋼試験体では歪硬化の影響が大きく、転倒モーメントの影響と相殺する傾向にあり、 β は負であるがその絶対値は小さく、弾塑性解は剛塑性解とはほぼ一致する。A 1015 の場合、実験値が理論値を大きく上まわっているのは、

復元力を bi-linear 型に近似したため、耐力を実際の約 1.5 倍と見積ったことによると考えられる。また、SG 1015 の場合、 $\bar{V}_0 > 1$ に対して $\bar{\delta} < 1$ なる実験値が存在するが、これは大変形時に有限変形の影響でみかけの復元力が増大したためであると考えられる。

5. 結 語

本実験によって加速度を測定する方法が確立されたので、衝撃実験を行なう際、その入力力が力としてではなく運動として伝わるような場合でも、その入力を正確に評価することが可能となった。また、転倒モーメントの影響が大きく、復元力の耐力以後の下り勾配が、その弾性立上り勾配にくらべて無視できないような構造物の、衝撃動をうけたときの最終塑性変形量は、骨組の復元力として微小変形理論による静的水平力と変位の関係を bi-linear 型に置換することによって近似的に求まることが明らかになった。

謝 辞

今回の実験および結果の整理にあたって、不動建設株式会社（当時京都大学工学部学生）市川哲郎氏の全面的な協力を得た。本紙上を借りて甚深の謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 若林実・野中泰二郎・南宏一，“衝撃力をうける構造物の塑性変形 —— 衝撃荷重をうける門型ラーメンの実験的研究（その 1）——” 京都大学防災研究所年報，第10号 A，1967，pp. 391~406.
- 2) E.H. Lee and P.S. Symonds, “Large Plastic Deformations of Beams Under Transverse Impact”, Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 74, 1952, pp. 308-314.
- 3) J.A. Seiler, B.A. Cotter and P.S. Symonds, “Impulsive Loading of Elastic-Plastic Beams”, Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 78, 1956, pp. 515-521.