

学 位 審 査 報 告 書

(ふりがな) 氏 名	きしもと のぶ 岸 本 展
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 号
学位授与の日付	平成 年 月 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理学研究科 数学・数理解析 専攻
(学位論文題目) Well-posedness of the Cauchy problem for the Korteweg-de Vries equation at the critical regularity (臨界正則性における KdV 方程式の初期値問題の適切性)	
論 文 調 査 委 員	(主査) 堤 誉志雄 教 授 穴倉 光広 教 授 國府 寛司 教 授

理 学 研 究 科

京都大学	博士（理 学）	氏 名	岸 本 展
論文題目	Well-posedness of the Cauchy problem for the Korteweg-de Vries equation at the critical regularity		
(論文内容の要旨)			
Korteweg-de Viries 方程式 (以下 KdV と略記) や非線形シュレディンガー方程式を典型例に含む非線形分散型方程式は、非線形発展方程式の中でも最も重要な非線形偏微分方程式のクラスの一つである。そして、偏微分方程式の数学的研究における基本的な問題として、初期値問題の適切性がある。これは、初期問題を考えたとき、解の存在、解の一意性、初期値に関する解の連続依存性の三つを合わせた概念である。また、適切でないときは不適切とよぶ。非線形発展方程式の初期値問題に対し、どのような函数空間で適切となり、どのような函数空間で適切でなくなるのかを調べることは極めて基本的研究課題である。1993 年に Bourgain がフーリエ制限ノルムを導入し、この分野は飛躍的に発展した。しかし、初期値問題が適切あるいは不適切となる函数空間の境目を数学的に決定せよと言う問題は、多くの非線形発展方程式において未解決である。岸本氏は、KdV に対しこの問題に関する重要な結果を与えた。1996 年の Kenig, Ponce and Vega の論文により、KdV は H^s , $s > -4/3$ のソボレフ空間では適切となることが示され、Bourgain により $s \leq -3/4$ のときは不適切であることが示されていた。しかし、閾値である $s = -3/4$ の場合、即ち、臨界正則性に対応した函数空間ではどうなのか、長い間未解決であった。また、通常のフーリエ制限ノルムだけでは適切性を証明することができないことも分かっていた。これらの先行結果より、フーリエ制限ノルムとは別のノルムを導入することにより、非線形項を処理できるような双線形評価式を証明できるかどうか焦点となっていた。岸本氏はこの困難を克服するために、二つの新たな工夫を導入した。一つは、函数空間のベゾフ空間化である。このような閾値では、ベゾフ空間化することにより、評価式が発散する困難を切り抜ける手法はよくつかわれる。しかし、同氏は函数空間を単にベゾフ空間化しただけでは、発散の困難が回避できないような反例も作った。岸本氏の証明方法は、さらに函数空間に新しい重みを付加したところがポイントである。同氏は優れた洞察力により、双線形評価式が発散の原因は、低周波域におけるエネルギー集中であることを見抜いた。そして、解のフーリエ成分を高周波と低周波に分け、高周波に対してはベゾフ空間化した Bourgain のフーリエ制限ノルムを適用し、低周波に対しては独自の重みを付加することにより、$s = -3/4$ での適切性を証明することに成功した。この証明方法は、当該分野においてきわめて高く評価されるとともに、その発展が期待されている。以上が本論文の主要結果である。			

(論文審査の結果の要旨)

岸本氏の研究課題である適切性の問題は、Hadamardによって提出された偏微分方程式論における、最も基本的な問題である。さらに、同氏が研究対象としたKorteweg-de Vries方程式(以下KdVと略記)は、それ自身数理解物理的な興味を持っているというだけでなく、数学的にはいわゆるプロトタイプの非線形発展方程式として、多くの数学者が様々な視点から研究を行っている方程式である。1993年にBourgainがフーリエ制限法を提案して以降、非線形分散型方程式に対し、初期値問題の適切性の研究は大きく進展した。しかしそれにもかかわらず、適切および不適切の境目となる函数空間を数学的に決定するという問題は、多くの非線形発展方程式では未解決である。KdVの場合、1996年にKenig, Ponce and Vegaにより、 $s \geq -4/3$ のソボレフ空間では適切となることが示され、Bourgainにより $s \geq -3/4$ のときは不適切であることが示された。1996年の彼らの研究以降、臨界正則性の函数空間に対応した $s = -3/4$ において、適切であるか不適切であるかという問題は重要な未解決問題として多くの研究者の注目を集めてきた。数学的の理論としては、非線形項を制御するための双線形評価式が証明できれば適切性が従うため、臨界正則性の函数空間で双線形評価式が成立するかどうか焦点となってきた。このような臨界正則性の問題においては、函数空間をベゾフ空間化することによって切り抜けることが可能な場合もある。1996年以降、多くの研究者がフーリエ制限ノルムのベゾフ空間化により、双線形評価式を証明することを試みたが成功しなかった。岸本氏は秀逸な洞察力により、単なるベゾフ空間化だけでは十分でないことを見抜き、解のフーリエ成分を高周波と低周波に分け、高周波部分ではベゾフ空間化を考え、低周波部分では新しい重みを導入するという斬新なアイディアによってこの困難を克服した。岸本氏の証明方法は当該分野においてきわめて高く評価されており、実際2009年度日本数学会建部賢弘賞奨励賞を受賞した。建部賢弘賞は若手数学者を対象にした賞であるが、大学院在学中に受賞することは極めて稀であり、同氏の研究がいかに高く評価されているのかを示している。よって、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について12月28日に試問を行った結果、合格と認めた。