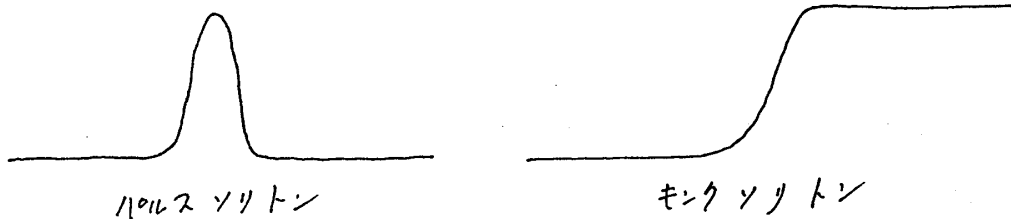


動的臨界現象に代表されるような従来の非平衡相転移現象とは、平面波的秩序変数のゆがみやその間の非線型結合が主役であった。しかしこれと相補的に局在励起（或はソリトンの励起）が主役を演じる現象が注目を集めている。このようなものの典型として昔から知られた一次相転移の動力学的に現れた「核生成」の問題である。関連する問題としてスピナル分解の後期過程で現れた界面の動力学的や局在物質の秩序化過程で現れたモノクの動力学的である。更に過冷却液体やアモルファス固体等もこの様な欠陥の集合として理解されている。ここで欠陥をソリトンはトポロジカルなものであると云う事が重要である。これを説明するためにKdV方程式等から出たヘルムソリトンとSine-Gordon方程式から出たモノクソリトンと比較してみよう。



ヘルムソリトンとモノクソリトンは作られた一様な状態において局所的に変化を起すことができる。又この二つが互いにソリトンのある所をすり抜けることができる。一方、モノクソリトンはソリトンの右半分又は左半分の状態をすべて変化させることができる。又ソリトンができてしまえばモノクソリトンの位置が多少変化しても、ソリトンの形が多少小さくてもモノクソリトンそのものは壊れない。したがってモノクソリトンは安定性が非常に高い。この事を云い換えるとモノクソリトンは保存則（モノクソリトンの数）＝（反モノクソリトンの数）＝一定をみたしているからである。一方、エネルギー的にはヘルムソリトンもモノクソリトンも一般に同程度である。モノクソリトンはトポロジカルな欠陥の典型で、一般にトポロジカルな欠陥は保存則のために安定性が高く、したがって寿命が長く、僅かの励起エネルギーで非常に大きな状態の変化を伴う。これらの事を考えたとしても、トポロジカルな欠陥が非平衡現象で果たす役割の重要性を想像することが出来る。高次元系における保存則の例として結晶の転位線、液体ヘリウムの渦糸、液晶の disclination line, アモルファス固体の Rivier 線や frustration line は体系内では必ず閉曲線を作ることになる。

上で述べた事の一つの帰結としてトポロジカルな欠陥の性質と、欠陥の存在する系以外の所での状態によって特徴が付けられることができる。例えば液体⁴Heの渦糸のまわりの閉曲線を一周すると秩序変数の位相が 2π だけ変化する。又液晶の disclination line では director の方向が $2\pi m$ だけ変化する。ここで m は disclination の強さをあらわす。この閉曲線

の一方は一意的ではなく互に連続的な変形によりうつり変ることを加えられる(このことをホモトピーと呼ぶ)同値な閉曲線の集合を考えたことが出来る。更に同値な閉曲線の集合の全体を考えたとき、これは同値な集合を一つの元とする群を成していることを示される。今の場合はこの群を一次元ホモトピー群と言う。欠陥の安定性は、ホモトピー群の異なる元で表わされる状態が自由に切り変ることを加えられると云う形で表現される。例えば強さの異なる disclination をもつ状態の間は自由に切り変る。所以今度はこの事を逆手に取り、欠陥のトポロジーを変えよう自由な変化に対して不変になるような理論をつくることも出来る。これを以下で簡単に触れたゲージ理論である。

今液体 ^4He を例にとりゲージ理論を説明する。秩序秩序変数 $\psi(\mathbf{r})$ に対する Ginzburg-Landau 自由エネルギー

$$H[\psi] = \int d\mathbf{r} \left\{ \frac{1}{2m} |\nabla \psi(\mathbf{r})|^2 + P(|\psi(\mathbf{r})|^2) \right\} \quad (1)$$

を考える。 $\psi(\mathbf{r})$ は渦糸の中心で非零、なされたとき $\psi_0(>0)$ とする。しかも中心で ψ の位相は特異的になる。特異的である領域に限れば位相 $\varphi(\mathbf{r})$ は well-defined であるが多価である。即ち渦糸をまわれば 2π だけ変化する。これをあらわすために

$$\psi(\mathbf{r}) = \tilde{\psi}(\mathbf{r}) e^{i\varphi(\mathbf{r})} \quad (2)$$

と置く。これは $\tilde{\psi}$ は一価で $A(\mathbf{r})$ は多価である効果であらわすベクトルポテンシャルである。新しい秩序変数

$$\tilde{\psi}(\mathbf{r}) = \psi_0 e^{i\tilde{\varphi}(\mathbf{r})} \quad (3)$$

を定義すれば(1)を変形し、小さな項(渦糸の太さを含む)を無視すると、次の結果を得る:

$$H[\psi] = \frac{1}{2m} \int d\mathbf{r} |\nabla \tilde{\psi}(\mathbf{r})|^2 + g \int d\mathbf{r} |\nabla \times \underline{A}(\mathbf{r})|^2 \quad (4)$$

ここで g はある定数で $\underline{D}(\mathbf{r}) \equiv \nabla + i\underline{A}(\mathbf{r})$ は共変微分である。(4) は $\chi(\mathbf{r})$ を任意の実数とす下記のゲージ変換に対して不変である。

$$\tilde{\psi} \rightarrow e^{i\chi} \tilde{\psi}, \quad \underline{A} \rightarrow \underline{A} - \nabla \chi \quad (5)$$

この様うな理論はゲージ変換が非可換であったような液晶の場合にもつづいたことが出来る。更に非平衡問題にこの拡張を試みる。この様うな理論家の遊びと思われたかも知れないが多数の欠陥が複雑にからみあつた場合を扱うのに有用な枠組になるのである。

(1) K. Kawasaki and H. R. Brand, to be published

一般的文献として

I. Dzyaloshinskii, in Physics of Defects, eds. Balian, Kléman, Poirier (North-Holland, 1982)

N.D. Mermin, Rev. Mod. Phys. 51 (1979) 591

N. Rivier, in Topological Disorder in Condensed Matter, eds. Yonezawa and Ninomiya (Springer, 1983)