

地 殻 潮 汐 に 就 い て

其 一 地 球 外 殻 の 剛 性

理 學 士 西 村 英 一

1. 緒言 地殻潮汐の現象よりして地球の剛性を研究するには傾斜計、重力計、伸縮計等の器械觀測によるもの、或は地球變形の爲めの海洋潮汐高の減少の割合より、或は又緯度、經度の觀測より潮汐影響を抽出し論ずる等種々の方法があるが、就中傾斜計に依る研究が從來最も盛んである。古くは1892年 E. von Rebeur-Paschwitz の所謂「Rebeur」型傾斜計（ピボットを用ゐる水平振子）に依る最初の測定⁽¹⁾より以來、獨逸の O. Hecker, W. Schweydar, 米國の A. A. Michelson 等の觀測は著名なものであり、我國に於ては志田、關口、高橋の諸博士の研究は世界に誇るべきものである。

地殻潮汐に關する Love の理論⁽²⁾に依れば今 W_2 , U , g を夫々起潮汐のポテンシャル（二次の球函數）、地球半徑方向の變位、地球上の重力加速度とし、且地球の密度彈性率等が中心よりの距離 r のみの函數である場合を考へる。此場合には一般に次の關係が成立する。

$$U = H(r) W_2 / g$$

上式に於て $H(r)$ は r の或る函數で地球内部の密度彈性率等の大さ、配置等に依つて決るべきものである。 W_2 の作用を受けた地球の重力ポテンシャル V は元の V_0 の外に變形の爲めの密度の空間的並に表面的の變化に依るポテンシャルが附加されるが、之も r の或る函數と W_2 との積で示される筈である。此 r の函數を $K(r)$ とせば

$$V = V_0 + K(r) W_2$$

假 $H(r)$, $K(r)$ の地球表面上 ($r=a$) の値を夫々 $h=H(a)$, $k=K(a)$ とせば、此等 h , k は夫々地球表面上に於ける地殻潮汐の高さと地殻潮汐に依るポテンシャルの變化とを示すものである。次に W_2 に依り變形されたる地球面上に於ける一點の V は其點が U なる變位を受けてゐるから近似的には次の形を採る。

本論文の要旨は昭和十六年四月廣島に於ける數學物理學會年會に於て發表せり。

$$V_{(a, V)} = V_0(a) + h \frac{W_2}{s} \left(\frac{dV_0}{dr} \right)_{r=a} + k W_2$$

しかも $\left(\frac{dV_0}{dr} \right)_{r=a} = -g$ であるから結局

$$V = V_0(a) + (k-h) W_2$$

斯く變形する地球に對する起潮汐のポテンシャル W_2 の作用は次の形となる。

$$(1+k-h) W_2$$

然るに地球が外力に依り變形せざる完全剛體の時には起潮汐のポテンシャルは W_2 のみであるから、此兩者の比を D と記號せば

$$D = 1 + k - h$$

なる簡單なる關係式を得るのである。傾斜計觀測に於て其測定値と地球が完全剛體であるとした時の理論値との比、又海洋潮汐の實測の振幅と理論値との比、此等は共に上の $(1+k-h)$ を表はすものであつて理論的には 1 より小なる或る數である。

今簡単に地球が密度均等で且非壓縮性のものとすれば h, k の間には理論的に次の關係が成立する。

$$k = \frac{3}{5} h$$

更に地球の剛性も到る處均等と假定すれば

$$h = 5 \frac{g \rho a}{2g \rho a + 19\mu}$$

なる簡單なる關係式を得る。こゝに ρ, μ は夫々地球の平均密度平均剛性率である。斯の如く、傾斜計觀測より $(1+k-h)$ なる値を決定すれば或る適當なる假定を置く事により直に地球の剛性を求め得るのである。

O. Hecker⁽³⁾ は Potsdam 天文臺の 25 米の井戸に於て、「Rebeur」型傾斜計によつて 1902—09 間の連續觀測を行ひ D の値として 0.43(N-S), 0.68(E-W) なる二様の結果を得た。即地球の剛性は東西に比し南北方向に於て著しく小なりと云ふ異方性を示して居る。しかし此兩方向の差違は一部は Love の所謂 gyroscopic rigidity に依るものと、一部は純然たる器械的な誤差に起因するものも存するであらうが、此二者の外に、海洋潮汐の影響も無視し得ないのである。理論的には地球上の如何なる地點に於ける傾斜觀測も、常に本來の地殻潮汐の外に、海洋潮汐の影響を多少とも蒙らざるは無いのであつて、⁽⁴⁾ 海岸地方に於ては其作用は特に著しいのである。Potsdam の如くバルト海、北海より距る 200 軒餘の地點に對しては、其等の影響も相當大である。

W. Schweydar⁽⁵⁾ は 1901—02 に Heidelberg の深さ 3 米の地下室に於て「Rebeur」型傾斜計に依り、次で 1910—15 には Freiberg i. Sa. の地表下 189 米の深所に於て、Zöllner 吊りの水平振子に依り精密なる観測を行ひ、 D の値として、前の場合には 0.81、後の場合には 0.84 を得た。此等兩所は共に、北海、バルト海等より 500 軒餘距りたる西歐の中央に位する地點なれど、しかも海洋の影響の尙殘存する事は Schweydar 自身説く所である。⁽⁶⁾

A. A. Michelson⁽⁷⁾ は 1916—1917, Chicago の附近に於て、長さ 502 呎直徑 6 時の鐵管を地下 6 呎に埋め、それに水を半ば満して、其水面の變化を光學干涉計を用ひて測定し、其結果 D の値として 0.69 を得た。Chicago は大西洋、メキシコ灣より距る事 1000 軒にして、海洋影響の輕微なる點よりすれば理想の地點と云ふ可くも只鐵管が長く且其位置が地表に近き爲好しからざる氣象要素の變化による影響の混入が豫想される。

上述の如く大陸の観測に於ても尙且海洋の影響を免れざる處であるが、況や我國の如く四面海を環らせる地點に於ては近海潮汐の影響は沿岸地方は勿論中央部に對しても、往々本來の地殻潮汐を凌駕するものがある。

次に海洋潮汐の傾斜計に及ぼす影響に就いて考へて見る。海水は傾斜計振子に對して一方では引力を及ぼす質量として働き、他方では荷重として土地の撓曲を通して作用する。そこで潮汐によつて海水が増減すれば、それに從つて引力の變化、土地の傾斜度の變化が起る。其上に其等によつて土地の歪の狀態が變るから、その爲にポテンシャル場の變化を招く。斯く海洋潮汐による影響は上の三種となる。扱平面上の荷重に依る彈性體の變形に關しては Boussinesq の解式がある。荷重 P を原點に採り、 $z=0$ を其平面とし、彈性體の内部へ方向を z の正の方向とする。彈性體が、 λ, μ なる Lamé の彈性常數を有する等質體で且重力を無視しうる場合には、 x, y, z 方向の變位 u, v, w は夫々次の關係式にて表はされる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{P}{4\pi\mu} \frac{xz}{r^3} - \frac{P}{4\pi(\lambda+\mu)} \frac{x}{r(z+r)} \\ v &= \frac{P}{4\pi\mu} \frac{yz}{r^3} - \frac{P}{4\pi(\lambda+\mu)} \frac{y}{r(z+r)} \\ w &= \frac{P}{4\pi\mu} \frac{z^2}{r^3} + \frac{P(\lambda+2\mu)}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \frac{1}{r} \end{aligned} \right\} \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

表面に於ける傾斜量は $\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{z=0}$ 又は $\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{z=0}$ より

地 殻 潮 汐 に 就 い て

$$\frac{(\lambda+2\mu)}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \cdot \frac{P}{r^2}$$

然るに海水の場合には増減する海水質量を M とすれば

$$P=gM$$

依て傾斜變化量を B とすれば

$$B = \frac{\lambda+2\mu}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \cdot \frac{gM}{r^2}$$

一方海水の引力變化は G を萬有引力の恒數 (6.670×10^{-8} c. g. s.) とすれば $\frac{GM}{r^2}$ となり、此れが傾斜計に及ぼす變化量を A と記號すれば

$$A = \frac{GM}{gr^2}$$

A, B を比較すれば

$$B = \frac{\lambda+2\mu}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \cdot \frac{g^2}{G} \cdot A$$

となり、今簡單の爲め

$$m = \frac{\lambda+2\mu}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \cdot \frac{g^2}{G}$$

と置けば

$$B = m \cdot A$$

即地球が等質彈性體の場合には、海水の荷重による土地の撓曲の變化と海水の引力變化との間には斯る簡單なる關係が成立するのである。 m は此場合に地球の彈性率のみに關係する常數である。

⁽⁸⁾
志田博士は京都上賀茂地學觀測所に於ける深さ 4 米の地下室に於て「Rebeur」型傾斜計による 1910—11 間の觀測を行つたが、其結果は海洋潮汐の影響著しく、博士は逆に此の海水の作用を利用して地殻の剛性を求めたのである。扱海洋潮汐の影響の内、 A なる引力項は實際の海洋潮汐圖より計算に依り求め得る量であるが、 B なる撓曲項は實際の地球が等質で無く、重力の影響、曲率の問題も考慮に入れなければならぬので、前述の如く簡單に A に或る常數を掛けるだけでは出て來ないのである。尙此 A, B 二項の外に地殻の歪に依るポテンシャルの變化— C と記號すれば—も考へねばならぬが、此項は理論的に簡単に導く事は困難である。志田博士は海洋潮汐の影響を決定するに際し、先づ實際の海洋潮汐圖より引力項を計算し、次に m をば常數でなく、觀測點と海水との距離の函數とし、且ポテンシャル項をも含めて居るものとして、結局海洋潮汐の影響（第二次項と稱す）として、 $A+B+C \rightarrow A+m(r)B$ として、此 $m(r)$ として r の双曲線函數を採用し、其係數を實際

の観測結果に最も良く適合する如く決定したのである。博士は $f_n = \frac{G}{g} m$ なる函数 f_n を用ひ、この f_n を含める $\frac{g}{4\pi f_n}$ なる量は平面荷重の場合に、地球が均質、非壓縮性にして且重力を無視する時には其定義よりして $\mu = \frac{g}{4\pi f_n}$ となる事より、此の $\frac{g}{4\pi f_n}$ を地殻の有効剛性と稱し、其値として 5.9×10^{11} c. g. s. なる數値を得たのである。且此の第二次項と同時に決定したる第一次項(本來の地殻潮汐)より D の値として 0.79 を得たのである。

⁽⁹⁾
關口博士は1916朝鮮仁川港に於て大森式地震計の記象紙上の零線の間隔の廣狹より傾斜量を算定し黃海の潮汐に依る影響を計算し地殻の彈性として $\lambda = \mu = 6.0 \times 10^{11}$ c. g. s. なる値を得たのである。

⁽¹⁰⁾
高橋博士は1931—32旅順に於て「シリカ」傾斜計に依る觀測よりして、近海の潮汐影響を論じ、其結果

$$\left. \begin{aligned} D &= 0.8 \\ \text{有効剛性} &= 6.9 \times 10^{10} \text{ c. g. s.} \\ \text{有効距離} &= 50 \text{ 杆} \end{aligned} \right\}$$

なる値を得たのであるが、上の有効距離並博士の他の研究即油壺灣の三崎、伊豆半島の川奈に於ける觀測結果に就いては後出の研究其二に於て述べる豫定である。

以上述べた如く我國に於ては、地殻潮汐の觀測には、本來の第一次項よりも海洋潮汐に依る第二次項の方が著しく、斯くて地球全體の剛性よりも寧ろ海水の荷重を利用して地球外殻の剛性を決定するを適當とするのである。

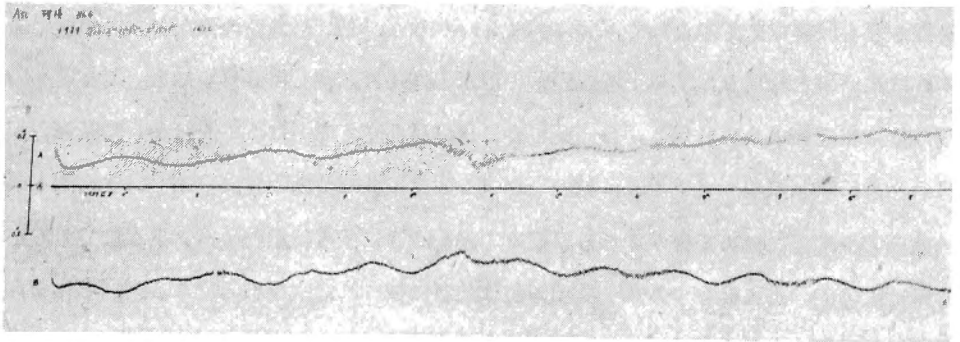
2. 前述の如く我國に於ける地殻潮汐の研究は主として海洋潮汐項よりする地殻の剛性の研究に外ならぬのであつて、此の海洋の影響には海水の引力、海水荷重に依る地殻の撓曲、更に其變形によるポテンシャルの變化の三種である事も既に述べた通りである。然るに此影響を只一箇所の觀測より求めんとすれば次の如き不便を生ずるのである。即先づ海水の引力項を實際の海洋潮汐圖より求むる際に、實際計算して見れば判る如く我國内陸の諸地點に對しては、其地點より100~2000杆距りたる海水の影響が最も顯著であるが、しかも計算の數字の上では3000~4000杆の遠距離も尙且考慮に入れなければならぬのであつて、かゝる距離は宛も西太平洋の東域に當り、正確なる海洋潮汐の値が測定されて居な

い範囲であり、之より求めたる引力項も又不正確を免れない所である。其上加へる遠距離に迄平面荷重の Boussinesq の解式を延用する事は地球の曲率の見地よりも無理な點が生ずる事は明らかである。如上の二點より考へても、少くとも1000杆以内の海水に就いてのみ論ずる事が出来れば海洋潮汐値の正確度より云つても地球の曲率の問題より考へても非常に好都合である事が判る。次に一箇所の観測のみの場合には海洋潮汐の決定には是非同時に第一次項をも合せ求むる事を必要とするのであるが、かゝる2個の未知數を同一観測結果より決定するよりは兩者の値を互に影響し合ふ事なしに別々に決定する事が出来れば、それは實際問題として非常に望しい事である。然るに上の希望は次の如き方法を採用すれば満足されるのである。即適當に擇んだ内陸の二地點の観測結果のベクトル差に就いて論ずる事である。例へば今回擇んだのは阿蘇と京都の二地點であるが、此兩者は角距離にして 4.4° であり、海岸より夫々40杆、50杆の距離にある。今此兩地點が同じ D の値を有し且此附近の地殻の剛性が單に地球の中心よりの距離のみの函數であると云ふ一般的な假定を用ふれば次の事が云へる。此兩地點に對する海水の影響を實測の潮汐圖より求め、次に其差を採るならば後章にて示す如く、其影響は $80 \sim 1200$ 杆までの近海の作用のみについて考ふれば良い事と相成り、其以上の遠距離の海水の作用は無視し得る事を知る。斯る近海の潮汐値は正確に求められ居り、且、此場合には地球曲率も考へなくて済むから其點都合が良い。更に觀測値のベクトル差に就いて論ずる場合には兩地點の緯度の差 (2.1°) に依る第一次項の振幅差は極めて僅かであるが經度の差 (4.7°) に依る位相差はベクトル量であるから兩地點の差の内に殘存する第一次項の差は前者に較ぶれば大きいのであるが、それすら後章に於て明らかなる如く、單に補正項として利く程度であつて従つて D の値として從來までに求められたる $0.6 \sim 0.8$ の内何れを採用するも大差なく海洋潮汐項の最後の決定には何等影響を及ぼさぬのである。即斯るベクトル差に就いて論ずる場合には第一次項従つて D の値を正確に決定する必要なく、其と無關係に海洋潮汐項を求め得る利點がある。其外今回の如く地表下100杆より100杆までの剛性に就いて議論する場合には剛性が深さと共に直線的に或る一定の増加率に従つて増して行くとして差支へないのであるが、其以上の深さに對しては地震學よりも教ふる如く、又別の増加率を考へる事が至當であつて、斯る點より云つても問題を1000杆までに局限出来る事は解法を出来る限り簡單化する意味に於ても好都合である。以上の理由に依て、以後は單一箇所の代りに二箇所の觀測値のベクトル

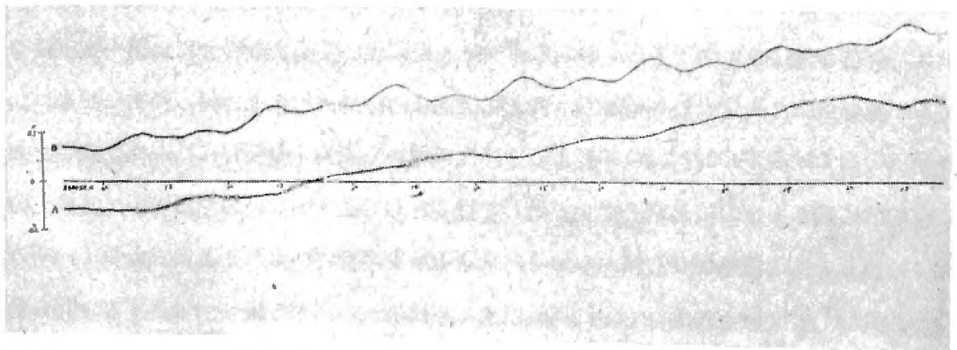
ル差に就いて専ら議論を進める。

3. 阿蘇並京都の地殻潮汐観測に就いては前論説⁽¹¹⁾に於て述べた如くであるが、本題に係ある阿蘇研究所構内横坑並京都上賀茂地學觀測所構内豎坑に就いて特述すれば前者は東經 $131^{\circ}00'$ 北緯 $32^{\circ}53'$ 標高540米比高100米上部約20米の厚みの火山灰層にて被はれたる火山岩の小丘の北斜面に入口を有し、全長50米の水平坑の内奥の30米は火山岩床中に穿入し、最終端は地表下22米にして石造の觀測室を形成して居る。室溫の日變化 0.01°C 以下、年變化 2° を超えざる恆溫觀測室である。觀測は光行距離3米の水平式記錄方法に依つて居る。上賀茂地學觀測所豎坑は東經 $135^{\circ}42'$ 北緯 $35^{\circ}02'$ 標高190米比高100米の古生層の山頂の觀測所建物の地階の一部に設けられたる $1.3 \times 1.3 \times 5.3$ 米の角井戸型コンクリート豎坑にして、地表下9米の其最低部に振子を置き垂直上方3米の距離に於て記錄せしめて居る。室溫の日變化は 0.1°C 以下、年變化は 5°C 程度のものである。此豎坑の上部の地階は嘗て、

第 一 圖 傾斜變化觀測記錄例



阿蘇研究所横坑 (昭和14年2月2日--8日)



上賀茂地學觀測所豎坑 (昭和15年12月11日--18日)

志田博士が「Rebeur」型傾斜計による地殻潮汐の観測を行つた所である。⁽⁸⁾上の兩所共記録紙上1耗に對する傾斜感度は約0.004秒であつて、取換は一週間毎に行ひ記録紙上1時間の歩みは約3耗の割合である。

上に兩所の寫眞記録の一部を掲ぐ。

4. 阿蘇研究所横坑(以後阿蘇と略す)に就いては、昭和14年1月—15年1月の一年間、京都上賀茂地學觀測所堅坑(上賀茂と略す)に就いては昭和14年5月—14年12月の半年間の觀測材料より調和解析により名分潮を求めたのである。其讀取値は卷末に資料として掲載してあるが、これらの各太陽時の値の日平均(25時間の平均を用ふ)よりの變化に就いて調和分析を行つたが、其結果阿蘇に於ては太陰半日潮(M_2)太陽半日潮(S_2)太陰一日潮(O_1)を上賀茂に於ては M_2 , O_1 の兩分潮を得たのである。今の場合ベクトル差を論ずるのであるから、兩所共通の M_2 , O_1 の兩分潮に就いて議論を進める。尙今後の取扱ひに於ては特に斷らざる限り、準據する子午線は東經 135°00' のそれであり、又各分潮の値はすべて太陰軌道面が赤道面に對して平均傾斜(一般に I と記號し、平均のものを I_m とする)をなすときの値に更正されたものを掲ぐる事とする。阿蘇に於ける A, B 振子の正傾斜の方向は $A_+ \rightarrow N45^\circ E$, $B_+ \rightarrow S45^\circ E$ であり、上賀茂に於ける A, B 振子の正傾斜は $A_+ \rightarrow S45^\circ W$, $B_+ \rightarrow N45^\circ W$ であつて其等の値は次の形を採る。

阿 蘇

上 賀 茂

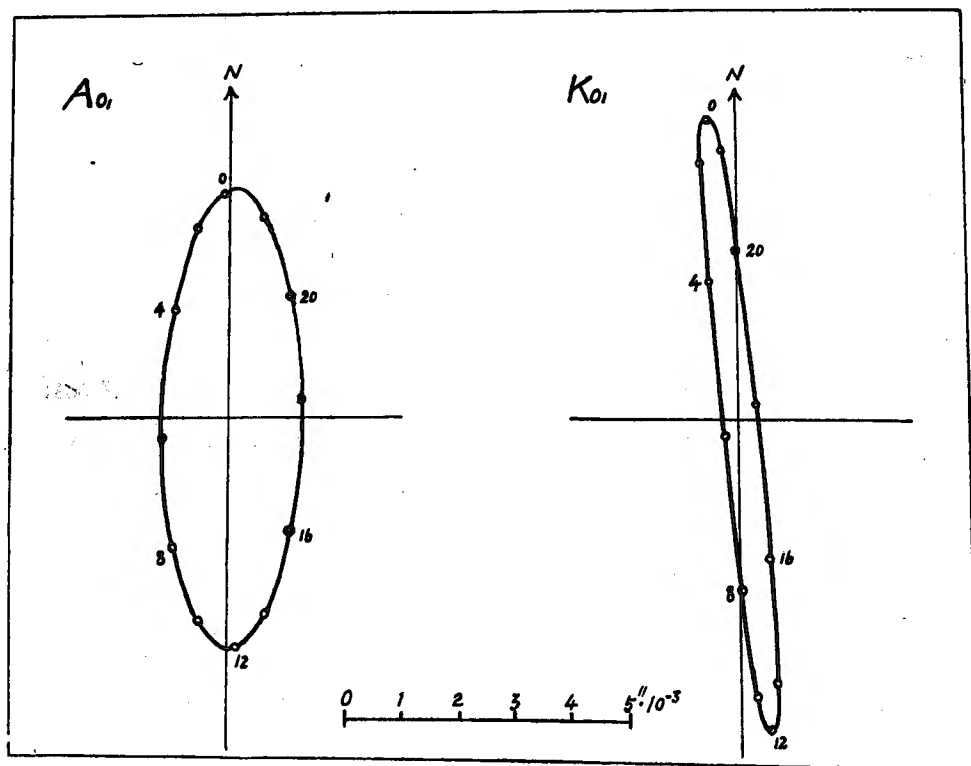
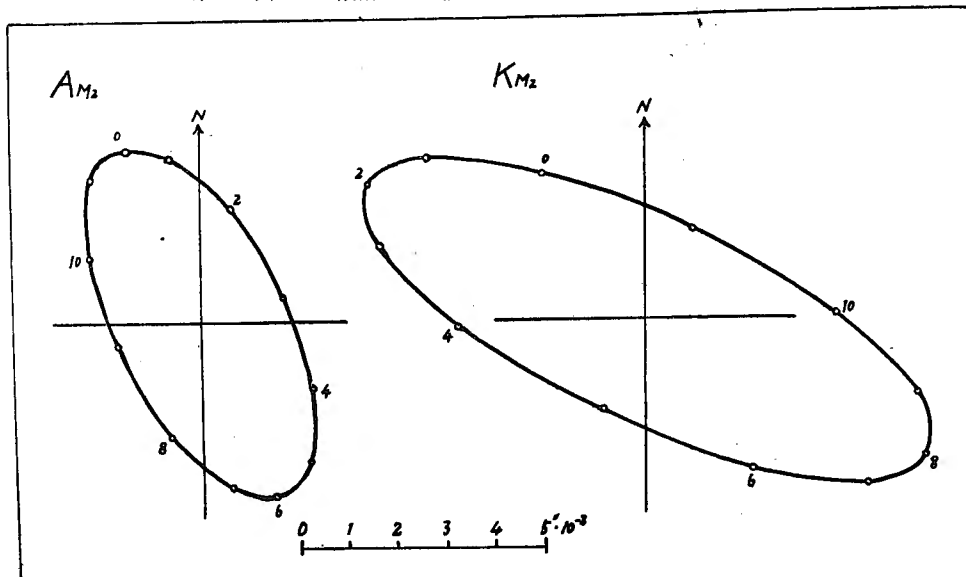
$$\begin{array}{l} M_2 \left\{ \begin{array}{l} A=0.''00213 \cos(2t-47.4) \pm 0.''00002 \\ B=0.''00383 \cos(2t-168.1) \pm 0.''00005 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A=0.''00274 \cos(2t-105.6) \pm 0.''00012 \\ B=0.''00604 \cos(2t-54.6) \pm 0.''00011 \end{array} \right. \\ O_1 \left\{ \begin{array}{l} A=0.''00307 \cos(t-350.0) \pm 0.''00003 \\ B=0.''00300 \cos(t-193.3) \pm 0.''00003 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A=0.''00360 \cos(t-174.0) \pm 0.''00011 \\ B=0.''00425 \cos(t-0.1) \pm 0.''00010 \end{array} \right. \end{array}$$

上の値はすべて太陰軌道面の平均傾斜に於けるものであつて、嘗て上賀茂に於ては志田博士に依つて、⁽⁸⁾阿蘇に於ては筆者に依つて⁽¹²⁾求められたる兩分潮の値は何れも、太陰軌道面の當時の傾斜に對するものであつて、それらを平均傾斜に更正すれば何れもよく上の諸數値と一致する事を知る。但阿蘇の O_1 は先の場合には解析期間の短き爲め、眞の値を與へて居ない事は既に述べて居いた通りである。

扱此等の變化を圖示すれば次の如くなる。

地殻潮汐に就いて

第二圖 地殻潮汐観測値, 阿蘇(A)並上賀茂(K) M_2, O_1



次に此等のベクトル差を取れば次の如き數値を得る。此差を Δ_0 と記號し、南方向を S、西方向を W とせば

$$\Delta_0$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{M}_2 \left\{ \begin{array}{l} \text{S. } 0.''00127 \cos(2t-121.8) \\ \text{W. } 0.''00703 \cos(2t-267.3) \end{array} \right. \\ \mathbf{O}_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{S. } 0.''00138 \cos(t-344.8) \\ \text{W. } 0.''00068 \cos(t-144.3) \end{array} \right. \end{array}$$

上の Δ_0 の内には兩所の第一次項の僅少の差が残存して居るわけであるからそれを Δ_P と記號すれば、此 Δ_P は兩所の緯度、經度に對して先づ平均の J の時の理論的な第一次項（地球が完全剛體の時の）を求めそれに $D=0.7$ なる係数を乘じ且其差をとれば近似的に求められるが、實際の Δ_0 Δ_P の數値を比較して見ても又後出の第三圖に於て見る如き、その位相の關係より明らかなる加く、此の D を 0.8 又は 0.6 に變へても最後の地殻剛性の決定には殆んど影響を及ぼさぬのであつて、今假に其等の中間値 0.7 を採用する次第である。

かくして求めたる Δ_P は次の値を示す。

$$\Delta_P$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{M}_2 \left\{ \begin{array}{l} \text{S. } 0.''00086 \cos(2t-104.1) \\ \text{W. } 0.''00152 \cos(2t-174.9) \end{array} \right. \\ \mathbf{O}_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{S. } 0.''00034 \cos(t-205.5) \\ \text{W. } 0.''00026 \cos(t-215.0) \end{array} \right. \end{array}$$

此の Δ_0 Δ_P を圖示すれば第三圖になる。

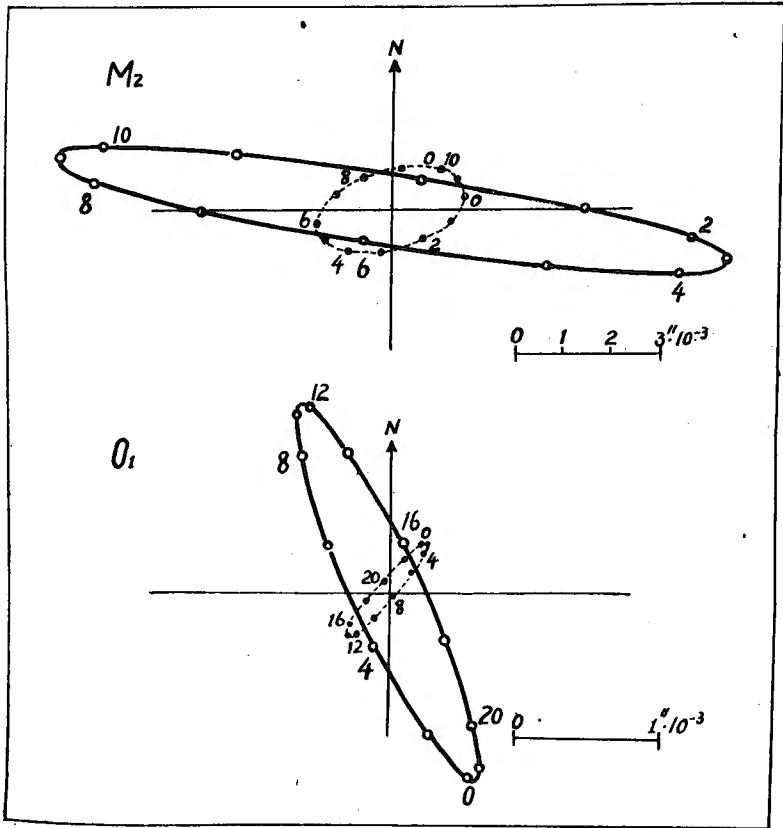
上の Δ_0 は Δ_P を含めるものであるから此の Δ_0 と Δ_P とのベクトル差、これを Δ_S と記號すれば、その値は次の如くなる。

$$\Delta_S$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{M}_2 \left\{ \begin{array}{l} \text{S. } 0.''00052 \cos(2t-151.4) \\ \text{W. } 0.''00725 \cos(2t-279.5) \end{array} \right. \\ \mathbf{O}_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{S. } 0.''00165 \cos(t-352.7) \\ \text{W. } 0.''00065 \cos(t-121.7) \end{array} \right. \end{array}$$

上の Δ_S は純粹の第二次項即海洋潮汐の影響のみの差となるわけである。故に此 Δ_S と

第三圖 Δ_0, Δ_P



實線 (Δ_Q) 點線 (Δ_P)

兩所に對する海水の作用の差とを直接比較する事により地球外殻の剛性を求め得るのである。 Δ_s は後に第六圖に於て示す如き形となる。

5. 次に海水の引力項に就いて述べる。今變化する海水質量を M とすればこれが r なる距離にある傾斜計振子に及ぼす影響 (A) は變化角にして

$$A = \frac{GM}{gr^2}$$

なる事は既に述べた通りである。此處に G は萬有引力の恒數 (6.670×10^{-8} c. g. s.), g は地球上の重力加速度である。而して、今變化する海水の分潮の半潮差を h , 速度を n , 遅角を k とすれば、各分潮は $h \cos(nt - k)$ なる振動を示す。海水の密度を d 面積を S とすれば

地 殻 潮 汐 に 就 い て

$$M = d \cdot s \cdot h \cdot \cos(nt - h)$$

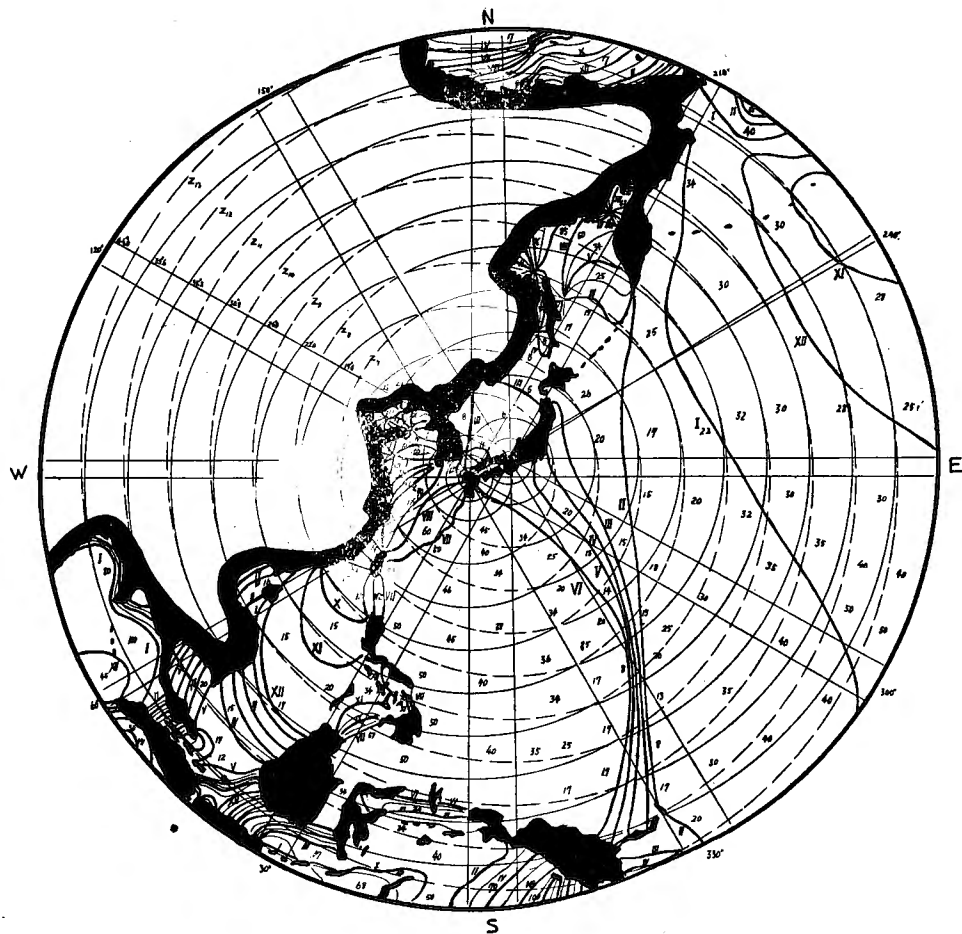
故に A は次の形をとる。

$$A = \frac{G}{g} \frac{d \cdot s \cdot h}{r^2} \cos(nt - k)$$

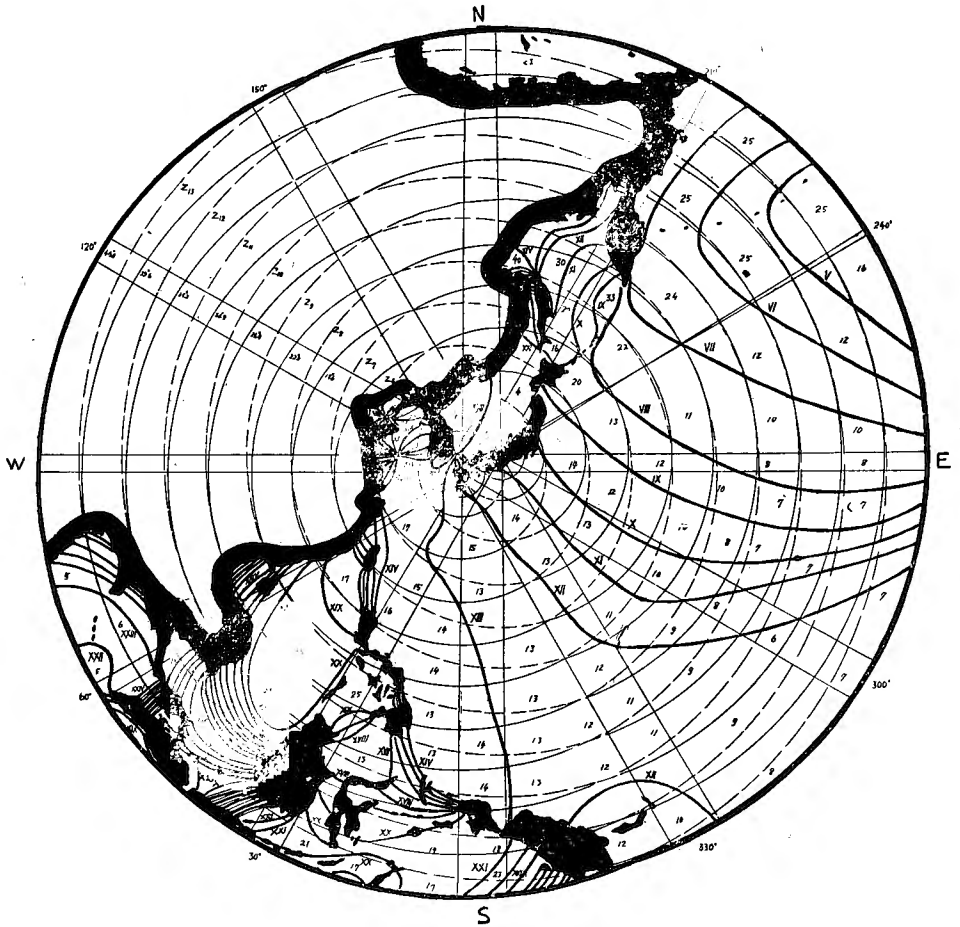
かく単位面積 S の海水の引力項は海洋潮汐の振幅、位相を知るならば直ちに計算に依り求め得らるゝ量であつて、これを全海面に就いての總和を取れば、一地點に對する海水の引力項が求め得らるゝ。

扱日本近海の潮汐に就いては小倉博士の精密なる研究並報告あり、之を主として採用したのであるが、それに含まれざる海域に就いては、Krümmel⁽¹³⁾, Sterneck⁽¹⁴⁾ 等の報告を参照して兩所より夫々角距離 44° の海域に到るまでの潮汐圖を用ひた。其等海洋潮汐圖は次の第

第 四 圖 海 洋 潮 汐 圖 M_2



第五圖 海 洋 潮 汐 圖 O_1



四圖第五圖にて示す通りである。但上の兩圖に於ては近海の潮汐圖は上述の小倉博士の報告其儘であるから其等は略し、只遠距離の潮汐値並海域細分の大體の様子を示すものである。

扱實際の計算は、第四、第五圖にも示す如く、全海面を先づ角距離 $0.35-0.5$, $0.5-1.0$, $1.0-2.4$, $2.4-4.4$, $4.4-8.8$, $8.8-13.2$, $13.2-17.6$, $17.6-22.0$, $22.0-26.4$, $26.4-30.8$, $30.8-35.2$, $35.2-39.6$, $39.6-44.0$ なる 4.4° の帶狀圓面積に分けこれを順次海帶 No. 1-13 と記號する。次に更にこれを方位角 10° 宛の扇狀帶に細分し、その各々の潮汐高並位相は共通の値をとるものとして、この扇狀帶の海水の影響を南 (S) と西 (W) との兩方向に分け、其等を全部加算する。その爲めに實際の計算の上では前述の

$h \cos(nt-k)$ を分解し、

$$h \cos(nt-k) \rightarrow \begin{matrix} h \cos k \cos nt \\ h \sin k \sin nt \end{matrix}$$

なる $\cos nt$, $\sin nt$ の兩項に分け、それを更に S と W との兩方向に分解してその影響を論ずるのである。尙 n は M_2 , O_1 に對しては夫々 2 並 1 である。後の便宜の爲め各々の海帶番號に對する平均角距離を下に掲ぐ。

海帶 No. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13.

角 距 離 0°.43 0°.75 1°.70 3°.40 6°.60 11°.0 15°.4 19°.8 24°.2 28°.6 33°.0 37°.4 41°.8

斯くして求めた海水の引力項は次の第一表第二表に示す如き値を示す。表中 Z は海帶を、 Δ_A は阿蘇上賀茂の差を表し、 A, K は夫々阿蘇上賀茂の略記とす。

第 一 表 海洋潮汐に依る引力項

M_2

Z	cos2t			S			sin2t			cos2t			W			sin2t		
	A	K	Δ_A	A	K	Δ_A	A	K	Δ_A	A	K	Δ_A	A	K	Δ_A	A	K	Δ_A
1	-0."000009	- 7	- 2	-105	- 5	-100	- 25	- 5	- 20	- 394	- 3	-391						
2	- 92	-125	+336	+118	-125	+243	+283	+ 85	+198	- 545	- 55	-490						
3	- 1025	-739	- 28	+276	+ 37	+239	+308	+421	-113	-1133	-174	-959						
4	- 679	-635	- 44	-319	- 2	-317	+368	+162	+206	- 825	-233	-592						
5	- 572	-631	+ 59	-660	-313	-347	+452	-116	+568	- 263	-670	+407						
6	- 320	-311	- 9	-211	-180	- 31	+ 97	- 12	+109	- 250	-296	+ 46						
7	- 188	-205	+ 17	- 93	-114	+ 21	- 3	-115	+112	- 119	-184	+ 65						
8	- 133	-170	+ 37	- 83	-101	+ 18	- 91	-105	+ 14	- 164	-110	- 54						
9	- 23	- 17	- 6	- 8	+ 7	- 15	- 61	- 79	+ 18	- 58	- 62	+ 4						
10	- 66	- 58	- 8	- 27	- 39	+ 12	- 74	-104	+ 30	- 54	- 63	+ 9						
11	- 46	- 40	- 6	+ 13	+ 17	- 4	- 81	-102	+ 21	- 33	- 38	+ 5						
12	+ 22	+ 21	+ 1	+ 49	+ 46	+ 3	- 45	- 63	+ 18	- 8	- 9	+ 1						
13	+ 35	+ 33	+ 2	+ 54	+ 54	0	- 43	- 56	+ 13	- 20	- 16	- 4						
Σ	- 3096	-2884	-212	-996	-718	-278	+1085	-89	+1174	-3866	-1913	-1953						

第 二 表 海洋潮汐に依る引力項

O_1

Z	cost			S			sint			cost			W			sint		
	A	K	Δ_A	A	K	Δ_A	A	K	Δ_A	A	K	Δ_A	A	K	Δ_A	A	K	Δ_A
1	-0."000007	-2	-5	-3	0	-3	-19	-1	-18	-9	0	-9						

地殻潮汐に就いて

2	+ 5	-109	+114	+ 8	+19	-11	+36	-38	+ 74	- 46	- 28	- 18
3	-175	-372	+197	+70	+119	-49	-55	+95	-150	-123	- 73	- 50
4	-251	-287	+ 36	-16	+67	-83	-46	+97	-143	- 39	- 80	+ 41
5	-346	-306	- 40	+49	+19	+30	+15	+92	- 77	-196	-176	- 20
6	-140	-134	- 6	-45	-28	-17	+73	+40	+ 33	- 66	-168	+102
7	- 63	- 67	+ 4	-49	-45	- 4	+71	+42	+ 29	- 70	- 82	+ 12
8	- 3	- 28	+ 25	-76	-78	+ 2	+93	+45	+ 48	-110	- 94	- 16
9	+ 10	+ 8	+ 2	-44	-42	- 2	+48	+54	- 6	- 47	- 52	+ 5
10	- 5	- 7	+ 2	-44	-40	- 4	+33	+33	0	- 41	- 47	+ 6
11	- 16	- 19	+ 3	-32	-33	+ 1	+22	+19	+ 3	- 28	- 34	+ 6
12	- 6	- 9	+ 3	-11	-16	+ 5	+15	+13	+ 2	- 9	- 17	+ 8
13	- 2	- 5	+ 3	-27	-28	+ 1	+ 3	+ 4	- 1	- 22	- 28	- 6
Σ	-999	-1337	+338	-220	-86	-134	+289	+495	-206	-806	-879	+ 73

上の表に於て明らかなる如く兩所に對する各々の値に比し、その差を取れば、其等の級數の收斂性は著しく良くなる事を知る。扱此等の差 Δ_A の $\cos$ -函數は

$$\Delta_A \begin{cases} M_2 \begin{cases} S. 0.''000350 \cos(2t-232.^{\circ}7) \\ W. 0.''002279 \cos(2t-300.^{\circ}7) \end{cases} \\ O_1 \begin{cases} S. 0.''000364 \cos(t-338.^{\circ}4) \\ W. 0.''000219 \cos(t-160.^{\circ}5) \end{cases} \end{cases}$$

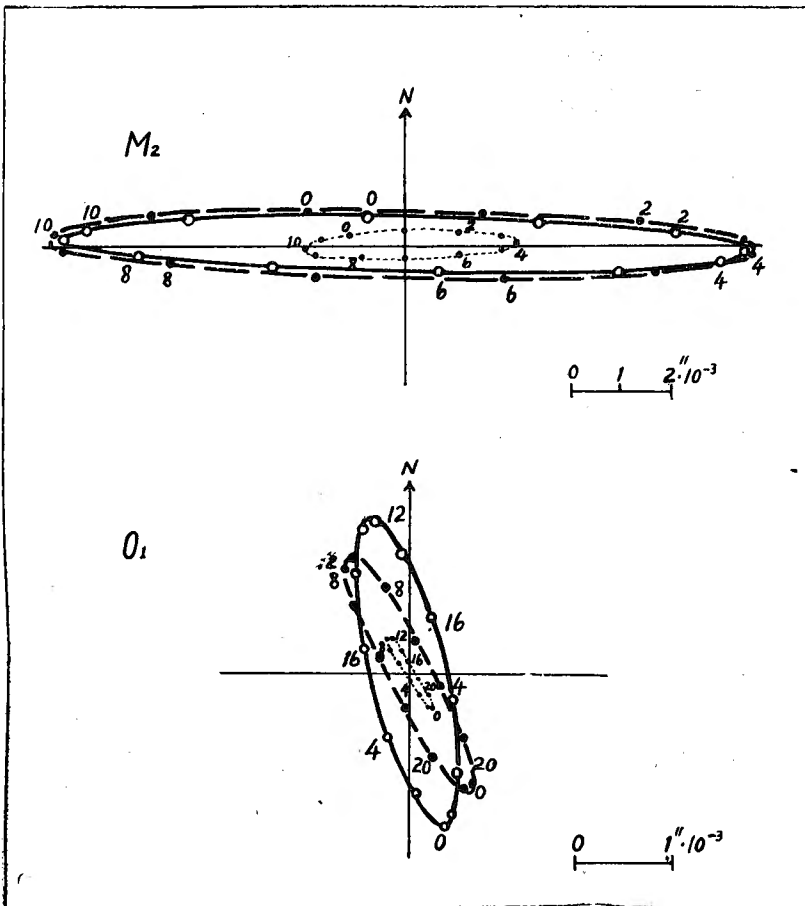
比較の爲め Δ_S を再記すれば

$$\Delta_S \begin{cases} M_2 \begin{cases} S. 0.''00052 \cos(2t-151.^{\circ}4) \\ W. 0.''00725 \cos(2t-279.^{\circ}5) \end{cases} \\ O_1 \begin{cases} S. 0.''00165 \cos(t-352.^{\circ}7) \\ W. 0.''00065 \cos(t-121.^{\circ}7) \end{cases} \end{cases}$$

上の Δ_A Δ_S を圖示すれば第六圖の如き關係と成る。

第六圖に於ても明らかに Δ_A と Δ_S との間には或る簡単な關係が存在する事を知る。この關係係數を適當に決定する事によつて地殻の剛性を求め得るのである。扱上の第一表第二表に於て見る如く Δ_A に對して主として働くのは海帶番號にして No. 2 より No. 6 邊ま

第 六 圖 ΔS , ΔA , $\Delta_{(m+0.5)\Lambda}$



實線 (ΔS), 點線 (ΔA), 破線 ($\Delta_{(m+0.5)\Lambda}$)

で、あつてこの No. 2-6 の海域は兩所よりの角距離にして、 $0.75 \sim 11.0$ 即 80 軒より 1200 軒⁽¹⁶⁾までの海水が大いに利いて居る。然るに長岡博士の研究による等質彈性體の平面荷重の問題の解式を用ひて荷重中心より遠く離れたる點に於ける垂直變位の大さの深さに對する關係を見れば、Poisson の比を $\frac{1}{2}$ と取れば、垂直變位は大體距離の 2.5 倍の深さに到つて表面の垂直變位の $\frac{1}{2}$ となる。即ち荷重が彈性體の或る點に及ぼす作用の云は、平均とも云ふべき値を其距離の 2.5 倍の深さに見出すのである。然るに今彈性體が等質でなく、彈性率が深さと共に漸次増す様な場合には浅い所は更に大きい變位を受けるから上の關係式は少々趣を變へて、大體想像さる實際の地球彈性の増加率の場合には大體距離と同程度の深さが平均作用値を與へるものと推定される。即換言すれば或る距離の荷重に對して地

球内部の各所の剛性の利き方は實際の地球の場合には其距離と同程度の深さの剛性が結果的にみれば、代表すると考へて差支へないのである。此様な考への下に、海水の撓曲項を考へて見る。前に述べた如く等質の弾性體の平面荷重に對する Boussinesq の解式より海水の引力項(A)と撓曲項(B)との間には次の如き簡單なる關係が成立する。即

$$B=m.A \quad \left[m=\frac{\lambda+2\mu}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \cdot \frac{g^2}{G} \right]$$

地球の場合には等質ではないから、この様に簡單にはならぬが、上に述べた考へ方よりして、觀測點より或る距離の海水の作用に對してはそれと同程度の地球内部の深さの弾性に依つて代表せしめ得るものとすれば、上の m をば常數とせず觀測點と海水との距離 r の或る函數と考へて置けば上の關係式を其儘實際の地球に應用し得るのである。即

$$B=m(r).A$$

さて此函數 $m(r)$ の形に就いては今作用する海水の距離を 80~1200 呎に局限して居るから、此の範圍の地球内部の弾性の狀態に就いて考へ、それに適する $m(r)$ を決めれば良い事になる。

然るに地震波の解析により明らかにされたる地球内部の物質の配列に關しては或る程度の深さより以下は球殼的の配列を示し更に彈性率より見れば 80 呎邊より 1200 呎邊までは同じ増加率によつて直線的に増大し、それより 2900 呎邊までは又別の増加率によつて遂に所謂地球の内核の部分に達するものと考へられて居る。そこで現在は 80 ~ 1200 呎の範圍の問題であるから彈性率は直線的に深さと共に増大すると考へて、從つて海水による撓曲度は距離に反比例して減少する事より、 $m(r)$ の型として $\frac{c_1}{r+c_2}$ なる双曲線型の函數を採用する。此處に c_1, c_2 は常數である。

次に海洋影響の第三番のポテンシャルの變化を考へる。此の項は海水荷重の爲めの地面の撓曲によりポテンシャル場が歪む事より來る作用であるから、結局荷重の爲めの土地の負質量 (mass-defect) が主として作用する。此の作用を考へて見ると、土地の歪の大きさは海水の質量 M の大小に關係し、且その觀測點に對する作用の大きさは距離の自乗に逆比例する。即此の項を C と記號すれば

$$C \propto \frac{-M}{r^2} \propto A$$

即近似的に C は引力項 A に比例し、符號反對と考へて差支へない。今此の比例常數を b とすれば

$$C = -b.A$$

上の考へを求めたる Δ_S, Δ_A に應用すれば

$$\begin{aligned}\Delta_S &= \Delta_A + \Delta_B + \Delta_C \\ &= \Delta_A + \frac{c_1}{r+c_2} \Delta_A - b \Delta_A\end{aligned}$$

扱此の c_1, c_2 の値として、種々の値が考へられるが、今問題とする深さの範圍即 80 杆
 ~1200杆に於ては其剛性率が直線的に増加するといふ考へのみを基として、其等の絶對値
 には觸れずに、其増加率のみに注目し、其率を種々變化せしめて最も觀測事實に適合する
 形を決定したのであつて、其結果次の形の c_1, c_2 を採用した。即

$$\begin{aligned}c_1 &= a \times 12.6 \\ c_2 &= 3.0\end{aligned}$$

即 $m = \frac{c_1}{r+c_2} = \frac{12.6}{r+3.0} a$ なる型を採用した。但し此處において r なる距離は角の度数で
 表はすものとする。斯く考へれば、 Δ_S と Δ_A との關係は次の如くなる。

$$\Delta_S = \left[\frac{12.6}{r+3.0} a + (1-b) \right] \Delta_A$$

此考へに依つて求めたる Δ_B, Δ_A の關係は次の第三表、第四表の如くなる。

第 三 表 海洋潮汐に依る撓曲項 (Δ_B)

M_2

Z	$\frac{12.6}{r+3.0}$	cos2t		S		sin2t		ocs2t		W	
		Δ_A	Δ_B	Δ_A	Δ_B	Δ_A	Δ_B	Δ_A	Δ_B	Δ_A	Δ_B
1	3.68	-0."000002	- 7	-100	-368	- 20	- 74	-391	-1439		
2	3.36	+	33 +111	+243	+816	+198	+665	-490	-1646		
3	2.68	-	286 -769	+239	+640	-113	-303	-959	-2570		
4	1.97	-	44 - 87	-317	-624	+206	+406	-592	-1165		
5	1.31	+	59 + 77	-347	-455	+568	+743	+407	+ 532		
6	0.90	-	9 - 8	- 31	- 28	+109	+ 98	+ 46	+ 41		
7	0.68	+	17 + 12	+ 21	+ 14	+112	+ 76	+ 65	+ 44		
8	0.55	+	37 + 20	+ 18	+ 10	+ 14	+ 8	- 54	- 30		
9	0.46	-	6 - 3	- 15	- 7	+ 18	+ 8	+ 4	+ 2		
10	0.40	-	8 - 3	+ 12	+ 5	+ 30	+ 12	+ 9	+ 4		
11	0.35	-	6 - 2	- 4	- 1	+ 21	+ 7	+ 5	+ 2		
12	0.31	+	1 0	+ 3	+ 1	+ 18	+ 6	+ 1	0		
13	0.28	+	2 + 1	0	0	+ 13	+ 4	- 4	- 1		

地 殻 潮 汐 に 就 い て

Σ		- 212 -656	-278 + 3	+1174 +1656	-1953 -6226
----------	--	------------	----------	-------------	-------------

第 四 表 海洋潮汐に依る撓曲項 (Δ_B)

O_1

Z	$\frac{12.6}{\tau+3.0}$	cos2t		sin2t		cos2t		sin2t	
		Δ_A	Δ_B	Δ_A	Δ_B	Δ_A	Δ_B	Δ_A	Δ_B
1	3.68	-0."000005	- 18	- 3	- 11	18	- 66	- 9	- 33
2	3.36	+	114 +383	-11	- 37	+ 74	+249	- 18	- 61
3	2.68	+	197 +528	-49	-131	-150	-402	- 50	-134
4	1.97	+	36 + 71	-83	-164	-143	-282	+ 41	+ 81
5	1.31	-	40 - 52	+30	+ 39	- 77	-101	- 20	- 26
6	0.90	-	6 - 5	-17	- 15	+ 33	+ 30	+102	+ 92
7	0.68	+	4 + 3	- 4	- 3	+ 29	+ 20	+ 12	+ 8
8	0.55	+	25 + 14	+ 2	+ 1	+ 48	+ 26	- 16	- 9
9	0.46	+	2 + 1	+ 2	- 1	- 6	- 3	+ 5	+ 2
10	0.40	+	2 + 1	- 4	- 2	0	0	+ 6	+ 2
11	0.35	+	3 + 1	+ 1	0	+ 3	+ 1	+ 6	+ 2
12	0.31	+	3 + 1	+ 5	+ 2	+ 2	+ 1	+ 8	+ 2
13	0.28	+	3 + 1	+ 1	0	- 1	0	+ 6	+ 2
Σ		+	338 +929	-134	-322	-206	-527	+ 73	- 72

上の Δ_B を cos.- 函数にて示せば次の如くなる。

Δ_B

$$M_2 \begin{cases} S. 0.''000656 \cos(2t-179.^{\circ}7) \times a \\ W. 0.''006442 \cos(2t-284.^{\circ}8) \times a \end{cases}$$

$$O_1 \begin{cases} S. 0.''000984 \cos(t-340.^{\circ}8) \times a \\ W. 0.000532 \cos(t-187.^{\circ}7) \times a \end{cases}$$

以上の結果を再記すれば

$$M_2 \begin{cases} \Delta_S \quad \Delta_B \quad \Delta_A + \Delta_C \\ S. 0.''00052 \cos(2t-151.^{\circ}4) \quad 0.''00066 \cos(2t-179.^{\circ}7) \cdot a \quad 0.''00035 \cos(2t-232.^{\circ}7) \cdot (1-b) \\ W. 0.''00725 \cos(2t-279.^{\circ}5) \quad 0.''00644 \cos(2t-284.^{\circ}8) \cdot a \quad 0.''00228 \cos(2t-300.^{\circ}7) \cdot (1-b) \end{cases}$$

$$O_1 \begin{cases} S. 0.''00165 \cos(t-352.^{\circ}7) \quad 0.''00098 \cos(t-340.^{\circ}8) \cdot a \quad 0.''00036 \cos(t-338.^{\circ}4) \cdot (1-b) \\ W. 0.''00065 \cos(t-121.^{\circ}7) \quad 0.''00053 \cos(t-187.^{\circ}7) \cdot a \quad 0.''00022 \cos(t-160.^{\circ}5) \cdot (1-b) \end{cases}$$

上の數値は

$$\Delta_s = \Delta_A + \Delta_B + \Delta_C$$

なる關係を滿足すべきであるから上の cosine を分解して, $\cos ml$, $\sin ml$, に就いて等式を求むれば 8 個の條件式を得る。この 8 個の條件式に振幅の大きさによる信用度 (weight) を掛け, 其等より最も此等の等式を良く満足する a , b を求むれば a , b , は次の値を與へる。

$$\left. \begin{aligned} a &= 1.0 \pm 0.05 \\ b &= 0.5 \pm 0.1 \end{aligned} \right\}$$

即海洋潮汐の第三項(ポテンシャル項)は引力項の $\frac{1}{2}$ の作用を振子に及ぼす事を知る。而して $m(r)$ として r を角の度數で示すときには,

$$m(r) = \frac{12.6}{r + 3.0}$$

なる型を採れば良い事になる。斯くして求めたる

($\Delta_A + \Delta_B + \Delta_C$) は次の數値を與へ, その型は第六圖破線にて示せる様になる。

$$\Delta_A + \Delta_B + \Delta_C$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_2 & \left\{ \begin{aligned} \text{S. } 0.''00077 \cos(2t - 190.^{\circ}1) \\ \text{W. } 0.''00754 \cos(2t - 287.^{\circ}2) \end{aligned} \right. \\ \mathbf{O}_1 & \left\{ \begin{aligned} \text{S. } 0.''00117 \cos(t - 340.^{\circ}5) \\ \text{W. } 0.''00063 \cos(t - 183.^{\circ}2) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

6. 上の結果より地殻の剛性を考へて見る。現在問題として居るのは地下 80 ~ 1200 呎の範圍であるが, 此の範圍では Poisson の比, σ は

$$\sigma = 0.27$$

として誤り無い事は地震波の P. S. 兩波の速度比の研究により確められて居るところである。そこで今 $\sigma = 0.27$ を採用すれば

$$\begin{aligned} \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} &= 2(1 - \sigma) \\ &= 1.46 \end{aligned}$$

故に前述の m は, $g = 979.6$ c. g. s., $G = 6.670 \times 10^{-8}$ c. g. s. とすれば

$$\begin{aligned} m &= \frac{\lambda + 2\mu}{4\pi\mu(\lambda + \mu)} \frac{g^2}{G} = 16.73 \times 10^{11} \frac{1}{\mu} \\ \mu &= 16.73 \times 10^{11} / m \end{aligned}$$

然るに

地 殻 潮 汐 に 就 い て

$$m(r) = \frac{12.6}{r+3.0} \quad (r \text{ は角度数})$$

であるから結局各距離に對して剛性率 μ は

	1.0	2.0	4.0	7.0	10.0
$\mu(10^{11} \text{ c. g. s.})$	5.3	6.6	9.3	13.3	17.3

即地下 80 呎より 1200 呎に到る間の所謂地球外殻の剛性率は略ぼ上の如き値を示すものと考へられる。扱この範圍の有効剛性率は Δ_R と Δ_A を比較する事に依り、振幅の大きさを信用度とすれば、それらの平均値として

$$m_e = 2.71$$

これに對する平均剛性率は

$$\mu_e = 6.17 \times 10^{11} \text{ c. g. s.}$$

即地球外殻の有効剛性率は白金 (Platinum) の夫と略等しい。

7. 結 語

以上を要約すれば我國に於ける地殻潮汐の觀測は太陰、太陽の直接の作用に依る本來の現象よりも専ら海洋潮汐を通じての間接の影響を研究するに適するものであつて、此海洋潮汐項より地球外殻の剛性を求め得るのである。然るに従來の方法の如く只一個所の觀測値に依り、議論を進める事には次の如き難點がある。即我國内陸の地點に對する海洋潮汐の影響に就いて數字の上では其地點より 4000 呎離れたる海水も尙無視し得ぬのであつて、斯る遠距離海面に於いては、實際上正確なる潮汐圖が存在せず、従つて其を基としたる計算も不正確を免れぬ、且斯る遠距離の海水の荷重に對しては、地球の曲率が問題と成るのであつて、其點簡單に平面荷重の場合の Boussinesq の解式を延用する従來の方法には無理がある。又單一箇所の觀測値には前述の直接項と海洋項が常に共在し、且内陸地點に對しては此の兩項が同程度の大さであるから、若し海洋項より地殻の剛性を求めんとする時には、是非直接項をも同時に合せ決定する必要がある。其意味に於て互に影響し合ふ二個の未知數を一個の觀測値より決定する事は誤差の原因と成る恐れがあり、其點直接項に無關係に海洋項従つて地殻の剛性の決定が望しいのである。斯る難點を除去する爲めには適當に擇ばれたる二地點の觀測値のベクトル差を取れば良いのである。即此際には直接項は殆んど、消去され且影響する海域もずつと、近距離となり、海洋潮汐値の正確度並地

球曲率の兩方面より云つても都合が良いのである。斯る考への下に、本研究に於ては、阿蘇と京都の二地點に於ける「シリカ」傾斜計に依る地殻潮汐觀測値のベクトル差を議論した。即兩所の距離は 500 秆、其等觀測値のベクトル差は殆んど海洋項のみとなり、其に影響を及ぼす海域は兩所より平均1200秆以内の近海と成り、正確なる海洋潮汐値の採用並に、簡單なる Boussinesq の解式の適用が可能である。斯くして求められたる地表下 80 秆より1200秆に到る所謂地球外殻の外部の作用に對する有效剛性率 μ_e は、

$$\mu_e = 6.17 \times 10^{11} \text{ c. g. s.}$$

即白金 (Platinum) の剛性率と略等しい値を得た。尙同時に求められたる地球外殻各深さの剛性率並に Poisson 比を0.27とし、Williamson-Adams の密度分布を用ひて、其等の彈性波速度を求むれば次の表の如き値を得たが此等は地震波の研究方面より求められて居る値と良く一致して居る。

深 度 (秆)	100	200	400	600	900	1200
剛 性 率 (10^{11} c. g. s.)	5.2	6.4	8.6	11.2	14.7	18.3
密 度 (c. g. s.)	3.6	3.7	3.9	4.0	4.2	4.3
S 波 (秆/秒)	3.8	4.2	4.8	5.3	5.9	6.5
P 波 (秆/秒)	6.8	7.4	8.5	9.3	10.5	11.6

斯く地球外殻の單なる平均剛性率と外部の作用に對する有效剛性率とは夫々次の値を示す。

$$\text{平均剛性率} \quad 11.7 \times 10^{11} \text{ c. g. s.}$$

$$\text{有效剛性率} \quad 6.2 \times 10^{11} \text{ c. g. s.}$$

終りに臨み全研究を通じて終始懇切なる御指導を賜りたる恩師、佐々博士に深甚の謝意を表す。

文 獻

1. v. Rebecur-Paschwitz, E., Horizontal Pendel-Beobachtungen auf der Kaiserlichen Universitäts-

- Sternwarte zu Strassburg 1892-1894. Gerl. Beit. z. Geophys. 2, 1897.
2. Love, A. E. H., The yielding of the earth to disturbing forces. Proc. Roy. Soc. London A. 82. 1909.
 „ , „ , Some Problems of Geodynamics. Cambridge U. P. London 1911.
 3. Hecker, O., Beobachtungen an Horizontalpendeln über die Deformation des Erdkörpers unter dem Einfluss von Sonne und Mond. Heft I u. II. Veröff. d. Königl. Preuss. Geodät. Inst. Potsdam N. F. 32, 1907 • N.F. 49, 1911.
 4. Schweydar, W., Theorie der Deformation der Erde durch Flutkräfte. Veröff. d. Königl. Preuss. Geodät. Inst. N. F. 66, 1916.
 5. Schweydar, W., Untersuchung der Oszillationen der Lotlinie auf dem Astrometr. Institut der Grossh. Sternwarte zu Heidelberg. Gerl. Beit. z. Geophys. 7, 1905
 „ , „ , Lotschwankung und Deformation der Erde durch Flutkräfte Veröff. d. Zentralbureau d. intern. Erdmessung N. F. 38, 1921
 6. Schweydar, W., Lotschwankung und——. ——. S. 43—
 7. Michelson, A. A., The rigidity of the earth. Astrophys. J. 50, 1919
 8. Shida, T., On the elasticity of the earth and the earth's crust. Memoir of College of Science and Engineering, Kyoto Imp. Univ. 4, 1912
 9. Sekiguchi, R., On the tilting of the earth at Jinsen (Chumulpo) due to tidal load. Mem. Imp. Marine Obs. I. 1922.
 10. Takahasi, R., Tilting motion of the earth's crust observed at Ryozyun (Port Arthur) Bull. E. R. I. 10, 1932.
 11. 佐々憲三, 西村英一: 土地傾斜變化の観測序論 「地球物理」第5巻第1號, 昭16
 12. 西村英一: 京大阿蘇研究所に於ける土地傾斜變化の観測, 日本學術協會報告第14巻第3號, 昭14
 13. 小倉伸吉: 日本近海の潮汐, 水路部報告第7巻, 昭8
 14. Krümmel, O., Handbuch d. Ozeanographie II. 1911. Stuttgart.
 15. Sterneck, R., Neue Weltkarten der Flutstüdenlinien, Ann. d. Hydrogr. 50. 1922.
 16. Nagaoka, H., Strains produced by surface loading over a circular area with applications to seismology. Publ. E. I. C. 22, 1906.