

森重文先生の文化勲章受章に寄せて

京都大学大学院理学研究科

藤野 修

森重文先生が令和3年度の文化勲章を受章されました。森重文先生は1990年に京都で開催されたICMでのフィールズ賞受賞をはじめ、数々の賞を受賞されています。森先生の高等研究院のホームページ内の「主な受賞等」を見ると、著名な賞を20ほど受賞されていることがわかります。今回新たに文化勲章が加わったことは大変喜ばしいことと思います。この記事は京大数学同窓会誌に掲載されていますので、主な読者は京都大学で数学を深く学ばれた方だと思います。今回の受章に際し、「森先生は何をした人?」といった類の質問を受け、答えに窮した読者もおられるかもしれません。折角の機会なので、ここでは森先生のハーツホーン予想の解決から3次元極小モデルの存在証明までの一連の仕事をとり上げ、森先生がいかに偉大な仕事を成し遂げられたかを見てみたいと思います。具体的には、以下の主要論文4つについて個人的な感想を語ってみたいと思います。

1. S. Mori, Projective manifolds with ample tangent bundles, *Ann. of Math.* (2) **110** (1979), no. 3, 593–606.
2. S. Mori, Threefolds whose canonical bundles are not numerically effective, *Ann. of Math.* (2) **116** (1982), no. 1, 133–176.
3. S. Mori, On 3-dimensional terminal singularities, *Nagoya Math. J.* **98** (1985), 43–66.
4. S. Mori, Flip theorem and the existence of minimal models for 3-folds, *J. Amer. Math. Soc.* **1** (1988), no. 1, 117–253.

森先生の最初の偉大なお仕事は、ハーツホーン予想の解決です。ハーツホーンは「接ベクトル束が豊富な非特異射影代数多様体は射影空間である」と予想しました。この予想は代数多様体論の中でそれほど重要なものに見えませんが、有名な未解決問題としてたくさんの数学者が研究していた予想にも見えません。この予想を既存のテクニックで解決したとしても特に脚光を浴びることはなかったように思います。森先生は論文1.でこのハーツホーン予想を解決しました。この仕事の重要な点は、ハーツホーン予想の解決そのものではなく、その解決のために用いた新しいアイデアとテクニックです。森先生は正標数還元テクニックを用い、代数多様体上の曲線を曲げて折る方法 (bend and break と呼ばれる手法) を見つけました。これは驚異的なことでした。全く想定外の手法でハーツホーン予想を鮮やかに解決しました。その後数学は大きく発展していますが、この bend and break は、代数多様体上に有理曲線を構成するほぼ唯一の方法として現在でも広く使われていま

す。普通の数学者ならこの論文 1. だけで歴史に名を刻めたと満足してしまうレベルのお仕事です。

論文 1. でのアイデアをさらに発展させたのが、森理論の始まりを告げる論文 2. です。ここで森先生は端射線 (extremal rays) の理論を創始します。論文 1. のアイデアをもとに錐定理 (cone theorem) と呼ばれる定理を確立し、その後の代数多様体の双有理分類論の目指すべき方向を明らかにしました。論文 2. ではその後の極小モデル理論に関する予想や次に何をすべきかなどは特に具体的には主張されていませんが、論文 2. を見ると代数多様体論の目指す方向は明らかであるという感じです。古典的な代数曲面の極小モデル理論を端射線の理論の観点から論じることで、3 次元以上の代数多様体の極小モデル理論がどういったものであるべきかが明らかになりました。また、3 次元で極小モデル理論の最初のステップになるべき収縮射を構成し、高次元で何をすべきかを明らかにしました。この論文以前の高次元代数多様体の双有理分類論は飯高プログラムという計画に沿って発展していたのですが、3 次元以上では曲面のように研究できないと考えられていたようです。森先生のお仕事以降は話が逆になりました。一般次元での極小モデル理論のあるべき姿がわかり、古典的な曲面の極小モデルの定義が変更されました。代数曲面の極小モデル理論は大昔のイタリア学派の時代から研究されており、その素朴な一般化として 3 次元の極小モデルは存在しないと思われていました。論文 2. では、端射線の理論は高次元の極小モデルの定義とそれを構成する自然な方法を示唆し、曲面のときは端射線の理論で古典的な極小モデル理論をすっきりと再解釈できると主張しているように見えます。曲面のときはイタリア学派が大昔に研究し、森理論で 3 次元以上が扱えるようになったと語られることが多いですが、実際は森理論の出現は代数曲面の極小モデルの捉え方も変更させるほどのインパクトのある出来事でした。

ここまでは森先生の驚異的なアイデアに触れてきましたが、論文 3. と 4. では驚異的な計算力、実行力を感じます。論文 2. で 3 次元極小モデル理論の進むべき方向が明らかにされました。論文 2. 以降は多数の数学者が森理論を研究するようになり、森先生のアイデアをもとに一般論の整備や様々な一般化が実行されていきました。森先生はそのような一般論の整備などにはあまり興味を示されなかったように思われます。論文 3. では 3 次元極小モデルに現れる特異点の分類を実行します。これは奇抜なアイデアの論文ではなく、特異点の定義方程式の可能性を書き下すという泥臭い仕事です。論文 4. では 3 次元極小モデルの構成には避けて通れないフリップなる双有理変換の存在を示すためにフリッピング収縮射をほぼ分類し尽くすという力技を見せつけます。

このような感じで、ハーツホーン予想を素晴らしいアイデアで解決し、そのアイデアをもとに代数多様体の双有理分類はどうすべきかを明らかにし、最終的に力技で 3 次元の場合に極小モデルを構成するところまで実行してしまったというのが、1970 年代後半から 10 年弱の森

先生のお仕事です。数々の賞を受賞されている数学者ですし、ハーツホーン予想の解決や3次元極小モデルの存在証明などの業績を聞くと、難解な未解決問題を解くプロブレムソルバーのような印象を持たれるかもしれませんが、実際は驚異的なアイデアで新しい数学を切り拓き、必要なところは力技で自ら実行し、最後まで完全にやり切るという常人離れした数学者だと思います。

世間では数学者は一風変わった人というイメージがあるかもしれませんが、森先生は見た目も行動もごくごく普通で、残念ながら世間が期待するようなぶっ飛んだ科学者ではありません。約四半世紀前の森先生の見た目に関する私の個人的な第一印象は、意外とでかいな(背が高いな)、でした。今後もますます活躍されることをお祈りします。