

On the associated cycles of modules with highest weight

東北大 理 斎藤 睦 (Mutsumi Saito)

§ 0. 序

有限次元の複素半単純 Lie 環 $\mathfrak{g}$ の universal enveloping algebra を $U(\mathfrak{g})$ とする。この時、trivial central character を持ち、更に highest weight を有する単純 $U(\mathfrak{g})$ -module L_w ($w \in W$, W はワイル群) の associated cycles を計算するという問題は、Springer 表現の基底の取り方に関する問題や、 $U(\mathfrak{g})$ の primitive ideals を幾何学的に分類するという問題などと関連して重要である。

この小文では、 L_w ($w \in W$) の associated cycles の評価と関連して、 $\mathfrak{g}$ の中零軌道 O と $\mathfrak{g}$ の極大巾零部分環 $\mathfrak{h}$ との交わり方について言及する。即ち、§ 3 に於いて、 $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ の時、スキーム論的 intersection $O \times_{\mathfrak{g}} \mathfrak{h}$ が、放物型と呼ばれる既約成分上で generically reduced にな

る為の充分条件を与える。

§ 1. associated cycle

この節では、associated cycle の定義を与える。

定義 Y を nonsingular variety とし、 $\mathcal{O}_Y$ をその structure sheaf とする。又、 $\mathcal{M}$ を $\mathcal{O}_Y$ -coherent module とし、 C を $\text{Supp}(\mathcal{M})$ の既約成分の一つとする。 y を C の generic point とした時、stalk $\mathcal{O}_{Y,y}$ の部分集合 S を次で定める。

$$S := \left\{ f \in \mathcal{O}_{Y,y} \mid \begin{array}{l} f \text{ が定義されている } y \text{ の任意の} \\ \text{近傍 } U \text{ に対し、} f \text{ は } C \cap U \text{ 上} \\ \text{vanish しない。} \end{array} \right\}$$

この時、 $S^{-1}\mathcal{M}_y$ は有限の長さを持つ $S^{-1}\mathcal{O}_{Y,y}$ -module である事が容易に確かめられる。この長さを $\mathcal{M}$ の C 上の重複度と云い、 $m_C(\mathcal{M})$ と記す。

定義 M を有限生成 $U(\mathfrak{g})$ -module とし、 $\{m_1, \dots, m_s\}$ をその生成元の集合とする。 $U(\mathfrak{g})$ には、自然な filtration $\{U(\mathfrak{g})_n\}$ が入っているのを、これを使い、 M に filtration $\{M_n = \sum_{i=1}^s U(\mathfrak{g})_n m_i\}$ を入れる。この filtration に関する graded module を $gr M$ と書けば、これは有限生成 $gr U(\mathfrak{g})$ -module であるが、Poincaré-

Birkhoff - Witt の定理を使えば、 $g_2 M$ は $\mathbb{C}[g^*]$ -module と見なすことができる。但し、 $\mathbb{C}[g^*]$ は g の dual space g^* の関数環である。更に、 g は半単純だから Killing form によつて、 g と g^* は同一視できる。その上、 g は affine variety だから、結局、 $g_2 M$ は $\mathcal{O}_g$ -coherent module と思う事ができる。この時、 M の associated variety $V(M)$ を次で定義する。

$$V(M) := \text{Supp}(g_2 M) \subset g$$

更に、algebraic cycle とし、 M の associated cycle $\tilde{V}(M)$ を次で定義する。

$$\tilde{V}(M) := \sum_{\mathcal{C}} m_{\mathcal{C}}(g_2 M) [\mathcal{C}]$$

(但し、 $\mathcal{C}$ は $V(M)$ の既約成分を渡る。)

注意 $V(M)$ は、 $\mathbb{C}[g]$ における $g_2 M$ の annihilator $\text{Ann}(g_2 M)$ の零点集合と一致する。

注意 $V(M)$ と $\tilde{V}(M)$ は生成元の取り方に依らない。即ち、well-defined である。

§ 2. highest weight module の associated variety

以後、 g の Borel subalgebra $\mathfrak{b}$ と、 $\mathfrak{b}$ に含まれる g の Cartan subalgebra $\mathfrak{h}$ を、それぞれ一つずつ fix する。この時、 $\mathfrak{h}$ に関する Weyl 群を W 、 $(\mathfrak{b}, \mathfrak{h})$ に関する

positive roots 全体の集合を Δ^+ と記す事にする。

命題 M は有限生成 $U(\mathfrak{g})$ -module であ、 $\mathfrak{z}$ 、更に、 $\mathfrak{h}$ -locally finite であるとする。この時、

$$V(M) \subset \mathfrak{N}$$

但し、 $\mathfrak{N}$ は $\mathfrak{h}$ の nilpotent radical とする。

(証明) M は $\mathfrak{h}$ -locally finite だから、 M の $\mathfrak{h}$ -不変な有限次元部分空間 M_0 がある。 $\mathfrak{z}$ 、 $M = U(\mathfrak{g})M_0$ となる。

$M_n = U(\mathfrak{g})_n M_0$ とおいて、この filtration に関して graded module $gr M$ を考える。各 M_n は $\mathfrak{h}$ -不変だから、

$$\mathfrak{h}[U(\mathfrak{g})] = gr \mathfrak{h} U(\mathfrak{g}) \subset Ann(gr M)$$

である。一、Killing form に関して、 $\mathfrak{h}$ に直交する subspace は $\mathfrak{N}$ である。故に、 $\mathfrak{h}[U(\mathfrak{g})]$ は $\mathfrak{N}$ の定義 ideal である。従、 $\mathfrak{z}$ 、 $V(M) \subset \mathfrak{N}$ を得る。 (証明終)

注意 特に、highest weight module は $\mathfrak{h}$ -locally finite だから、その associated variety は $\mathfrak{N}$ に含まれる。

今、 $\rho \in \mathfrak{h}^*$ を、 $\rho = \frac{1}{2} \sum_{\alpha \in \Delta^+} \alpha$ と定義する。任意の $w \in W$ について、 $-w(\rho) - \rho$ を highest weight とし、持つ単純 $U(\mathfrak{g})$ -module を L_w と書く事にする。すると、任意の trivial central character を持つ highest weight module M について、よく知られている様に、 M は Jordan-Hölder

series を持ち、その素因子は全 L_w ($w \in W$) と同型である。従って、 $\tilde{V}(M)$ を考える為には、 $\tilde{V}(L_w)$ を考えれば良い。

G を、 $\mathfrak{g}$ を Lie 環として持つ連結線形代数群とする。又、 B を、 $\mathfrak{b}$ を Lie 環として持つ G の Borel subgroup とする。

一般に、有限生成 $U(\mathfrak{g})$ -module M の associated variety は、 M の "characteristic variety" の moment map による像であるという事実を使えば、次が判かる。

定理1 ([2]) 任意の $w \in W$ に対し、 W の部分集合 $\Sigma(L_w)$ が存在し、

$$V(L_w) = \bigcup_{y \in \Sigma(L_w)} \overline{B(\mathcal{N} \cap {}^y \mathcal{N})}$$

である。但し、 ${}^y \mathcal{N}$ は、 $\mathcal{N}$ の y による conjugate とする。

定理2 ([10], [11]) 任意の $w \in W$ について、 u を $\mathcal{N} \cap {}^w \mathcal{N}$ の generic point とすると、 $\overline{B(\mathcal{N} \cap {}^w \mathcal{N})}$ は $\overline{O_u \cap \mathcal{N}}$ の既約成分である。但し、 O_u は、 u を通る G -orbit とする。

(証明) $\mathcal{N} \cap {}^w \mathcal{N}$ の中に、 O_u は dense に入っているから、

$$\overline{B(\mathcal{N} \cap {}^w \mathcal{N})} \subset \overline{O_u \cap \mathcal{N}}$$

である。従って、あと

$$\dim B(\mathcal{N} \cap {}^w \mathcal{N}) \geq \dim O_u \cap \mathcal{N}$$

を言うが良い。よく知られている様に、 $\mathcal{N} \cap O_u$ は equidimensional である。

$$\dim \mathcal{N} \cap \mathcal{O}_u = \frac{1}{2} \dim \mathcal{O}_u$$

である。ところで、 π を旗多様体 $X = G/B$ の cotangent bundle T^*X から $\mathfrak{g}$ の moment map とし、 $T_{X_w}^*X$ を Schubert cell X_w の X における conormal bundle とすると、任意の $w \in W$ について、

$$\pi(T_{X_w}^*X) = B(\mathcal{N} \cap {}^w\mathcal{N})$$

である。今、 π_w を π の $T_{X_w}^*X$ への制限とすると、

$$\dim \pi_w^{-1}u \leq \dim \pi^{-1}u$$

であるが、 $\pi^{-1}u$ については、昔から良く研究されており、

$$\dim \pi^{-1}u = \dim X - \frac{1}{2} \dim \mathcal{O}_u$$

である事が知られている。従って、

$$\dim B(\mathcal{N} \cap {}^w\mathcal{N}) \geq \frac{1}{2} \dim \mathcal{O}_u$$

を得る。

(証明終)

更に、Gabber は次の結果を示した。

定理3 ([5]) 任意の $w \in W$ について、 $V(L_w)$ は、equidimensional。

今、任意の $w \in W$ について、 $U_w := U(\mathfrak{g}) / \text{Ann } L_w$ とおくと、次が成立する。

定理4 ([1], [9]) 任意の $w \in W$ について、或る中零軌道 $\mathcal{O}$ が存在して、

$$V(U_w) = G V(L_w) = \overline{\mathcal{O}}$$

となる。

数年前から次の予想があった。

予想 ([2], [4], [7]) 任意の $w \in W$ に對し、 $V(L_w)$ は既約である。

ところが、この予想に對しては、1984年夏、谷崎氏が B_3 型及び C_3 型において反例があることを示した ([12])。従って、現在では、" A_n 型において" という条件付きの予想となっている。

§3. $\frac{0 \times n}{q}$ の被約性

§2 で述べた事実より、任意の $w \in W$ について、或る巾零軌道 C が存在し、

$$\tilde{V}(L_w) = m_w [C] \quad (m_w \in \mathbb{Z}_{>0})$$

かつ、

$$\tilde{V}(L_w) = \sum_C m_{C,w} [C] \quad (m_{C,w} \in \mathbb{Z}_{\geq 0})$$

となる事が判った。但し、 C は $\overline{0 \cap n}$ の既約成分を渡る。我々は、 $m_{C,w}$ を計算したいのだが、それでは問題が難しすぎるので、先ず $m_{C,w}$ を m_w で評価することを考える。こういう観点から、巾零軌道 C と n との交わり方を調べるという問題が生じてくる。言い直せば、次の様な問題である。

問題 ([3]) O を巾零軌道とする。この時、 O と $\mathcal{N}$ とのスキーム論的 intersection $O \times_{\mathcal{G}} \mathcal{N}$ は、generically reduced であるか。

筆者自身の力不足の為、 $O \times_{\mathcal{G}} \mathcal{N}$ が generically reduced の時、 $m_{d,w}$ と m_w の関係を具体的に $\equiv$ で formulate する事はできないが、Borho 氏や、Brylinski 氏は、きちんと formulate できているのかもしれない。

定義 巾零元 x は、 $O \cap \mathcal{N}$ の smooth point とある。この時、

$O \times_{\mathcal{G}} \mathcal{N}$ が x で reduced $\stackrel{\text{def}}{\iff} [x, \mathcal{G}] \cap \mathcal{N} = T_x(O \cap \mathcal{N})$ とする。

例 $\mathcal{G} = \mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ ($n \leq 4$) の時、全々の巾零軌道 O について、 $O \times_{\mathcal{G}} \mathcal{N}$ は generically reduced である。

定義 C を $O \cap \mathcal{N}$ の既約成分とする。この時、

C が放物型 $\stackrel{\text{def}}{\iff} \begin{cases} \mathfrak{h}$ を含む或る parabolic subalgebra $\mathfrak{g}$ が在り、 C が $\mathfrak{g}$ の nilpotent radical $\mathfrak{N}_{\mathfrak{g}}$ に一致する。 \end{cases}

とする。

この小文では、 $\mathcal{G} = \mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ の時の $O \times_{\mathcal{G}} \mathcal{N}$ の放物型既約成分における generic reducedness についてのみ考える事にする。現段階では、放物型でない既約成分においては、何

の結果も得られていない。

さて、今後 $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ とし、 $\mathfrak{h}$ を上半三角行列からなる $\mathfrak{g}$ の Borel subalgebra, $\mathfrak{f}$ を対角行列からなる $\mathfrak{g}$ の Cartan subalgebra とする。今、 $\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1} \in \mathfrak{f}^*$ を

$$\alpha_i(\text{diag}(h_1, \dots, h_n)) = h_i - h_{i+1} \quad (i=1, \dots, n-1)$$

で定めれば、 $\Pi := \{\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}\}$ は $(\mathfrak{h}, \mathfrak{f})$ に関する simple root 系になる。又、 $\mathfrak{g}$ を $\mathfrak{h}$ を含む parabolic subalgebra とする時、 Π の部分集合 $\Pi(\mathfrak{f})$ を、

$$\Pi(\mathfrak{f}) := \{\alpha \in \Pi \mid -\alpha \text{ は } \mathfrak{f} \text{ の root}\}$$

で定める。更に、 $h_{\mathfrak{f}} \in \mathfrak{f}$ を、

$$\alpha(h_{\mathfrak{f}}) = \begin{cases} 0 & (\alpha \in \Pi(\mathfrak{f})) \\ 2 & (\alpha \in \Pi \setminus \Pi(\mathfrak{f})) \end{cases}$$

となる様にする。この時、 $\mathfrak{g}$ は $h_{\mathfrak{f}}$ の固有空間に分解され、

$$\mathfrak{g} = \bigoplus_{i \in \mathbb{Z}} \mathfrak{g}_{2i}^{\mathfrak{f}}$$

と書ける。但し、 $\mathfrak{g}_{2i}^{\mathfrak{f}} := \{x \in \mathfrak{g} \mid [h_{\mathfrak{f}}, x] = 2ix\}$ である。

補題 1 B を、 $\mathfrak{h}$ を Lie 環として持つ $SL(n, \mathbb{C})$ の Borel subgroup とする。この時、 $\mathfrak{h}$ を含む任意の parabolic subalgebra $\mathfrak{g}$ について、

$$\overline{B \mathfrak{g}_{\frac{1}{2}}^{\mathfrak{f}}} = \mathfrak{n}_{\mathfrak{g}}$$

が成立する。

(証明) 今、 $\alpha \in \Delta^+$ が、 $\alpha = \sum_{\beta \in \Pi(\mathfrak{g})} m_\beta \beta + \sum_{\gamma \in \Pi - \Pi(\mathfrak{g})} m_\gamma \gamma$ ($m_\beta, m_\gamma \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$)

と書けているとする。この時、 $\sum_{\gamma \in \Pi - \Pi(\mathfrak{g})} m_\gamma$ を $ht(\alpha)$ と書く事

にすれば、明らかに、

$$\mathfrak{g}_2^{\mathfrak{g}} = \bigoplus_{\substack{\alpha \in \Delta^+ \\ ht(\alpha)=1}} \mathbb{C} X_\alpha,$$

及び、

$$\mathfrak{u}_{\mathfrak{g}} = \bigoplus_{i \geq 0} \mathfrak{g}_{2i}^{\mathfrak{g}} = \bigoplus_{\substack{\alpha \in \Delta^+ \\ ht(\alpha) > 0}} \mathbb{C} X_\alpha$$

と書ける。但し、 X_α は root α に対応する行列単位であ

る。さ2、 $\alpha \in \Delta^+$ を $ht(\alpha) > 0$ なるものとする。この時、

i と λ が在り、 α は

$$\alpha = \alpha_i + \alpha_{i+1} + \cdots + \alpha_{i+\lambda}$$

と書けている。更に、

$$\alpha_{i+\lambda_0} \notin \Pi(\mathfrak{g}) \text{ かつ } \alpha_{i+j} \in \Pi(\mathfrak{g}) \quad (\forall j < \lambda_0)$$

となる様に、 $0 \leq \lambda_0 \leq \lambda$ を取れる。そこで、

$$\beta := \alpha_i + \cdots + \alpha_{i+\lambda_0}$$

$$\gamma := \alpha_{i+\lambda_0+1} + \cdots + \alpha_{i+\lambda}$$

とおく。もちろん、 $ht(\beta) = 1$ 即ち、 $X_\beta \in \mathfrak{g}_2^{\mathfrak{g}}$ である。

この時、

$$(\exp \operatorname{ad} u X_\gamma) v X_\beta = v X_\beta + uv X_\alpha \quad (u, v \in \mathbb{C})$$

であるから

$$\overline{B \mathcal{O}_2^g} \supset \overline{\{uX_\beta + uvX_\alpha \mid u, v \in \mathbb{C}\}} = \mathbb{C}X_\alpha \oplus \mathbb{C}X_\beta$$

即ち、 $\overline{B \mathcal{O}_2^g} \supset \mathcal{N}_g$ である。逆の包含関係は明らか。

(証明終)

補題 2 $\mathcal{N}_g$ は $\overline{O \cap \mathcal{N}}$ の既約成分で、 $O_{\mathcal{O}} \times \mathcal{N}$ は $\mathcal{O}_2^g$ で generically reduced とする。この時、 $O_{\mathcal{O}} \times \mathcal{N}$ は $\mathcal{N}_g$ 上で generically reduced である。

(証明) 仮定から、 $\mathcal{O}_2^g$ の曲集合 $\mathcal{C}$ が存在して、

$$[x, \mathcal{O}] \cap \mathcal{N} = \mathcal{N}_g \quad (\forall x \in \mathcal{C})$$

となつてゐる。ところが、明らかに、 $O_{\mathcal{O}} \times \mathcal{N}$ が x で reduced ならば、 bx ($b \in B$) についても reduced である。

補題 2 は補題 1 から明らか。 (証明終)

定理 5 $\mathcal{N}_g$ は $\overline{O \cap \mathcal{N}}$ の既約成分であるとし、

$$\pi(\mathcal{C}) = \bigcup_{j=1}^m \{\alpha_{i_j}, \alpha_{i_j+1}, \dots, \alpha_{i_j+\delta_j}\}$$

と書いた時、 $i_j + \delta_j + 2 < i_{j+1}$ ($\forall j \leq m-1$) が成立してゐる

と仮定する。この時、 $O_{\mathcal{O}} \times \mathcal{N}$ は $\mathcal{N}_g$ において、

generically reduced である。

(証明) 簡単のため、 $i_1 \neq 1$ とする。 $i_1 = 1$ の場合も同様に証明できる。便宜上、 $i_0 + \delta_0 = 0$, $i_{m+1} = m$ とおく。この時、

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_2^g = & \left(\bigoplus_{j=0}^m \bigoplus_{i=i_j+\delta_j+1}^{i_{j+1}-1} \mathbb{C}X_{\alpha_i} \right) \oplus \left(\bigoplus_{j=1}^m \bigoplus_{k=0}^{\delta_j} \mathbb{C}X_{\alpha_{i_j-1}+\dots+\alpha_{i_j+k}} \right) \\ & \oplus \left(\bigoplus_{j=1}^m \bigoplus_{k=0}^{\delta_j} \mathbb{C}X_{\alpha_{i_j+k}+\dots+\alpha_{i_j+\delta_j+1}} \right) \end{aligned}$$

である。今、

$$X := \left(\sum_{j=0}^m \sum_{i=i_j+1}^{i_{j+1}-1} a_i X_{\alpha_i} \right) + \left(\sum_{j=1}^m \sum_{k=0}^{d_j} b_k^j X_{\alpha_{i_j-1} + \dots + \alpha_{i_j+k}} \right) \\ + \left(\sum_{j=1}^m \sum_{k=0}^{d_j} c_k^j X_{\alpha_{i_j+k} + \dots + \alpha_{i_{j+1}-1}} \right)$$

$$Y := \left(\sum_{j=0}^m \sum_{i=i_j+1}^{i_{j+1}-1} d_i X_{-\alpha_i} \right) \\ + \left(\sum_{j=1}^m \sum_{k=0}^{d_j} e_k^j X_{-\alpha_{i_j-1} - \dots - \alpha_{i_j+k}} \right) \\ + \left(\sum_{j=1}^m \sum_{k=0}^{d_j} f_k^j X_{-\alpha_{i_j+k} - \dots - \alpha_{i_{j+1}-1}} \right)$$

とおく。但し、 a_i, b_k^j, c_k^j は全 $\mathbb{Z}$ 、nonzero とする。

この時、

$$[X, Y] \in \mathcal{N} \Rightarrow [X, Y] = 0$$

が、計算により確かめられる。故に、補題2により、

$O_X \mathcal{N}$ は、 $\mathcal{N}_g$ 上 generically reduced である。

(証明終)

定理6. 今、 $O(2^{a_1} 1^{m-2a})$ を、ジョルダン標準型の型が $(2^{a_1} 1^{m-2a})$ である様な巾零軌道とする。この時、

$O(2^{a_1} 1^{m-2a}) \times \mathcal{N}_g$ は、任意の放物型既約成分上 $\mathbb{Z}$ generically reduced である。

(証明) 先ず、 $\mathcal{N}_g$ が、 $\overline{O(2^{a_1} 1^{m-2a}) \cap \mathcal{N}}$ の放物型既約成分 $\mathbb{Z}$ あれば、或る i が存在して、

$$\pi(\mathcal{P}) = \{\alpha_1, \dots, \alpha_i\} \cup \{\alpha_{i+2}, \dots, \alpha_{m-1}\}$$

と書ける事に注意する。さて、 X を行列 (a_{st}) とし、 Y を行列 (b_{st}) とする。但し、 $a_{st} = 0$ ($s \geq i+2$ 又は、

$k \leq i+1$) 及び、 $b_{i+1} = 0$ ($k \leq i+1$ 又は、 $k \geq i+2$) 2

あるとする。その上、行列 $\begin{pmatrix} a_{1, i+2}, \dots, a_{1, m} \\ \vdots \\ a_{i+1, i+2}, \dots, a_{i+1, m} \end{pmatrix}$ の全 2 の小

行列式は、nonzero とする。この時、 $[X, Y] \in \mathcal{N}$ ならば

$Y = 0$ である事が確かめられ、 $\mathcal{N}_g$ 上 2" generically

reduced 2"あることが判かる。(証明終)

例 $\mathcal{G} = \mathfrak{sl}(6, \mathbb{C})$ の時、 $\pi(\mathfrak{g}) = \{\alpha_2, \alpha_4\}$ とする。この時、

$O(4, 2) \times_{\mathcal{G}} \mathcal{N}$ は、 $\mathcal{N}_g$ 上 2" generically reduced 2"ない。

注意 ([6]) 上の例の既約成分は、 $m \leq 6$ 2" dense な

B-orbit を含まない唯一つの例 2"ある。

例 $m = 5$ の時、 $O(2^2, 1) \times_{\mathcal{G}} \mathcal{N}$ は generically reduced 2"

ない。従、2. $O \cap \mathcal{N}$ の既約成分 C が dense な B-orbit

を含ん 2"いても、 $O \times_{\mathcal{G}} \mathcal{N}$ が C 上 2" generically reduced 2"あ

るとは限らない。

参考文献

[1] W. Borho and J.-L. Brylinski : Differential operators on homogeneous spaces I, Invent.

math. 69, 437-476 (1982).

- [2] W. Borho and J.-L. Brylinski : Differential operators on homogeneous spaces III, I H E S - preprint (1984).
- [3] W. Borho and J.-L. Brylinski : On the intersection of a nilpotent orbit with a maximal nilpotent subalgebra.
- [4] W. Borho, J. -L. Brylinski and R. Macpherson : "Open problems in algebraic groups", ed. by R. Hotta and N. Kawanaka, Proc. of the 12th Int. Symp., Div. of Math., the Taniguchi Foundation (1983).
- [5] O. Gabber : Equidimensionalité de la variété caractéristique, notes by T. Levasseur, preprint (1983).
- [6] W. Hesselink : A classification of the nilpotent triangular matrices, preprint (1983).
- [7] A. Joseph : On the variety of a highest weight module, J. Algebra 88, 238-278 (1984).

- [8] M. Kashiwara : Systems of microdifferential equations, Progress in Math. 34, Birkhäuser, Basel (1983).
- [9] M. Kashiwara and T. Tanisaki : The characteristic cycles of holonomic systems on a flag manifold, Invent. math. 77, 185-198 (1984).
- [10] N. Spaltenstein : On the fixed point set of a unipotent element on the variety of Borel subgroups, Topology 16, 203-204 (1977).
- [11] R. Steinberg : On the desingularization of the unipotent variety, Invent. math. 36, 209-224 (1976).
- [12] 谷崎俊之 : Borho-Brylinski の予想について, 代数群通信 vol. 4, No. 5 (1984).