

IV 液体ヘリウムの相転移に関する Review

物性研 鈴木増雄

(8月1日受理)

これは鈴木増雄氏の講義を永井克彦氏が記録したメモである。

I) Microscopic Theory

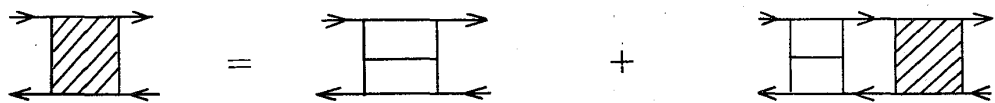
i) Patashinsky & Pokrovski JETP 19 ('64) 677

初めて、比熱の対数発散を与えた論文で、当時の研究者に衝撃を与えた。

Green 函数を Dyson 方程式の形に書き、Self-consistent に解くことを試みる。

Vertex

irreducible part



と Self-Energy を Ward Identity を用いて

$$\frac{\partial \Sigma(p, \mu)}{\partial \mu} = \text{diagram of a shaded square with four external lines}$$

の様に結びつけ、vertex に homogeneous form を仮定して $\omega_n = 0$ で self-consistent 方程式と次元解析で解く、
その結果、 $T = T_c$ で critical mode

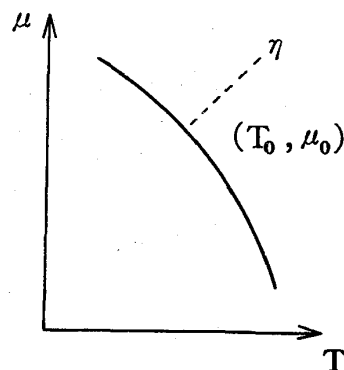
$$\Sigma(p) \sim p^{3/2}$$

が得られ

$$G(p, 0, \mu) \sim (p^{3/2} + \eta)^{-1}$$

但し η は、 T, μ の λ -line からのずれを表わし、 λ -line 近くでは、

$$\eta \simeq a(T - T_0) + b(\mu - \mu_0)。$$



その結果

$$\frac{\partial N}{\partial \mu} = I \sum_n \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} G^2(p, \omega_n, \mu) \frac{\partial \Sigma}{\partial \mu}$$

$$\sim \int \frac{p^2 dp}{(p^{3/2} + \eta)^2} \sim \ell_n \eta$$

$$\therefore N \sim \eta \ell_n \eta \quad (\text{total number})$$

$$\Omega \sim \eta^2 \ell_n \eta \quad (\text{thermodynamic potential})$$

$$C_p \simeq \frac{\partial^2 \Omega}{\partial T^2} \sim -\ell_n \eta \sim -\ell_n |T - T_0|$$

(T_0 は λ -line 上の一点)

但し、実験的に測られるのは C_V であるという指摘が、ソ連の人達、あるいは、川本宏氏によって与えられているし、発散の amplitude を調べないと、実際に観測されるかどうか言えない。

ii) Batyev et al. JETP 19 ('64) 1412

超伝導への P . P . 理論の適用, 但し, Fermi 面の存在する為に, critical region が $(T_c/E_f)^4 > |\epsilon|$

$$\parallel$$

$$10^{-16}$$

に限られ、実験的には、Landau - Ginzburg 的記述で間に合う。

iii) Polyakov JETP 28 ('69) 533

Scaling relation を一般的に導く試み

S -matrix の unitarity (あるいは, T -matrix の optical Theorem) と用いて, propagator の積分方程式を立てる

Unitarity Condition

$$2 \operatorname{Im} T = T^* T$$

particle number 表示 $|n\rangle$ で中間状態を表示して

$$2 \operatorname{Im} \Gamma_{n_1, n_2} = \sum_{e=1}^{\infty} \Gamma_{n_1 e} \Gamma_{e n_2}$$

example,

$$2 \operatorname{Im} \Gamma_{22} = \text{diagram 1} + \text{diagram 2}$$

vortex に homogeneity を仮定すると, 結果は Kadanoff と同じものがえられる。

$$\text{correlation length} \quad \xi \sim \varepsilon^{-\nu}$$

$$\text{correlation function} \quad r^{-(d-2+\eta)}$$

$$\text{specific heat} \quad C \sim \varepsilon^{-\alpha}$$

$$\alpha = d\nu - 2$$

IV) A.A.Migdal JETP 28 ('69) 1036

詳細は, 統計力学の研究会での話を参考にしてもらいたい。要点は, renormalized charge の概念が用いられていること, 足しやすい波数 (例えば MDT) をひろって, 足しあげると, effective な renormalized charge g が得られる。 g の数値は, 系の次元, 対称性相互作用の range から決まってしまう。その g を用いて, renormalized vertex を展開することにより, 直接, α , β 等の critical index が g のべきで展開出来る。

V) Gould - Wong Phys. Rev. A4 ('71) 719

理想ボーズ気体も相転移を起こすことに着目し, 相互作用 V_0 が小さい $|\frac{V_0}{kT_c}|$

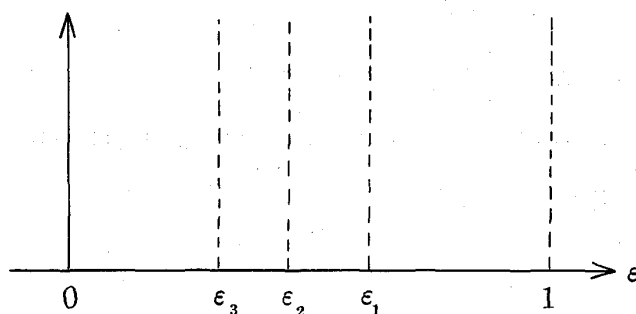
《1 と仮定して摂動的に取り扱う, その際, subcritical region を考え

$$1 > \varepsilon > \varepsilon_1 = V_0 / kT_c \text{ の range}$$

では V_0 / kT_c の一次の connection でよく即ち分子場近似でよい。

$$\varepsilon_1 > \varepsilon > \varepsilon_2 = (V_0 / kT_c)^2 \text{ で}$$

は, 2 次の connection を考えなければならぬ。



VI) Wilson Phys. Rev. 4B ('71) 3174, 3184

Configuration space を分割し, 短波長のところから平均していく,

波数 $\rightarrow 0$ への近接は, recursion formula の安定解としてえられる。

(統計力学研究会参照)

II) Scaling with a parameter

i) M. Suzuki. Prog.Theor. Phys. 46 ('71) 1054

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \lambda \mathcal{H}_1$$

λ は系の, 次元, 対称性, potential range

と変換するパラメーター

Universality の仮定とは, $\lambda = 0$, $\lambda \neq 0$ で質的に異なり, 例えば critical exponent 等は $\lambda \neq 0$ なら λ の値によらぬ。

熱力学量 Q の平均値を λ で cummulant 展開する。

$$\begin{aligned} \langle Q \rangle &= Q_0 + \lambda \langle Q_1 \rangle + \lambda^2 \langle Q_2 \rangle + \dots \\ &= \varepsilon^{-r_Q} g\left(\frac{\lambda}{\varepsilon^\phi}\right) \end{aligned}$$

$g(x)$ は $x=0$ で有限とすると, $\varepsilon^\phi \gg \lambda$ 即ち $\varepsilon \gg \lambda^{1/\phi}$ である限り, critical index は unperturbed Hamiltonian の r_Q が観測される。

$\varepsilon \ll \lambda^{1/\phi}$ の時に, 初めて, total Hamiltonian 持ちな index $\tilde{r}_Q$ が表われる。そういう意味で $\varepsilon^x = \lambda^{1/\phi}$ は crossover temperature としての意味をもつ。