

カオスーカオス相変化と次元のゆらぎ

京大・理 相 沢 洋 二

ストレンジ・アトラクターの次元はカオスの程度と質を特徴づける一つのパラメーターである。いろいろな次元が提案されているが、次元が実際に質的に異なるカオスを区別する量であることを確かめる必要がある。次元 (Kaplan-Yorke) が急激に変化することは必ずしもアトラクターの相変化を意味しない例 (一般化されたパイコネ変換にみられる“みかけの相変化”など) も知られている。それでは、どのようにしてカオス・カオス相変化を捉えたら良いであろうか。ここでは、“次元のゆらぎ”によって、“真の相変化”と“見かけの相変化”を区別することが可能であることを示した。

次元のゆらぎを次のように定義する。ローカルなリャプノフ指数を

$$K_i = \frac{1}{T_0} \ln \frac{|(dT)^{T_0} e_i|}{|e_i|}$$

で評価する。 e_i は i -方向のリャプノフ・ベクトル (座標の関数), $(dT)^{T_0}$ は接ベクトル空間での T_0 回写像, T_0 は測定時間とする。アトラクター上の全ての点についての平均値を $\langle K_i \rangle$ と書くと、そのゆらぎは、

$$k_i^2 \equiv \langle K_i^2 \rangle - \langle K_i \rangle^2$$

さらに、Kaplan-Yorke の予想から次元 D を評価して、そのゆらぎも

$$d^2 \equiv \langle D^2 \rangle - \langle D \rangle^2$$

で定義する。

これらの諸量を使って、Forced Lorenz System のカオス・カオス相変化を調べると次の事実が明きらかになった。

(結果) 真の相転移点近くでは次元の急激な変化に伴って、ゆらぎの増大が観測される。一方、見かけの相変化ではゆらぎは異常を示さない。